

# 全隐式六层原始方程的数值试验

刘 瑞 芝

(中国科学院大气物理研究所)

## 提 要

本文应用一个 $\pi$ 面坐标六层全隐式原始方程非线性迭代求解模式进行了数值试验，取得了初步结果。

为了考验该模式的稳定性，设计了一种简单的理想场在该模式上进行计算，取得了五天稳定的结果，并且用实例计算，取得了48小时的预报结果。所预报的结果并不紊乱，并且能很好地反映实际天气形势演变过程。

由于本模式中所使用迭代法求解计算量太大，为了节省计算时间，将该模式恢复为平流格式，并应用分离解法求解。应用上述的理想场及实际场作试验，结果表明计算量可节省一半。

应用以上模式对不同实例进行计算，其结果说明无论是稳定的天气形势，或是发展的天气形势都能很好地预报出来。

## 一、引 言

早在六十年代世界上一些国家便开始了原始方程的试验研究，目前在国际上已大量使用原始方程进行数值预报及大气环流、气候形成的研究。我国也在六十年代初着手进行了这方面的工作<sup>[1,2]</sup>。曾庆存早在六十年代设计了符合能量守恒规律的全隐式格式的原始方程模式<sup>[3]</sup>。朱抱真等从1976年开始也设计了一个符合瞬时能量守恒显式差分格式的原始方程模式<sup>[4]</sup>。

众所周知，各种原始方程模式中所使用的基本方程相同，但具体处理上各有特点。原始方程比准地转近似模式复杂得多。它对边值、初值以及差分格式等一系列具体问题的处理均要求更为严格。稍不得当，将引起计算紊乱，所以建立一个较好的原始方程计算方案是不简单的，但将其付之实践取得理想的结果也是一项艰巨的工作。

为了进一步提高数值预报的准确率及开展大气环流、气候形成等问题的研究，首先需要建立一个较完整的数值模式。为此，我们构造了一个六层原始方程模式。此模式是在曾庆存早在六十年代所设计的格式的基础上进行的。用 $\pi$ 坐标作为垂直坐标， $\pi = f(\zeta)$ ，而 $\zeta = \frac{(P - P_t)}{(P_t - P_s)}$ ，其中 $P_t$ 和 $P_s$ 分别为最上层及地面气压。我们现在采用的格式是其中

将所有气象变量写在同一等 $\pi$ 面上的一种，因而把地面直接作为一个预报层。与迄今国内外所设计的斜压原始方程模式不同，这些模式将所预报的气象要素分别放在整数层和 $1/2$

1982年10月7日收到，1983年1月4日收到修改稿。

层上, 而地面的要素则通过预报或外推而得。在天气预告中直接预报所有地面要素是有实用价值的, 因此, 在这个模式中我们试图把地面直接作为一个预报层, 以试验其预报效果, 及探讨由此而产生的问题。

为了较好地描写大气的垂直结构, 一般模式所取的垂直差分层次不能过少。但相对对计算机的要求便高了。在目前我国计算机条件有限的情况下, 层次过多不易实现。黄荣辉与李荣凤<sup>[9]</sup>的统计研究结果, 根据大气中温度、风场的垂直分布特征提出最少要用六个参数表示, 否则准确度太差。因此, 在我们的模式中将 $\pi$ 坐标分为六层。

以下分别介绍模式方程及试验结果。

## 二、六层原始方程全隐式非线性迭代灵活性差分方案

### 1. 模式方程

在准静力平衡近似下, 取在 $\pi$ 坐标的斜压大气原始方程差分方程组如下:

$$\left( \frac{\partial_t^+ P_{ct}^* u}{\delta t} \right)_{i,j,k} + \alpha D_{i,j,k}(\vec{w}^* \bar{u}) = \beta(-\bar{P}_{ct}^* \bar{G}_x^{**} + \bar{T}^* \bar{P}_{ct}^* \bar{v}^{**})_{i,j,k} + F_u \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial_t^+ P_{ct}^* v}{\delta t} \right)_{i,j,k} + \alpha D_{i,j,k}(\vec{w}^* \bar{v}) = \beta(-\bar{P}_{ct}^* \bar{G}_y^{**} - \bar{T}^* \bar{P}_{ct}^* \bar{u}^{**})_{i,j,k} + F_v \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial_t^+ c_p P_{ct}^* T}{\delta t} \right)_{i,j,k} + D_{i,j,k}(\vec{w}^* [\alpha c_p \bar{T}^* + \beta \bar{\phi}^{**}]) \\ &= \beta \left[ -\pi' \left( \frac{\partial_x \zeta \bar{\phi}^{**}}{\delta \pi} \right) \left( \kappa \frac{\partial_t^+ P_{ct}^*}{\delta t} \right) + (\bar{P}_{ct}^* \bar{G}_x^{**} \bar{u}^{**} \right. \\ & \quad \left. + \bar{P}_{ct}^* \bar{G}_y^{**} \bar{v}^{**}) \right]_{i,j,k} + F_T \end{aligned} \quad (3)$$

