

大气环流形态的分支现象

李麦村

罗哲贤

(中国科学院大气物理研究所)

(甘肃省气象局)

提 要

本文用二层准地转截断谱模式,研究了大气环流形态的分支现象。结果指出:依赖于热力强迫的不同取值,模式大气将显示出等温静止或 Hadley 环流两类定常流型, Hadley 流型并具有基本解的属性。在热力强迫达到 Hadley 流型的分支点以前, Hadley 流型是稳定的;到达分支点后, Hadley 流型不稳定,激发出新的流型,显现出分支现象。绝热无地形时,分支出瞬变斜压波;绝热有地形时,在不同的分支点分别激发出地形驻波与地形瞬变波;非绝热时,分支出非绝热驻波或非绝热驻波与瞬变斜压波的混合波型,非绝热驻波失稳激发出二级分支,显现出非绝热慢波或非绝热慢波与瞬变斜压波的混合波型。因而,可以将等温静止、Hadley 环流、瞬变斜压波、地形瞬变波、地形驻波、非绝热驻波与非绝热慢波等大气环流的基本形态,归纳在一个大气环流的分支体系之中。

一、前 言

自从 Lorenz 首先提出用截断谱模式研究大气环流以来,沿着这条途径已进行了一系列的研究。近来,Charney 在 Lorenz 的模式^[1]中加进地形与 β 效应,清晰地提出了环流形态的多平衡态特征,并指出:平衡态失稳时,将激发出与低频 Rossby 波相似的周期振动^[2]。这样,Charney 就揭示出环流形态的分支现象。但这些分支限于 Hadley 环流的地形不稳定与斜压不稳定所激发的驻波形态以及中期时间尺度的周期态。本文试图在更广泛的范围内分析环流形态的分支现象,以进一步认识大气环流系统。

二、模 式

将涡度方程写在第 1、3 层上,热力学方程写在第 2 层上,得:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_1 + J(\phi_1, \nabla^2 \phi_1 + \beta^* y) = f_0 \frac{\omega_2}{p_2} + a \nabla^4 \phi_1 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_3 + J(\phi_3, \nabla^2 \phi_3 + \beta^* y) = -f_0 \frac{\omega_2}{p_2} + a \nabla^4 \phi_3 - \frac{f_0}{H} J(\phi_3, h) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + J(T_2, \phi_2) = \frac{p_2 \sigma_2}{R} \omega_2 + \frac{Q}{c_p} \quad (2.3)$$

式中 $\phi_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为 250、500、750mb 上的地转流函数, ω_2 为 500mb 上的垂直速

1981 年 12 月 17 日收到, 1982 年 9 月 15 日收到修改稿。

度, $\beta^* = \frac{df}{dy}$, f 为柯氏参数, σ_s 为静力稳定度, H 、 R 分别为均质大气高度及气体常数.

单位质量大气的加热率 Q 为^[3]:

$$Q = \frac{g}{p_s} \{[(s_s + \Gamma_{s*}) + (1 - \Gamma)E_s + C - \Gamma(E_L + M)] - \mu\sigma T_2^4\} \quad (2.4)$$

式中

$$\mu = (1 - \Gamma)\nu \downarrow + \nu \uparrow.$$

注意到用截断谱途径难以解析地处理 T_2^4 项, 令(2.4)式中 $T_2(x, y, t)$ 有以下形式:

$$T_2(x, y, t) = \tilde{T}_2(x, y) + T_2'(x, y, t)$$

式中 $\tilde{T}_2(x, y)$ 为 T_2 的多年平均值. 在略去 $(T_2')^2$ 项的近似下, 得:

$$Q = c_p(G - kT_2) \quad (2.5)$$

式中

$$G = \frac{g}{c_p p_s} [(s_s + \Gamma_{s*}) + (1 - \Gamma)E_s + C - \Gamma(E_L + M) + 3\mu\sigma\tilde{T}_2^4]$$

$$k = \frac{4\mu\sigma g \tilde{T}_2^3}{c_p p_s}$$

故热力学方程为:

