

对流凝结加热与不稳定波

李崇银

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文用综合考虑 Ekman-CISK 和 CMM-CISK 机制的柱对称模型,讨论了对流凝结加热廓线对不稳定波的影响。分析和计算结果表明,对流凝结加热廓线对不稳定波有显著影响。

通过 CISK 机制对流凝结加热不仅可以产生常定不稳定波并且还可以产生一种有周期性变化的振荡型不稳定波,低层有最大的凝结加热分布更有利于振荡型不稳定波的产生。积云摩擦作用是形成最不稳定波的波长选择性的的重要因素,而凝结加热廓线也对这种选择性有直接影响。不稳定波的垂直结构随加热廓线的不同而有明显的差异。

对流凝结加热廓线还直接影响能量的产生和转换。最大加热层越高,则产生最大有效扰动位能的高度就越高,更有意义的是,这时有效扰动位能向扰动动能转换的效率也愈高。因此,对流凝结加热廓线的不同可能是热带低压扰动仅部分发展为台风而另一些不能发展的重要原因之一。

一、前 言

积云对流是热带大气中一种最常见的大气过程,而有组织的对流活动又是台风、季风低压等热带系统发生发展和维持的重要机制。深厚的积云对流可以造成巨大的潜热释放,并通过第二类条件不稳定使有效扰动位能转变成扰动动能,使扰动得以发展和维持。因此,积云对流加热对天气系统——尤其是热带天气系统的影响一直为广大气象工作者所重视,从不同角度进行了各种研究。

对流凝结加热直接同潮湿空气的辐合量有关,湿空气的凝结高度并非处处相同,再加上热量的垂直输送又极复杂,因此对流凝结加热会有不同的垂直廓线,那么,这些不同的加热廓线将会导致什么样的结果呢?

Charney 和 Eliassen^[1] 首先通过近地面摩擦作用将对流凝结加热与天气尺度的低压扰动联系在一起,提出了 CISK 机制,从而成功地解释了台风的形成。在他们的两层模式中取了两层相等的加热。Shukla^[2] 在研究季风低压时曾发现最不稳定波的水平尺度依赖于积云对流加热的垂直分布。麦文建和李崇银^[3] 在讨论积云角动量混合所导致的 CISK 机制的台风模式中,用涡度量参数化积云对流加热,计算中发现,对流凝结加热既可产生常定不稳定波还可激发出振荡型不稳定波。在文献[4]中,作者取两层模式并假定有不同的加热,发现对流凝结加热的垂直分布可导致不稳定波有不同的增长率,并且对台风的发

生发展可产生一种自约束过程。但是, 不同凝结加热廓线的影响有些什么差别尚不十分清楚, 有待进一步研究。

本文将用文献 [3] 的模式, 研究对流凝结加热的垂直廓线对不稳定波的增长率和能量转换的影响, 并讨论由于加热廓线的不同所产生的不稳定波的结构。

二、数学模型及对流凝结加热的参数化

同文献 [3] 一样, 我们同时考虑 Ekman 层的抽吸作用和积云摩擦作用, 在圆柱气压坐标系中, 线性化方程组可以写成:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu - \frac{\partial}{\partial p} [M(v - v_c)] \quad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial \phi}{\partial r} + fv \quad (2)$$

$$0 = -\frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{RT}{p} \quad (3)$$

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{pS}{R} \omega = \frac{\bar{Q}}{C_p} \quad (5)$$

这里 u , v 和 ω 分别表示径向、切向和 p 方向的速度分量; $S = -\frac{R}{p} \left(\frac{dT}{dp} - \frac{RT}{C_p p} \right)$ 是 p 标下的静力稳定度参数, 近似可认为它仅是 p 的函数; M 是积云的垂直质量通量, 含 M 的项即表示积云角动量混合的影响; $\bar{Q}/C_p$ 表示对流凝结加热率; T 和 ϕ 分别是温度和重力位势; v_c 是云底的风速。