$$\kappa \left( \frac{\partial_t^+ P_{ct}^*}{\delta t} \right)_{i,j} = - \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \left( \frac{1}{\pi'} \right)_k \delta \pi (MN)_{i,i} \left[ \frac{\partial_x U^*}{\delta x} + \frac{\partial_y V^*}{\delta y} \right]_{i,j,k} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} w_{i,j,k+1}^* - w_{i,j,k}^* &= - \left( \frac{\delta \pi}{\pi'} \right)_{k+\frac{1}{2}} \left\{ \kappa \left( \frac{\partial_t^+ P_{ct}^*}{\delta t} \right)_{i,i} + \frac{1}{2} (MN)_{i,i} \right. \\ & \quad \times \left. \left[ \left( \frac{\partial_x \tilde{U}^*}{\delta x} + \frac{\partial_y \tilde{V}^*}{\delta y} \right)_{i,j,k+1} + \left( \frac{\partial_x \tilde{U}^*}{\delta x} + \frac{\partial_y \tilde{V}^*}{\delta y} \right)_{i,j,k} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\phi_{i,j,k+1} - \phi_{i,j,k} = \frac{R}{2} [(T)_{i,j,k} + (T)_{i,j,k+1}] \ln \left( \frac{\zeta_k + P_i/P_{ct}}{\zeta_{k+1} + P_i/P_{ct}} \right)_{i,j} \quad (6)$$

在方程(1)–(3)中所出现的  $D_{i,j,k}(\vec{w}^* \bar{u})$ 、 $D_{i,j,k}(\vec{w}^* \bar{v})$ 、 $D_{i,j,k}(\vec{w}^* [\alpha c_p \bar{T}^* + \beta \bar{\phi}^{**}])$  统一记为  $D_{i,j,k}(\vec{w}^* \bar{F})$ , 它的具体表达式为

$$D_{i,j,k}(\vec{w}^* \bar{F}) = (MN)_{i,i} \left[ \frac{\partial_x U^* \bar{F}}{\delta x} + \frac{\partial_y V^* \bar{F}}{\delta y} \right]_{i,j,k} + \pi'_k \left( \frac{\partial_x w^* \bar{F}}{\delta \pi} \right)_{i,j,k} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \bar{G}_x^{**} = M_{i,i} \left( \frac{\delta \bar{\phi}^{**}}{\delta x} + \frac{R \bar{T}_{ct}^{**}}{\bar{P}_{ct}^*} \cdot \frac{\delta \bar{P}_{ct}^*}{\delta x} \right), \\ \bar{G}_y^{**} = N_{i,i} \left( \frac{\delta \bar{\phi}^{**}}{\delta y} + \frac{R \bar{T}_{ct}^{**}}{\bar{P}_{ct}^*} \cdot \frac{\delta \bar{P}_{ct}^*}{\delta y} \right). \end{cases} \quad (8)$$

$$\bar{T}_{\epsilon}^{**} = \frac{\zeta}{\zeta + \frac{P_t}{P_{\epsilon}^{**}}} \bar{T}^{**} \quad (9)$$

$U_{i,j,k}^*$   
 $V_{i,j,k}^*$

项为垂直方向的平均值,如:

$$\begin{cases} U_{i,j,k}^* = \frac{1}{4} \left[ \frac{\pi'_k}{\pi'_{k+\frac{1}{2}}} \tilde{U}_{i,j,k+1}^* + 2\tilde{U}_{i,j,k}^* + \frac{\pi'_k}{\pi'_{k-\frac{1}{2}}} \tilde{U}_{i,j,k-1}^* \right] (k \neq 1, K) \\ V_{i,j,k}^* = \frac{1}{4} \left[ \frac{\pi'_k}{\pi'_{k+\frac{1}{2}}} \tilde{V}_{i,j,k+1}^* + 2\tilde{V}_{i,j,k}^* + \frac{\pi'_k}{\pi'_{k-\frac{1}{2}}} \tilde{V}_{i,j,k-1}^* \right] \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} U_{i,j,0}^* = \frac{1}{2} (\tilde{U}_{i,j,0}^* + \tilde{U}_{i,j,1}^*) \\ V_{i,j,0}^* = \frac{1}{2} (\tilde{V}_{i,j,0}^* + \tilde{V}_{i,j,1}^*) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} U_{i,j,K}^* = \frac{1}{2} (\tilde{U}_{i,j,K-1}^* + \tilde{U}_{i,j,K}^*) \\ V_{i,j,K}^* = \frac{1}{2} (\tilde{V}_{i,j,K-1}^* + \tilde{V}_{i,j,K}^*) \end{cases} \quad (12)$$