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + J(T_2, \phi_2) = \frac{p_s \sigma_s}{R} \omega_2 + G - kT_2 \quad (2.6)$$

令

$$\begin{aligned} & (x, y, t, \phi_i, T_2, \omega_2, h, a, \beta^*) \\ & = (Lx', Ly', f_0^{-1}t', L^2 f_0 \phi_i', 2L^2 f_0 R^{-1} T_2', \\ & p_0 f_0 \omega_2', Hh', L^2 f_0 a_h', f_0 L^{-1} \beta^*) \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

略去“,”得模式的无量纲形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_1 + J(\phi_1, \nabla^2 \phi_1 + \beta^* y) = 2\omega_2 + a_h \nabla^4 \phi_1 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_3 + J(\phi_3, \nabla^2 \phi_3 + \beta^* y) = -2\omega_2 + a_h \nabla^4 \phi_3 - J(\phi_3, h) \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + J(T_2, \phi_2) = \lambda_\omega \omega_2 + b_1 T_1^* T_2 + G^{(N)} \quad (2.9)$$

式中

$$\lambda_\omega = \frac{p_s^2 \sigma_s}{f_0 L^2} \quad b_1 = \frac{-16\mu\sigma g L^6 f_0^6}{c_p R^3 p_s}$$

T_1^* 、 $G^{(N)}$ 分别为 $\tilde{T}_2^4$ 、 G 的无量纲量.

令 $\phi_1 = \phi + \theta$, $\phi_3 = \phi - \theta$, $\phi_2 = \phi$,

$$(\phi, \theta, h, \omega_2) = \sum_{i=1}^6 (\phi_i, \theta_i, h_i, \omega_i) F_i,$$

$$(T_2, T_1^*, G^{(N)}) = \sum_{i=0}^6 (T_i, T_{1i}, G_i) F_i,$$

F_i 的表达式与文[2]同, 即

$$F_0 = 1, \quad F_1 = F_A = \sqrt{2} \cos y, \\ F_2 = F_k = 2 \cos nx \sin y, \quad F_3 = F_L = 2 \sin nx \sin y,$$

$$F_4 = F_c = \sqrt{2} \cos 2y, \quad F_5 = F_M = 2 \cos nx \sin 2y, \quad F_6 = F_N = 2 \sin nx \sin 2y.$$

β 平面的南北边界为 $y = 0, y = \pi$; 在南北边界 $v_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$); 东西方向为周期性边界条件。

无量纲方程低谱展开后, 得到谱展式方程组。在 y 方向二波分量及 x 方向热源分量为零的情况下, 谱展式方程为:

$$\dot{\phi}_A = -a_A \phi_A + \frac{1}{2} h_{01} (\phi_L - \theta_L) \quad (2.10)$$

$$\dot{\phi}_k = \beta_1 \phi_L - B_{22} \phi_k - \beta \alpha (\phi_A \phi_L + \theta_A \theta_L) \quad (2.11)$$

$$\dot{\phi}_L = -\beta_1 \phi_k - B_{22} \phi_L + \beta \alpha (\phi_A \phi_k + \theta_A \theta_k) - \frac{1}{2} h_{n1} (\phi_A - \theta_A) \quad (2.12)$$

$$\dot{\theta}_A = -\alpha_A (\theta_k \phi_L - \phi_k \theta_L) - \frac{\gamma_A}{2} h_{0A} (\phi_L - \theta_L) + E_A \theta_A + \frac{b_1 T_{10}}{1 + \gamma_A} \theta_A \\ + \frac{b_1 T_{1A}}{1 + \gamma_A} T_0 + G_A \quad (2.13)$$

$$\dot{\theta}_k = -B_2 \phi_A \theta_L + B_1 \phi_L \theta_A + \gamma_b \beta_{1b} \theta_L + E_k \theta_k \quad (2.14)$$