由于我们考虑了造成潮湿空气辐合 (垂直运动) 的两种机制, 因此对流加热亦包括 Ekman 抽吸作用所引起的加热和积云角动量混合作用所导致的加热两部分。Ekman 抽吸作用的加热直接正比于 Ekman 层顶的垂直速度, 亦即正比于 Ekman 层顶的涡度。我们假定积云角动量混合所导致的加热亦正比于某参考层上的涡度和垂直质量通量 M 。这样, 可以将对流凝结加热参数化表示为

$$\frac{\bar{Q}}{C_p} = \eta(p) \left[M_* \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_*)}{\partial r} + N \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_B)}{\partial r} \right] \quad (6)$$

这里 $\eta(p)$ 是对流凝结加热函数, 它是垂直坐标 p 的函数, $N = \frac{Kp_B}{2f}$, K 是摩擦系数, 有下标 B 的量为摩擦层顶的值, 有下标 $*$ 的量为某参考层的量。在热带大气中, 我们可以近似地把摩擦层顶视为积云底。

引入新变量 ξ (相对角动量) 和 ϕ (径向流函数), 它们分别定义为

$$\xi = rv \quad (7)$$

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial p}; \quad \omega = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (8)$$

经过一系列演算, (1)–(5) 可以变为仅包含两个变量的如下两个方程:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -f \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p} [M(\xi - \xi_B)] \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t \partial p} = \frac{s}{f} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - \frac{H}{f} \left[M_* r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \xi_*}{\partial r} \right) + N r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \xi_B}{\partial r} \right) \right] \quad (10)$$

其中 $H = \frac{R\eta f}{p}$.

取 ϕ 和 ξ 的谐波解如下:

$$\begin{aligned} \phi(r, p, t) &= \varphi(r) E(p) e^{\sigma t} \\ \xi(r, p, t) &= \varphi(r) A(p) e^{\sigma t} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\varphi(r)$ 是径向结构函数, 它满足于方程

$$r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \varphi + \lambda^2 \varphi = 0 \quad (12)$$

这里 λ^2 为待定参数. 径向结构函数 φ 还满足边界条件

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\varphi}{r} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\varphi}{r} = 0 \quad (13)$$

它们意味着在中心 ($r = 0$) 处和 $r \rightarrow \infty$ 处, 径向速度为零.

垂直结构函数 E 和 A 则满足如下两个方程

$$\sigma A = -f \frac{dE}{dp} - \frac{d}{dp} [M(A - A_B)] \quad (14)$$

$$\sigma \frac{dA}{dp} = -\frac{\lambda^2 S}{f} E + \frac{\lambda^2 H}{f} [M_* A_* + N A_B] \quad (15)$$

其边界条件为

$$E(p_{top}) = 0, \quad E(p_B) = \frac{p_B K}{2f} A(p_B) \quad (16)$$

将模式大气分为 15 层, 大气顶 $p_{top} = 125mb$, 大气底 $p_B = 950mb$, 由方程 (14) 和 (15) 我们可以得到一组差分方程, 写成矩阵形式为

$$\sigma D \bar{x} = C \bar{x} \quad (17)$$

这里 σ 是特征值, 其实部大于零表增长率, 小于零表衰减率; 其虚部为不稳定波的频率. $\bar{x}$ 是特征函数, C 和 D 是两个系数方阵. 在边界条件 (16) 下, 求解特征值——特征函数问题 (17), 我们不仅可以得到增长率 σ_R , 而且还可以求得不稳定波的结构.

三、加热廓线与不稳定波的增长率

为了讨论不同加热廓线下不稳定波的增长率, 我们分别计算了四种不同加热垂直分布的情况. 计算中所用参数的垂直分布如图 1 所示, 左图是静力稳定度参数的垂直分布, 接近实际热带大气情况, 其中 $S_{00} = 0.25 \times 10^{-2} m^2 mb^{-2} sec^{-2}$; 中图是积云垂直质量通量 M 的垂直分布, 其中 $M_{00} = 5.0 mb/hr$; 右图给出了四种加热廓线, 曲线 1 表示对流层低层

(750mb 附近)加热最大,曲线 2 表示对流层中层(600mb 附近)加热最大,曲线 3 表示对流层高层(350mb 附近)加热最大,曲线 4 表示除大气顶层外整层有相同加热的情况。