$\tilde{U}_{i,j,k}^*$  及  $\tilde{V}_{i,j,k}^*$  是  $\bar{u}$  及  $\bar{v}$  的水平光滑项,

$$\begin{cases} \tilde{U}_{i,j,k}^* = r' \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{u}}}{N} \right)_{i,j,k} + (1-r') \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{u}}}{N} \right)_{i+1,j,k} \right. \\ \quad \left. + \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{u}}}{N} \right)_{i-1,j,k} + \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{u}}}{N} \right)_{i,j+1,k} + \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{u}}}{N} \right)_{i,j-1,k} \right] \\ \tilde{V}_{i,j,k}^* = r' \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{v}}}{N} \right)_{i,j,k} + (1-r') \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{v}}}{N} \right)_{i+1,j,k} \right. \\ \quad \left. + \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{v}}}{N} \right)_{i-1,j,k} + \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{v}}}{N} \right)_{i,j+1,k} + \left( \frac{\bar{P}_{\epsilon}^{*\bar{v}}}{N} \right)_{i,j-1,k} \right] \end{cases} \quad (13)$$

$\bar{u}$  及  $\bar{v}$  是两个时刻的平均值

$$\begin{cases} u_{i,j,k}^* = r' \times u_{i,j,k} + \frac{(1-r')}{4} (u_{i+1,j,k} + u_{i-1,j,k} + u_{i,j+1,k} + u_{i,j-1,k}) \\ v_{i,j,k}^* = r' \times v_{i,j,k} + \frac{(1-r')}{4} (v_{i+1,j,k} + v_{i-1,j,k} + v_{i,j+1,k} + v_{i,j-1,k}) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} u_{i,j,k}^{**} = r' \times u_{i,j,k}^* + \frac{(1-r')}{4} (u_{i+1,j,k}^* + u_{i-1,j,k}^* + u_{i,j+1,k}^* + u_{i,j-1,k}^*) \\ v_{i,j,k}^{**} = r' \times v_{i,j,k}^* + \frac{(1-r')}{4} (v_{i+1,j,k}^* + v_{i-1,j,k}^* + v_{i,j+1,k}^* + v_{i,j-1,k}^*) \end{cases} \quad (15)$$

$P_t$  为大气上界气压,本文中取  $P_t = 100\text{mb}$ ,  $P_t(x, y, t)$  为地面气压,  $P_{\epsilon} = P_t - P_t$ ,  $P_c = P_t - P_t$ ,  $\zeta = P_c/P_{\epsilon}$ .

$M, N$  为  $x, y$  方向的地图投影放大系数,在北半球极射赤面投影图中  $M = N$ ,  $F_u, F_v$  分别为摩擦项。

$$\bar{f} = f + u \frac{\partial N}{\partial y} - v \frac{\partial M}{\partial x}$$

$\frac{\partial}{\partial x}$  和  $\frac{\partial}{\partial y}$  在区域内点用中央差分。在边界点上相应的用单向差分，统记这样的差分为  $\frac{\delta}{\delta x}$  和  $\frac{\delta}{\delta y}$ 。

$\frac{\partial}{\partial x}$  和  $\frac{\partial}{\partial y}$  在内点表示另一种中央差分，例如

$$\left( \frac{\partial U^* F}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{1}{4\Delta x} [(U_{i+1,i}^* + U_{i,j}^*)(F_{i+1,i} + F_{i,j}) - (U_{i,j}^* + U_{i-1,i}^*)(F_{i,j} + F_{i-1,i})] \quad (16)$$

而在边界上表示另一种单向差分，例如：

$$\left( \frac{\partial U^* F}{\partial x} \right)_{l,j} = \frac{1}{2\Delta x} [4U_{l,j}^* F_{l,i} - (U_{l,i}^* + U_{l-1,i}^*)(F_{l,i} + F_{l-1,i})] \quad (17)$$