$$\dot{\theta}_L = B_2 \phi_A \theta_k - B_1 \theta_A \phi_k - \gamma_b \beta_{1b} \theta_k + \frac{\gamma_b}{2} h_{nA} (\phi_A - \theta_A) + E_k \theta_L \quad (2.15)$$

$$\dot{T}_0 = b_1 T_{1A} \theta_A + b_1 T_{10} T_0 + G_0 \quad (2.16)$$

这时, 已假设 $\tilde{T}_2$ 只是 y 的函数, h 的谱分量除 h_k 外均为零。参数: $\beta = \frac{n^2}{n^2 + 1}$, n

为 β 平面内东西向波数, $\alpha = \frac{8\sqrt{2}n}{3\pi}$, $\gamma_A = \frac{p_2^2 \sigma_s}{2f_0^2 L^2}$, $p_2 = 500\text{mb}$, $\sigma_s = 10^{-4} \text{cm}^4 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$,

f_0 为 45°N 处柯氏参数, L 为水平波长, 取 $L = \frac{5000}{\pi} \text{km}$, $\gamma_b = \frac{\gamma_A}{1 - \beta}$, $\gamma'_b = \frac{\gamma_A}{(1 - \beta)^2}$,

$h_k = 0.1$, $h_{01} = \alpha h_k$, $h_{n1} = \frac{h_{01}}{n^2 + 1}$, $h_{0A} = \frac{h_{01}}{1 + \gamma_A}$, $h_{nA} = \frac{h_{n1}}{1 + \gamma_b}$, $\beta_1 = \frac{n}{n^2 + 1} \beta^*$,

$\beta^* = \frac{2Q \cos \varphi_0}{a_1 f_0 L^{-1}}$, a_1 为地球半径, Q 为地球自转角速度。 $\alpha_A = \frac{\alpha}{1 + \gamma_A}$, $\alpha_B = \frac{\alpha}{1 + \gamma_b}$, $\beta_{1b} =$

$\frac{\beta_1}{1 + \gamma_b}$, $B_1 = \alpha_B (1 - \gamma_b \beta)$, $B_{12} = \frac{\alpha_k}{1 - \beta}$, $B_2 = \alpha_B (1 + \gamma_b \beta)$, $E_A = \frac{-\alpha_A \gamma_A}{1 + \gamma_A}$, $E_k =$

$\frac{-\alpha_A \gamma'_b}{1 + \gamma_b}$, a_h 为 a 的无量纲量, a 为水平粘滞系数。

本文模式与 Charney^[2] 的相比, 除了摩擦项不同以外, 还有两个差别。一是热源项。文[2]的热源项为牛顿加热形式, 即 $\lambda^2 h'_d [(\phi_1 - \phi_2)^* - (\phi_1 - \phi_2)]$ 的形式, $\lambda^2 h'_d$ 取固定参数值。由 (2.5) 式, 这里热源项取 $G - kT_2$ 的形式, k 依赖于 $\tilde{T}_2$, 当 $\tilde{T}_2$ 取固定参数值时, 将等价于牛顿加热形式。我们取 $\tilde{T}_2$ 为 y 的函数, 低谱展开时, 热源项相应地为非线性项而不是牛顿加热形式的线性项。一是令 β 平面平均温度 T_0 为时间的函数, 以考虑较长时间尺度的问题。在文[2]中, T_0 为常数。