图 2 分别给出了四种加热分布下不稳定波的增长率随活动对流区半径 a 的变化情况。由图中曲线 3 可以看到,当高层有最大加热时,出现了两个常定不稳定波,其中最不稳定波的增长率要比另一个波大 1 个数量级以上,而且在 $a \approx 330$ 公里处有最大增长率。这两个常定不稳定波有相反的传播方向,当 $a > 4000$ 公里后,它们变成有相同增长率,有数值相等、符号相反的频率,从而组合成一个振荡型不稳定波(图 2 中用虚线表示其增长率)。

曲线 2 表示中层有最大加热的情况,同曲线 3 类似,在 $a < 4000$ 公里时也有两个常定型不稳定波,而 $a > 4000$ 公里时这两个波合成为一个振荡型不稳定波。但同曲线 3 的情况有所不同,没有最不稳定波的波长选择性。对于低层有最大加热的情况,曲线 1 表明,此时亦有两个不稳定波,但当 $a < 800$ 公里及 $a > 2500$ 公里时它们均为振荡型不稳定波。并且在这种情况下增长率有三个极值,它们分别位于 a 近似等于 550、1000 和 4500 公里的地方。曲线 4 表明当整层加热一致时出现了三个不稳定波,它们与活动对流区半径 a 的关系比较复杂,在某些范围有一个波是常定不稳定波而另两个波合成振荡型不稳定波,而在另外范围,三个波均为常定型不稳定波。

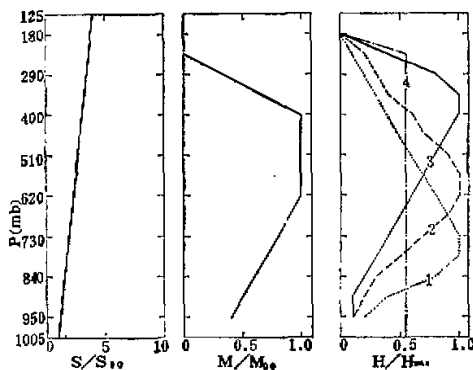


图 1 计算参数的垂直分布

仔细分析比较上述曲线,我们可以得到如下几点有意义的结果:

1. 由于对流凝结加热廓线不同,不稳定波的增长率的大小会有较大差异,图 2 中曲线 1、2 和 3 的相互比较表明,中层加热最强有可能得到较大增长率。加热廓线不同,增长率随 a 的变化亦各有不同型式。
2. 当对流凝结加热在上层和中层最强时,通过 CISK 机制一般产生常定型不稳定波,只在 $a > 4000$ 公里范围时出现振荡型不稳定波。
3. 当对流凝结加热在低层最强或者整层一样时,通过 CISK 机制可以在 a 的宽广范围产生振荡型不稳定波,但在 $a \approx 800-2500$ 公里范围时似乎不易出现振荡型不稳定波。
4. 最不稳定的波长选择性是不稳定性问题研究中的重要现象。在我们的模式计算中出现有波长选择性,主要原因可能与我们引入了积云摩擦作用有关,因为如果我们将方

程(1)中的积云摩擦项,最不稳定的波长选择即不再出现。因此我们可以认为积云摩擦作用是导致最不稳定的波长选择的重要因素。同时,比较图2中曲线2和3我们还可以看到,虽然都有积云摩擦,但曲线2的情况却无最不稳定的波长选择性,可见凝结加热的垂直分布状况也是影响最不稳定的波长选择性的因素。为何积云摩擦作用和凝结加热的垂直分布可造成不稳定的波长选择性,及其物理过程,尚有待进行专门研究。