所有差分点变化范围是  $1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K$ 。

$$\frac{\delta_t^+ F}{\delta t} = \frac{F_{t+\delta t} - F_t}{\delta t}$$

以上方程组原用在  $\zeta$  坐标面上，大气分为六层，即以 100、300、500、700、850、1000mb 求出的六个  $\zeta$  面，各层之间的  $\Delta\zeta$  是不等距的，因而换算到垂直方向为等距的  $\pi$  坐标上。当  $P = 100\text{mb}$  时  $\pi = 0$ ， $P = 1000\text{mb}$  时  $\pi = 1$ 。

$$\pi'_{k+\frac{1}{2}} = \frac{\delta\pi}{\zeta_{k+1} - \zeta_k} \quad \pi'_{\frac{1}{2}} = \frac{\delta\pi}{\zeta_1} \quad \pi'_{K-\frac{1}{2}} = \frac{\delta\pi}{1 - \zeta_{K-1}}$$

在北半球极射赤面投影图中取正方形区域，正方形网格、空间步长和时间步长分别用  $\delta x$ ， $\delta y$  和  $\delta t$  表示。 $\delta x$  取 540 公里， $\delta t$  取 20 分钟，计算范围取  $37 \times 37$  个格点。

## 2. 灵活性差分格式

在模式方程(1)–(4)中所出现的  $\alpha$ 、 $\beta$ ，我们称之为灵活因子，因此我们把上面模式方程的差分方案称之为灵活性差分方案。在我们的试验中取  $\alpha$  及  $\beta$  均为 1，当  $\alpha$ 、 $\beta$  取不同值时，则可得到各种灵活格式，可用来调整系统的移速（调  $\alpha$ ）和快波对发展过程的影响（调  $\beta$ ），也可用来进行分离解法。当  $\epsilon = 0$  时，就是无辐射近似。我们可以证明上述的差分方案是符合“广义能量守恒”规则的。

## 三、六层原始方程的平流格式及分离解法

如果我们按照模式方程(1)–(6)进行迭代，则计算量势必很大、计算时间需要很长。为了节省计算时间，我们采用分离解法。其差分方案如下：

$$\left( \frac{\delta_t^+ u}{\delta t} \right)_{i,j,k} + \alpha D_{i,j,k} (\vec{w}^* \vec{u}) = \beta (-\bar{G}_x^{**} + \bar{f}^* \bar{v}^{**})_{i,j,k} + F_u \quad (18)$$

$$\left( \frac{\delta_t^+ v}{\delta t} \right)_{i,j,k} + \alpha D_{i,j,k} (\bar{w}^* \bar{v}) = \beta (-\bar{G}_y^{**} - \bar{T}_e^{**})_{i,j,k} + F_v \quad (19)$$

$$\begin{aligned} c_p \left( \frac{\delta_t^+ T}{\delta t} \right)_{i,j,k} + \alpha D_{i,j,k} (\bar{w}^* c_p \bar{T}) &= \beta \left[ -D_{i,j,k} (\bar{w}^* \bar{\phi}^{**}) \right. \\ &\quad \left. - \kappa \left( \frac{x'_k}{P_{ce}^*} \zeta \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \pi} \frac{\delta_t^+ P_{ce}^*}{\delta t} \right) + \bar{G}_x^{**} \bar{u}^{**} + \bar{G}_y^{**} \bar{v}^{**} \right]_{i,j,k} + F_T \end{aligned} \quad (20)$$

$$\kappa \left( \frac{\delta_t^+ P_{ce}^*}{\delta t} \right)_{i,j} = - \sum_{k=1}^K \xi_k \left( \frac{1}{\pi'} \right)_k \delta \pi (MN)_{i,j} \left[ \frac{\partial_x U^*}{\partial x} + \frac{\partial_y V^*}{\partial y} \right]_{i,j,k} \quad (21)$$

$$\begin{cases} w_{i,j,k+1}^* - w_{i,j,k}^* = - \left( \frac{\delta \pi}{\pi'} \right)_{k+\frac{1}{2}} \left\{ \kappa \left( \frac{\delta_t^+ P_{ce}^*}{\delta t} \right)_{i,j} \right. \\ \quad \left. + \frac{1}{2} (M, N)_{i,j} \left[ \left( \frac{\partial_x U^*}{\partial x} + \frac{\partial_y V^*}{\partial y} \right)_{i,j,k+1} \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \left( \frac{\partial_x U^*}{\partial x} + \frac{\partial_y V^*}{\partial y} \right)_{i,j,k} \right] \right\} \\ w_{i,j,1}^* = 0 \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} \phi_{i,j,k-1} - \phi_{i,j,k} = \frac{R}{2} [T_{i,j,k} + T_{i,j,k-1}] \ln \left( \frac{\xi_k + P_t/P_{ce}}{\xi_{k-1} + P_t/P_{ce}} \right)_{i,j} \\ \phi_{i,j,K} = (\phi_e^{**})_{i,j} \end{cases} \quad (23)$$