由(2.10)–(2.16)式,可得定常方程组:

$$-a_h \bar{\phi}_A + \frac{1}{2} h_{01} (\bar{\phi}_L - \bar{\theta}_L) = 0 \quad (2.17)$$

$$\beta_1 \bar{\phi}_L - B_{22} \bar{\phi}_k - \beta_a (\bar{\phi}_A \bar{\phi}_L + \bar{\theta}_A \bar{\theta}_L) = 0 \quad (2.18)$$

$$-\beta_1 \bar{\phi}_k - B_{22} \bar{\phi}_L + \beta_a (\bar{\phi}_A \bar{\phi}_k + \bar{\theta}_A \bar{\theta}_k) - \frac{1}{2} h_{01} (\bar{\phi}_A - \bar{\theta}_A) = 0 \quad (2.19)$$

$$-\alpha_A (\bar{\theta}_k \bar{\phi}_L - \bar{\theta}_L \bar{\phi}_k) - \frac{\gamma_a}{2} h_{0A} (\bar{\phi}_L - \bar{\theta}_L) + E_A \bar{\theta}_A + \frac{b_1 T_{10}}{1 + \gamma_a} \bar{\theta}_A + \frac{b_1 T_{1A}}{1 + \gamma_a} \bar{T}_0 + G_A = 0 \quad (2.20)$$

$$-B_2 \bar{\phi}_A \bar{\theta}_L + B_1 \bar{\phi}_L \bar{\theta}_A + \gamma_b \beta_{1b} \bar{\theta}_L + E_k \bar{\theta}_k = 0 \quad (2.21)$$

$$B_2 \bar{\phi}_A \bar{\theta}_k - B_1 \bar{\theta}_A \bar{\phi}_k - \gamma_b \beta_{1b} \bar{\theta}_k + \frac{\gamma_b}{2} h_{0A} (\bar{\phi}_A - \bar{\theta}_A) + E_k \bar{\theta}_L = 0, \quad (2.22)$$

$$b_1 T_{1A} \bar{\theta}_A + b_1 T_{10} \bar{T}_0 + G_0 = 0 \quad (2.23)$$

三、模式大气的等温静止状态与 Hadley 环流

由(2.17)–(2.23)式,在

$$Q_A = \frac{b_1 T_{10}}{1 + \gamma_a} \bar{\theta}_A + \frac{b_1 T_{1A}}{1 + \gamma_a} \bar{T}_0 + G_A = 0 \quad (3.1)$$

的约束下,

$$\bar{\phi}_i = \bar{\theta}_i = 0 \quad (i = A, k, L)$$

$$\bar{T}_0 = \frac{G_0}{|b_1| T_{10}}$$

是(2.17)–(2.23)式的一组平衡解. 说明: 热源纬向梯度 Q_A 为零时, 将显现出等温静止的定常流型. 如 $Q_A \neq 0$, 等温静止状态亦不存在. 在有摩擦、无地形时, 有以下一组平衡解:

$$\bar{\theta}_A^{(1)} = \frac{(1 + \gamma_a) G_A T_{10} - G_0 T_{1A}}{b_1 (T_{1A}^2 - T_{10}^2) + \gamma_a a_h T_{10}} \quad (3.2)$$

$$\bar{\omega}_A = -\frac{a_h}{2} \bar{\theta}_A^{(1)} \quad (3.3)$$

$$\bar{T}_0^{(1)} = \frac{G_0}{|b_1| T_{10}} - \frac{T_{1A}}{T_{10}} \bar{\theta}_A^{(1)} \quad (3.4)$$

$$\bar{\phi}_i = \bar{\theta}_i = 0 \quad (i = k, L) \quad (3.5)$$

在有地形、无摩擦时, 可得 $\bar{\phi}_A = \bar{\theta}_A \neq 0$, $\bar{\phi}_i = \bar{\theta}_i = 0$ ($i = k, L$) 的平衡解. 在无地形、无摩擦时, 可得 $\bar{\phi}_A \neq 0$, $\bar{\theta}_A \neq 0$, $\bar{\phi}_i = \bar{\theta}_i = 0$ ($i = k, L$) 的平衡解. 这些平衡解均为纬向对称流型. 如(3.2)–(3.5)式描述的是 250、750 mb 为纬向气流, 由于摩擦作用在 500mb 产生了垂直运动. 本文称这些纬向对称流型为 Hadley 流型. 在模型实验中, 只要热力 Rossby 数不等于零, 或经向温度差不等于零, 即呈现 Hadley 流型, 与这里