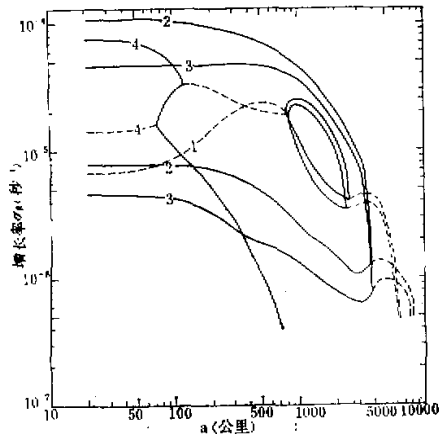


图2 不同加热廓线下不稳定波的增长率随波长的变化

四、不稳定波的垂直结构

在上节我们已经指出,对流凝结加热通过 CISK 机制可以产生常定型和振荡型两类不稳定波。常定型不稳定波也就是 $\sigma = \sigma_R$ 的不稳定波,因为对于常定型不稳定波 $\sigma_I = 0$ 。所谓振荡型不稳定波是 $\sigma = \sigma_R + i\sigma_I$ 波与 $\sigma = \sigma_R - i\sigma_I$ 波的混合波,实际上也就是两个振幅和增长率相等、传播速度相同但方向相反的波的叠加。我们称其为振荡型不稳定波,是因为它在随时间增长的过程中还有周期性的变化。依据本文的模式我们不难推得常定型不稳定波及振荡型不稳定波关于垂直速度 w 的表达式。对于常定型不稳定波有

$$w = -\lambda E(p) J_0(\lambda r) e^{\sigma_R t} \quad (18)$$

而对于振荡型不稳定波却有

$$w = -2\lambda / E(p) / J_0(\lambda r) \cos(\sigma_I t + \theta_E(p)) e^{\sigma_R t} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} |E(p)| &= (E_R^2 + E_I^2)^{1/2} \\ \theta_E(p) &= \arctg(E_I(p) / E_R(p)) \end{aligned} \quad (20)$$

J_0 是第一类零阶 Bessel 函数。

比较(18)和(19)式,我们可以清楚地看到,对于振荡型不稳定波,垂直速度 w 除了随时间增长外,还随时间周期性变化。为了更清楚地表明这种现象,图3中给出了一个周期内振荡型不稳定波垂直速度的变化情况。因计算中未计及 $e^{\sigma_R t}$, 故图中仅有周期振荡

现象而没有随时间增长的现象。

振荡型不稳定波实际上就是过去有人提到的所谓过稳定性对流 (Overstability convection), 关于它的形成等问题文献 [5] 中已作了较细的讨论, 关于 CISK 所激发的振荡型不稳定波, 我们还将在另一研究中作专门讨论, 因此本文对它无需多笔。

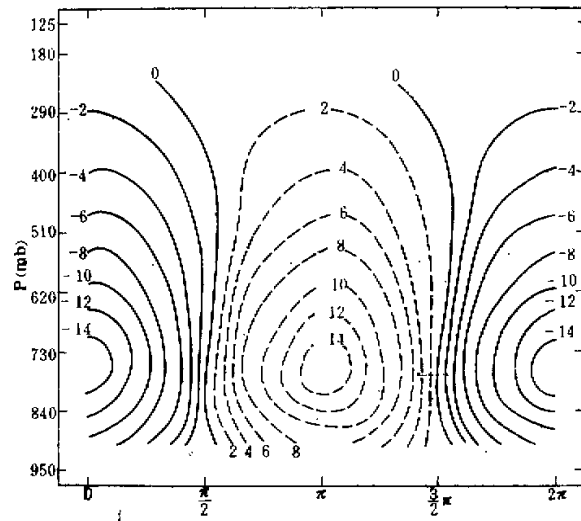


图3 振荡型不稳定波的垂直速度随时间的周期振荡现象

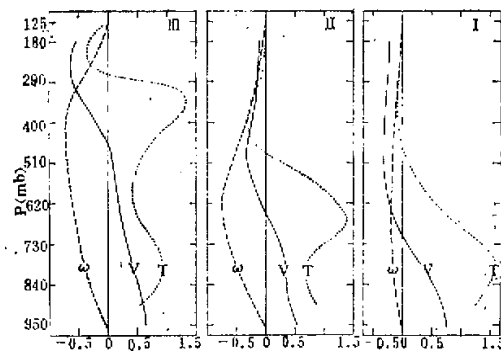


图4 不稳定波的垂直结构

图4中给出了对应于不同加热廓线下不稳定波的垂直结构(就垂直结构而论, 常定型和振荡型不稳定波是相似的), 其中右图表示所用对流加热廓线为图1中曲线1; 中图对应的加热廓线为图1中曲线2; 左图所用加热廓线为图1中曲线3. 各图中实线代表切向风速 v (单位是米/秒), 虚线代表垂直速度 ω (单位是 10^{-2}mb/sec), 点线代表温度 (单位是 10^{-10}K).