以上方程含  $\alpha$  项是平流项，主要对应于演变过程，含  $\beta$  项对应于适应过程。Маруук、曾庆存已经证明，在一般情况下适应过程是一个快过程，演变过程是一个慢过程，两者在时间尺度上是可以区分开来的<sup>[6]</sup>。在一个短的时段中它们之间的影响甚微，可以忽略。所以，我们计算平流项时不考虑含  $\beta$  项，计算适应项时不考虑含  $\alpha$  项。两个过程的特征时间尺度不同，在计算中可取不同的  $\Delta t$ ，这样可以节省计算时间。

以上方程组中一些项的具体表达式如下：

$$\begin{aligned} D_{i,j,k} (\bar{w}^* F) &= M_{i,j} \left[ \bar{u}^* \frac{\partial_x \bar{F}}{\partial x} + \bar{v}^* \frac{\partial_y \bar{F}}{\partial y} + \frac{\pi' w^*}{P_{ce}^*} \frac{\partial_z \bar{F}}{\partial \pi} \right]_{i,j,k} \\ \bar{G}_x^{**} &= M_{i,j} \left( \frac{\partial_x \bar{\phi}^{**}}{\partial x} + \frac{R \bar{T}_e^{**}}{P_{ce}^*} \cdot \frac{\partial \bar{P}_{ce}^*}{\partial x} \right)_{i,j,k} \\ \bar{T}_e^{**} &= \frac{\xi}{\xi + P_t/P_{ce}^{**}} \bar{T}^{**} \end{aligned}$$

其它符号与上一节中相当的符号一致，不另赘述。

在分解算法中，我们将左端垂直平流项中的铅直速度合并计算，将不分出其适应部分，以减少右端的计算量，从结果来看这样计算仍能保持稳定。

对于地面气压，由平流过程引起的气压变化远小于在适应过程中由辐射辐合所引起的变化。因此，我们在平流过程中计算的  $\partial p / \partial z$  只用于铅直速度的计算，地面气压不加外推，而在适应过程中将预报地面气压。这样处理，既不伤害物理本质，又使计算量减少。

#### 四、初值与边值的处理

##### 1. 初始条件

为简单起见，本文初始风场采用地转风关系，由所给的各层标准等压面初始高度求

出。

初始温度场可用静力方程由所给的各层标准等压面上的初始高度进行计算。

$$T_{i,j,k} = -\frac{1}{R} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \ln P} \right)_{i,j,k}$$

$T_{i,j,1} = T_{i,j,2}$ , 后改为垂直单向差分计算。

$$T_{i,j,k} = 2T_{i,j,K-1} - T_{i,j,K-2}$$

## 2. 边界条件

本文取刚体边界, 即

$$u_{i,j,k} = u_{i,j,k} = 0$$

$$v_{i,j,k} = v_{i,j,k} = 0$$

$$w_{i,j,k} = w_{i,j,k} = 0$$

$\phi_{i,j,K} = (\phi^{**})_{i,j}$ , 在不考虑地形时恒为零。

## 五、数值试验结果

上面我们简单地阐述了本模式的构造及差分方案, 下面我们分别用理想场与实际场进行试验。

### 1. 理想场试验结果

为了检验本模式的性能及计算的稳定性, 本文用简单的公式构造了一种理想场, 即用以下公式构造出各层初始温度场:

$$\begin{aligned} T(x, y, p) &= \bar{T}(p) + T'(x, y, p) + T''(x, y, p) \\ \begin{cases} T'(x, y, p) = -A_1 e^{-R^2/B_1} & (R < a) \\ T'(x, y, p) = 0 & (R \geq a) \end{cases} \\ \begin{cases} T''(x, y, p) = -A_2 e^{-R'^2/B_2} & (R' < b) \\ T''(x, y, p) = 0 & (R' \geq b) \end{cases} \end{aligned}$$