的讨论有相似之处. 从(2.17)–(2.23)式可以判断, 只要 Q_A 取非零实数, 该定常方程组总有一组平衡解是纬向对称流型. 据此, 称 Hadley 流型为模式大气的基本解. 所谓基本解, 指的是不论强迫参数如何变化均存在的一组平衡解. 下面将指出, 在 Q_A 的一定范围内, Hadley 流型是稳定的, 到达分支点后, Hadley 流型失稳, 在基本解上出现分支, 显示出新的环流形态.

四、绝热条件下 Hadley 环流的分支

由(2.10)–(2.16)式, 可求出关于扰动量 $\phi'_i, \theta'_i, T'_0 (i = A, k, L)$ 的方程组, 由该方程组, 可得判断平衡解稳定性的特征方程. 绝热、无摩擦、无地形时, 判断 Hadley 流型稳定性的特征方程为:

$$\lambda^2 \{ \lambda^4 + [\alpha_{n1} + \alpha_{n2} - 2\beta\alpha B_1 \bar{\theta}_A'] \lambda^2 + [\alpha_{n1}\alpha_{n2} + \beta\alpha B_1 \bar{\theta}_A'^2] \} = 0 \quad (4.1)$$

式中 $\alpha_{n1} = \beta\alpha\bar{\phi}_A - \beta_1$, $\alpha_{n2} = B_2\bar{\phi}_A - \tau_b\beta_{1b}$.

$\bar{\theta}_A < \bar{\theta}_A^{(1)}$ 时, (4.1) 式无正实部根, Hadley 环流稳定. $\bar{\theta}_A \geq \bar{\theta}_A^{(1)}$, $\theta_A \approx \theta_A^{(1)}$ 时, (4.1) 式除了两个实部为负的根外, 有且仅有一对正实部共轭复根⁽⁴⁾, 将激发且只能激发瞬变周期振动. 这里,

$$\bar{\theta}_A^{(1)} = \frac{\beta_1 - \tau_b\beta_{1b}}{(\beta_a - B_2)^2 - 4\beta\alpha B_1} [\beta\alpha - B_2 - 2\sqrt{\beta\alpha B_1}] \quad (4.2)$$

$$\bar{\theta}_A^{(2)} = \frac{\beta_1 + \tau_b\beta_{1b}}{\beta\alpha + B_2} \quad (4.3)$$

并设 $\bar{\theta}_A = \bar{\theta}_A^{(1)}$ 时, $Q_A = Q_A^{(1)}$.

在绝热、有摩擦、无地形的条件下, 判断 Hadley 流型稳定性的特征方程为:

$$(\lambda + a_n)(\lambda - E_A)\Delta_c = 0 \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_c = & \left(\lambda - \frac{1}{2}(E_k + B_{22}) \right)^4 + (\beta_1^2 + \tau_b^2\beta_{1b}^2 - 2B_1\beta\alpha\bar{\theta}_A') \\ & \times \left(\lambda - \frac{1}{2}(E_k + B_{22}) \right)^2 + (\tau_b\beta_{1b}\beta_1 + \beta\alpha B_1\bar{\theta}_A')^2 \end{aligned} \quad (4.5)$$

这时, 用到了 $E_k \doteq \frac{1}{2}(E_k + B_{22}) \doteq B_{22}$ 的近似. 与(4.1)式相比, 可见摩擦作用进入了(4.4)式. 比较(4.1)、(4.4)式解的性质, 可以判断摩擦作用的影响. 结果与无摩擦的情况类似, $Q_A < Q_A^{(1)}$ 时, 方程(4.4)无实部为正的根, Hadley 流型稳定; $Q_A \geq Q_A^{(1)}$ 时, 除两个实部为负的根外, (4.4)式有且仅有一组正实部共轭复根, 因而, 在 $Q_A = Q_A^{(1)}$ 处, Hadley 环流能且仅能分支出瞬变周期波. 这里

$$Q_A^{(1)} = |E_A| \frac{\beta_1 - \tau_b\beta_{1b}}{2\sqrt{\beta\alpha B_1}} \quad (4.6)$$