比较图4中 I—III 各图我们可以发现如下结果:

1. 对流凝结加热所激发的不稳定波的流场结构是下层为气旋式环流而上层为反气旋式环流。气旋式环流和反气旋式环流间的分界层依赖于加热廓线。最大加热层越高则下层气旋式环流所达到的垂直高度也越高。

2. 加热廓线亦直接影响垂直速度的垂直分布，最大加热层越高则不稳定波的最大上升运动所在位置也越高。一般来讲上升运动的极大值出现在气旋式环流和反气旋式环流分界层以上约 20—50mb 高度处。

3. 对流凝结加热所导致的不稳定波在中下层具有暖心结构，并且加热廓线对不稳定波的温度分布影响很大，图 4 中 III 表明在垂直方向温度分布有两个极大值，最高温度出现在 350mb 高度附近，而在 800mb 附近有温度次最高，大约 270mb 高度以下扰动表现为暖心结构。随着最大加热层高度的降低，最高温度层出现的高度也降低。图 II 中最高温度出现在 670mb 附近，次最高温度大致在近地面层；图 I 却表明对于低层加热最大的情况，温度的垂直分布仅在 780mb 附近出现一个极值温度，而没有次极大。

为了更清楚地描述不同凝结加热廓线对不稳定波的激发作用的差异，我们可以讨论一下有效位能的变化情况。有效扰动位能的变化公式不难写成

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\langle \frac{1}{2s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)^2 \right\rangle = -D_K + P_Q \quad (21)$$

这里 $\langle X \rangle \equiv \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} X r dr d\theta$ 是物理量 X 的面积平均。而 $-D_K$ 表示有效扰动位能向扰动动能的转换， P_Q 表示对流加热所引起有效扰动位能的增加，它们分别为

$$D_K \equiv \left\langle \omega \frac{\partial \phi}{\partial p} \right\rangle = f \left\langle J_0^2(\lambda r) \right\rangle E \frac{dA}{dp} e^{2\tau t} \quad (22)$$

$$P_Q \equiv -\frac{R}{ps} \left\langle \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial Q}{\partial p} \right\rangle = \left\langle J_0^2(\lambda r) \right\rangle \frac{H}{S} \frac{dA}{dp} (M_* A_* + N A_B) e^{2\tau t} \quad (23)$$

图 5 给出了对流凝结加热所产生的有效位能分布以及有效位能向扰动动能的转换情况。图中实线代表凝结加热所产生的有效扰动位能，虚线代表有效扰动位能向扰动动能的转换。很显然，对流凝结加热可以产生扰动位能，而且这种有效位能的垂直分布直接同加热

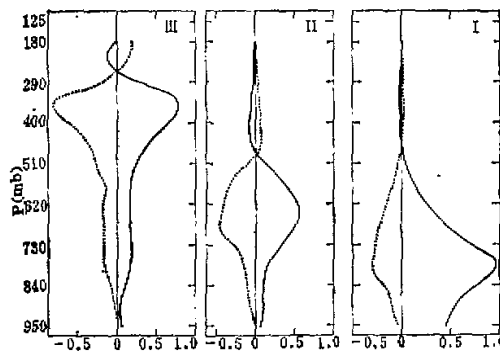


图 5 有效扰动位能的制造和向扰动动能的转换

廓线有关，最大加热高度及稍低一点的地方也就是产生有效位能最大的地方。

我们知道,扰动有效位能向扰动动能的转换依赖于系统温度场和垂直运动场的结构,只有当暖空气对应着上升运动而冷空气对应着下沉运动的时候,扰动有效位能才向扰动动能转换。从图 5 我们可以看到,在我们所讨论的情况下扰动有效位能转换的有趣现象。首先,虽然不管加热廓线如何,均有扰动有效位能向扰动动能的转换,但是这种转换的效率同加热廓线有关。最强凝结加热层位置越高,转换效率就越高,即扰动有效位能的绝大部分可能换成扰动动能;而对流凝结加热最强的位置低,扰动有效位能向扰动动能的转换效率也就低。其次,不稳定波获得最大扰动动能的高度也同凝结加热廓线有关,获得最大扰动动能的高度大致也就是有效扰动位能的极值高度。