式中  $\bar{T}(p)$  是垂直坐标的函数,  $R$  为所计算点到极地的距离。 $R'$  为到所选定任一固定点的距离。 $A_1, A_2, B_1, B_2, a, b$  均为常数, 可根据所设计的理想场低压中心的强度、扰动强度及扰动中心的位置而任意选择。本文内所用的各常数值分别如下:  $A_1 = 10, A_2 = 5, B_1 = 60, B_2 = 20, a = 17, b = 6, T(1) = 234, T(2) = 262, T(3) = 276, T(4) = 286, T(5) = 292, T(6) = 298$ , 所选扰源中心位置为  $A(16, 16)$ 。

显然, 用上式所构造的温压场是一个绕极地的偏心涡。它在垂直方向分布是一致的, 不随高度倾斜。用此温度场便可求出初始高度场。图 1 给出了 500 毫巴的理想高度场分布。将此理想场用在第二节所述的全隐式非线性迭代方案中进行计算, 取得了五天稳定的结果。

我们可以看一下用此理想场所计算的五天预报结果。

初始时刻在北半球范围内只有一个含有闭合中心的大槽。在预报过程中, 最初阶段

出现超长波后退，之后该系统缓慢东移，至第三天大槽开始东移到初始时刻位置。以后继续缓慢东摆。闭合中心始终存在。其它各层系统的演变过程与 500 毫巴上的情况大致相

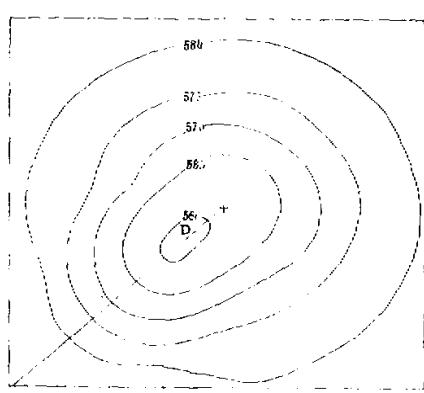


图 1 理想场 500 毫巴形势图

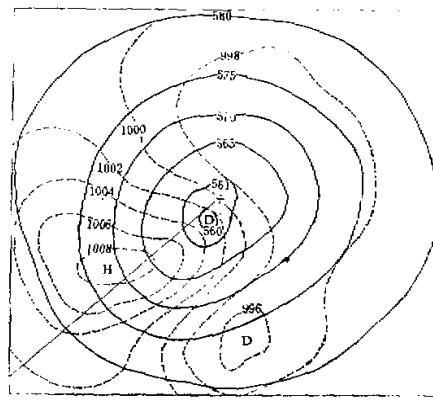


图 2 理想场 500 毫巴(实线)、  
地面气压(虚线)五天预报图

同，只是在高层及低层东移速度略有不同。地面初始气压场全场均取为 1000 毫巴，到第五天已形成与高空形势相匹配的地面气旋与反气旋的分布。图 2 给出了第五天 500 毫巴(实线)形势分布及地面气旋与反气旋的分布(虚线)。

从以上理想场计算结果来看形势的演变是合理的，计算是稳定的。从这个理想场试验结果可以初步认为该模式是稳定的。

## 2. 用全隐式非线性迭代方案对实例预报试验结果

要真正考察模式的性能及计算的稳定性，我们必须采用实际场。这里我们选用 1976

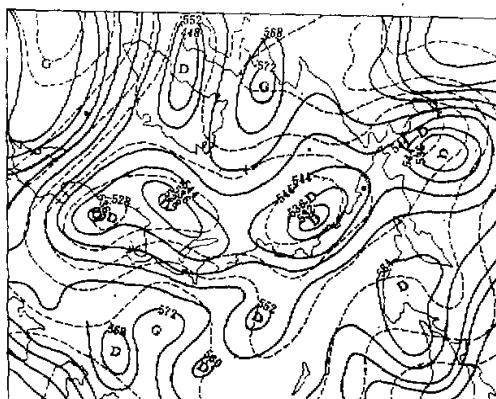


图 3 1976 年 7 月 28 日 20 时(北京时)500 毫巴形势图(实线)与 500 毫巴用分离  
解法所作的 48 小时高度预报图(虚线)

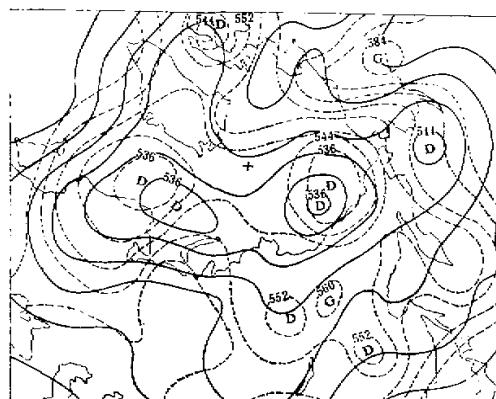


图 4 1976 年 7 月 28 日 20 时(北京时)500 毫巴 48 小时高度预报(实线)及 1976 年 7 月 30 日 20 时(北京时)500 毫巴形势图(虚线)