该周期波的圆频率为:

$$\lambda_c = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\beta_1^2 + \tau_b^2\beta_{1b}^2 - 2B_1\beta\alpha(\bar{\theta}_A^{(1)})^2} \quad (4.7)$$

以上关于 Hadley 环流稳定性的分析说明: 在 $0 < Q_A < Q_A^{(1)}$ (无摩擦) 或 $0 < Q_A <$

$Q_A^{(0)}$ (有摩擦) 的范围内, Hadley 环流稳定. 当 Q_A 加大到 $Q_A^{(0)}$ (无摩擦) 或 $Q_A^{(0)}$ (有摩擦) 时, Hadley 环流失稳, 这时, 除了实部非正值的根以外, 特征方程有且仅有一对带正实部的共轭复根. 因此, 在 $Q_A = Q_A^{(0)}$ 或 $Q_A = Q_A^{(0)}$ 处, 能且仅能激发出瞬变周期波, 显现出 Hadley 平衡解与瞬变周期波的结合. 解的结合点即为分支点, 特征方程解的性质决定了该分支点为 Hopf 分支点, 瞬变周期波即为 Hadley 环流的一个 Hopf 分支. 考虑到这个瞬变周期波是在绝热无地形的条件下激发出来的, 可以判断, 这是 Hadley 环流的斜压不稳定激发的, 称为瞬变斜压波. 以 $n = 2$, $a = 5 \times 10^9 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ 代入 (4.2)、(4.6) 式, $Q_A = Q_A^{(0)}$ 、 $Q_A = Q_A^{(0)}$ 的约束条件相当于 250—750mb 纬向风速切变分别为 11m/s 和 10m/s, 与一般斜压不稳定的判据是接近的; 以 (4.7) 式计算斜压波的周期为 12 天左右. 在模型试验中, 当热力 Rossby 数从零增加达某临界值时, Hadley 流型不稳定, 显现行迹 Rossby 波, 与这里的讨论有类似之处. 此外, 摩擦作用的引入与否, 在本文的情况下, 对于 Hadley 环流稳定性判据及分支解的性质, 似乎并无实质性影响.

另一方面, 求解 (2.17)–(2.23) 式, 除了等温静止及 Hadley 平衡解外, 还可以得到波动分量不全为零的平衡解. 这些平衡解描述了驻波的定常流型, 与实际大气中存在的驻波是有相近之处的. 以上在绝热、无地形时, 不论摩擦作用是否考虑, 均只能从 Hadley 流型中激发出瞬变斜压波而不可能激发出驻波, 因而, 可以推断: 地形或非绝热作用对驻波的激发可能起着根本性的作用. 在若干关于地形、非绝热强迫响应的动力学分析与数值试验中, 曾经指出这两类强迫均可以激发出驻波, 现以分支的概念对此加以讨论.

有地形时, 判断 Hadley 环流稳定性的特征方程为:

$$\lambda^4 \left\{ \lambda^4 + [\alpha_{n1}^2 + \alpha_{n2}^2 - 2\beta\alpha B_1 \bar{\theta}_A + \frac{\gamma_a}{4} h'_{0A} (h_{n1} + \gamma_b h_{nA})] \right. \\ \times \lambda^2 + \left[(\alpha_{n1} \alpha_{n2} + \beta\alpha B_1 \bar{\theta}_A^2) + \frac{\gamma_a}{4} h'_{0A} (\beta\alpha \alpha'_{n2} \gamma_b \cdot \bar{\theta}_A h_{nA} + \alpha_{n2} \alpha'_{n2} h_{n1} \right. \\ \left. \left. - \alpha'_{n1} B_1 \bar{\theta}_A h_{n1} + \alpha'_{n1} \gamma_b h_{nA}) \right] \right\} = 0 \quad (4.8)$$