另外,扰动动能随时间的变化表明,对于上述各种情况,不稳定波均有扰动动能的净增量,即动能随时间增加,这正是对流凝结加热导致扰动不稳定、促成系统发展的根本原因。

五、结 论

通过上述讨论,我们可以看到对流凝结加热廓线对不稳定波及其结构有着重大的影响,而下述几点尤其值得提出:

1. 对流凝结加热通过 CISK 机制可以产生两种不稳定波,一种是常定型不稳定波,另一种是振荡型不稳定波。这两种不稳定波的产生还与凝结加热的垂直廓线有关,当低层有最强凝结加热时,较有利于振荡型不稳定波的产生。

2. 积云摩擦作用有可能是产生最不稳定波波长选择性的的重要因素,同时凝结加热廓线也对这种波长选择性有一定影响。在均考虑积云摩擦作用的情况下,某些凝结加热廓线仍可使最不稳定波无波长选择性。

3. 对流凝结加热廓线对不稳定波的垂直结构有相当大的影响,最强加热层位置越高,气旋式环流所达到的高度就越高,而且暖心控制层也越厚。

4. 对流凝结加热可以产生扰动有效位能,而且这种有效位能的垂直分布同加热廓线有关,最强加热层及稍低一点的地方即是产生有效位能最大的地方。

5. 扰动有效位能向扰动动能转换的效率同加热廓线有密切关系,最强凝结加热的位置越高,转换效率就比较高。

6. 在热带海洋上常有低压扰动存在, CISK 亦随时可产生,然而却仅有一部分低压扰动发展为台风,相当大部分只发展为热带低压。原因是多方面的,凝结加热廓线的影响极可能也是重要原因之一。当对流层高层有极强凝结加热时,扰动有效位能充分向扰动动能转换,使扰动得以迅速发展,有可能变为台风。而如果最强凝结加热出现在低层,由于有效位能向扰动动能转换的效率低,低压扰动则不可能得到充分发展。

参 考 文 献

- [1] Charney, J. G. and A. Eliassen, On the growth of the hurricane depression. *J. Atmos. Sci.*, 21, 68—75, 1964.
- [2] Shukla, J., On the dynamics of monsoon disturbances. SC. D. thesis, MIT, 178pp, 1976.
- [3] Mak, M. K., and Li, C. Y. (麦文健, 李崇银), An inquiry on the nature of CISK. Part II.

(即将发表)

[4] 李崇银, 台风发生发展的一个理论研究, 全国第三次数值预报会议报告, 1981.

[5] 麦文建、李崇银, 论振荡型对流, 中国科学, B 辑, 758—768, 1982.

CONVECTIVE CONDENSATION HEATING AND UNSTABLE MODE

Li Chongyin

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

In this paper, we discussed the effects of the profile of convective condensation heating on unstable mode in a cylindrical model which included Ekman-CISK and CMM-CISK. The analyses and numerical results show that the profile of convective condensation heating will prominently influence on unstable mode.

Convective condensation heating, by CISK, is not only able to produce the stationary unstable mode, but also can produce the unstable oscillational mode with periodic variation. It is advantageous to produce the unstable oscillational mode if there is a maximum condensation heating in lower troposphere. The cumulus friction is an important factor to occur wavelength selectivity of the unstable mode. And the profile of condensation heating also evidently influences on this selectivity. When the profiles of heating are different from each other, the vertical structures of the unstable mode show great difference.

Convective condensation heating also influences on the production and transformation of energy. The higher the maximum heating layer, the higher the maximum production layer of the available potential energy is. In this case, it is especially interesting that the efficiency of the available potential energy transforming into the disturbance's energy is higher. Therefore, the different profiles of convective condensation heating may be one of significant reasons which make part of the depression disturbance in tropic develop into typhoon and others not.