年 7 月 28 日的各层高度分布做为预报个例, 图 3 给出 500 毫巴初始高度分布。我们可以看到这天北半球 500 毫巴的天气形势偏于高指数环流。整个北半球为四槽四脊的形势。主要脊区分布在乌拉尔山、西太平洋、北美西部(高压向北伸至格陵兰以西)及大西洋上空。强度都很弱。主要的大槽分布在欧洲西部、太平洋中部、乌拉尔以东, 以及格陵兰西南。其中位于欧洲的槽北部穿过新地岛与太平洋中部的大槽相通。极地为高压脊所控制。图 4 给出 48 小时预报结果(实线)及实况(虚线)。从两天预报结果来看, 500 毫巴大形势的分布基本上是稳定的, 没有明显的变化。仅在系统的强度上略有变化。格陵兰西部高压中心减弱与北美西部高压脊合并。24 小时后堪察加半岛以东的低压中心减弱。咸海和黑海北部的小槽消失。我们将预报结果与实况比较, 可见北半球主要的天气形势与实况相当一致。实况是北半球大形势的分布在这三天以内都是稳定的。不足之处是对个别系统只预报其减弱, 而实际上是消失了。如堪察加半岛以东的低中心仅预报出 24 小时后减弱, 而没有报出其消失。从东亚来看, 预报两天内主要为槽区所控制; 这一点与实况相符。但实况中不断有小股冷空气活动形成小波动东移, 在预报图上反映得不明显。估计由于我们所取的网格太大, 对小波动的预报效果产生一定的影响。

在本模式中初始地面气压场均假设为 1000 毫巴, 24 小时后地面气压场基本上模拟出来, 图 5 给出 24 小时地面气压预报(实线), 在贝加尔湖以东气旋中心为 994 毫巴, 贝加尔湖以西乌拉尔以东有反气旋, 中心强度为 1000 毫巴。里海以北为气旋, 其中心强度为 996 毫巴。与实况(见图 6)相比, 主要的气压系统分布与实况一致。贝加尔湖东侧, 南北方向分布的低压预报得很好, 不足之处是气旋中心在贝加尔湖东南, 而不在西北部。所预报的系统强度与实况也有出入。贝湖以西反气旋强度预报为 1000 毫巴, 而实况为 1015 毫巴。贝湖以东气旋中心强度预报值也较实况弱。

为了试验地面气压初值的作用, 我们又做了另一试验。地面气压场初值用实际场。预报结果见图 5 中虚线分布。所预报地面气压系统的分布与地面气压初值取 1000 毫巴的结果基本一致, 略有改进。贝加尔湖以东的气旋中心位置更接近实况, 但气旋中心强度

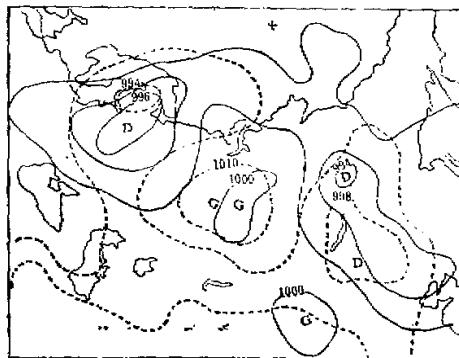


图 5 1976 年 7 月 28 日 20 时(北京时)地面气压 24 小时预报。实线为  $p_0 = 1000$  毫巴,  
虚线为  $p_0$  用实际场

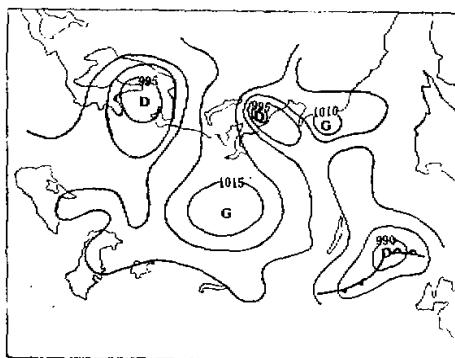


图 6 1976 年 7 月 29 日 20 时(北京时)地面气压分布图

预报得仍太弱。贝湖以西的反气旋强度预报值为 1010 毫巴, 虽比实况低 5 个毫巴, 但较前者有改进。

从上述预报结果可以看到地面气压场由不正确的初值, 24 小时可以模拟出与高空相匹配的场来。但若用实际的初始值则可预报出更好的地面气压场。因此, 我们认为在短期预报中用实际的初始地面气压所得的预报结果会更好一些。

### 3. 用分离解法对实例预报试验结果

我们用本文中所构造的理想场, 用分离解法作过计算, 预报效果与迭代法的效果相同, 这里不做介绍。这里仅介绍用分离解法对实例预报的结果。为了了解两种方法预报的效果是否一致, 我们采用了同样的个例。图 3 虚线给出了 1976 年 7 月 28 日 500 毫巴高度场用分离解法所作的 48 小时预报结果。从两天预报的结果可以看到 500 毫巴大形势的分布基本上是稳定的。主要的四个槽区分布在欧洲西部、贝加尔湖西部、太平洋中部和格陵兰西南。这种稳定的形势与实际情况相当一致。个别系统的强度预报结果与实况

有些差距。例如堪察加半岛以东的低中心在 48 小时后消失，这里只预报其减弱。尤其在东亚地区有小波动东移，在预报图上反映得不明显。虽然预报结果有不足之处，但是对北半球主要天气系统在两天内的演变情况能够预报正确。因此，我们认为所得结果是令人满意的。综上所述，两种方法预报的效果是相同的。

比较图 4(实线)及图 3(虚线)，可直接看到用两种不同解法所得的结果基本相同。虽然略有差异，但并无本质区别。用分离解法的计算速度要比迭代法快一倍。所以分离解法的计算方案是可用的。

## 六、结束语

一个用在  $\pi$  坐标面上的六层原始方程灵活差分格式迭代求解方案经过预报实践，取得了成功的结果。该模式相当庞大而复杂，计算量很大，为了节省预报时间，我们在此试验的基础上将该模式改为分离解法，用相同的个例作预报试验，结果表明两种方法所得效果一致，而用分离解法求解时所用的计算时间却减少了一半。

计算结果证明我们所用的模式性能是好的，计算方案是稳定的。

本文仅给了两天实例预报结果，用这个模式可以预报出更长时间的结果，但在三天以后边界附近将会出现紊乱现象。从垂直方向看，紊乱现象首先从 100 毫巴开始。从水平分布看紊乱现象从左下角开始出现。估计这种紊乱现象是由于该模式中边界附近引用了单向差分而引起的。在今后的工作中准备对此问题做进一步改进。

本文中另一不足之处是所用差分网格的格距太大，对尺度较小的天气系统不能很好地反映出来。关于缩小格距的工作已着手进行。

本文承蒙曾庆存同志热情帮助，不胜感谢。

## 参考文献

- [1] 曾庆存，二层模式的完整流体力学方程组在短期天气预报中的应用，动力气象论文集(二)，科学出版社，1963。
- [2] 刘瑞芝、张济朋，正压原始方程的一个数值试验，气象学报，第 35 卷第 1 期，1965。
- [3] 曾庆存、季仲贞、袁重光，原始方程差分格式的设计，第二次全国数值天气预报会议论文集，1980。
- [4] 朱抱真等，一个包括地形和非绝热作用的原始方程数值模式，气象学报，第 38 卷第 2 期，1980。
- [5] 黄荣辉、李荣凤，大气气温和风场垂直分布的统计特征及其在设计数值天气预报模式中的应用，大气科学，第 5 卷，第 3 期，1981。
- [6] 曾庆存，大气中的适应过程和发展过程(一)，气象学报，第 33 卷第 2 期，1963。

## NUMERICAL EXPERIMENT OF SIX-LEVEL IMPLICIT PRIMITIVE MODEL

Liu Ruizhi

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

### Abstract

In this paper a numerical test for the Northern Hemisphere is carried out, in which the iteration method is used to solve a six-level implicit primitive equation system written in a  $\pi$  coordinate, where  $\pi = f(\xi)$ ,  $\zeta = \frac{P - P_s}{P_s - P_t}$ , and  $P$ ,  $P_s$  and  $P_t$  are the pressure at any level, the surface and the highest level respectively. The interval of  $\pi$  between any two normal atmosphere levels is equal.

First we test the stability of this model by using an ideal initial field and make weather forecasting. A five-day stable output is obtained. Then we give some examples of weather forecasts for 48 hours using the synoptic map as the initial data. The results are satisfactory.

In order to save the computational time we have suggested a split method. Comparison between the forecasts with and without the split method shows that their results are very similar, but the computational time is much saved with the split method.