式中 $\alpha'_{n1} = \alpha_{n1} + \beta\alpha \bar{\theta}_A$, $\alpha'_{n2} = \alpha_{n2} - B_1 \bar{\theta}_A$,

$$h'_{0A} = h_{0A} + \frac{1}{\gamma_a} h_{01}.$$

(4.8) 与 (4.1) 式相比, 地形作用引进后, 改变了特征方程括号内四次方程 λ^2 、 λ^0 的系数, 就有可能改变 (4.8) 式解的性质. 如令地形高度为零, 则 (4.8) 式退化为 (4.1). $\bar{\theta}_{A0}^{\Omega} \leq \bar{\theta}_A < \bar{\theta}_{A0}^{\Omega}$ 时⁽⁴⁾, 相应地, $Q_A^{(1)} \leq Q_A < Q_A^{(2)}$, (4.8) 式除三个非正实部的根外, 有且仅有一个正实根, 相当于有且仅有一个定常平衡解将从 Hadley 流型中激发出来. 该平衡解的解析形式⁽⁴⁾表明, 如地形高度为零, 地相驻波亦消失; 在一定的约束下, 该地形驻波失稳, 将激发出新的地形驻波, 构成了 Hadley 基本解上的一个二级分支. $\bar{\theta}_{A0}^{\Omega} > \bar{\theta}_A$ 时, 相应地, $Q_A^{(1)} > Q_A$, Hadley 环流是稳定的; $Q_A > Q_A^{(2)}$ 时, (4.8) 式不可能继续存在正实根, 除两个实部为负的根外, 只有一对正实部共轭复根, 地形驻波又为瞬变周期波所代替. 因激发出该瞬变波的不稳定判据及该瞬变波的圆频率均与地形有关, 同时与斜压性有关, 故该瞬变周期波的性质为地形瞬变波. 这样, $Q_A = Q_A^{(1)}$ 、 $Q_A = Q_A^{(2)}$ 为别为 Hadley 基本解上向地形驻波以及向地形瞬变波分支的分支点.

五、非绝热条件下 Hadley 环流的分支

在非绝热的条件下,令地形高度为零,求解(2.17)–(2.23)式,仍然可得到波动分量不全为零的平衡解,该平衡解描述了不同于地形驻波的另一类定常流型。在一定的参数集合,该平衡解是稳定的^[9]。如上分析,绝热无地形时不可能激发出驻波,现地形高度已令为零,故该平衡解估计是非绝热所激发的,称非绝热驻波。事实上,从非绝热条件下 Hadley 环流稳定性的特征方程

$$(\lambda + a_k) \left[\left(\lambda - \frac{b_1 T_{10} - a_k \gamma_a}{1 + \gamma_a} \right) (\lambda - b_1 T_{10}) - \frac{b_1^2 T_{10}^2}{1 + \gamma_a} \right] \Delta_c = 0 \quad (5.1)$$

亦可看到非绝热的作用。

(5.1)式中, b_1 、 T_{10} 、 T_{1A} 均为非绝热参数。这些参数之所以能进入特征方程,是因为 T_0 为 t 的函数以及低谱展开时热源项为不同于牛顿加热形式的非线性项。如同含地形高度的参数进入特征方程(4.8)反映了地形作用一样,显然,含非绝热参数的项在(5.1)式中反映了非绝热作用能够影响 Hadley 流型的稳定性质,也可能影响到分支的性质。如不考虑非绝热作用,则(5.1)式退化为(4.4)式, Hadley 环流的稳定性及分支性质完全由 $\Delta_c = 0$ 决定,只能激发出瞬变斜压波。方程(5.1)除 $\Delta_c = 0$ 所具有的特征根以外,在一定的参数集合下,还可得到另一正实根,这个正实根将激发出新的驻波流型,即非绝热驻波。对比(5.1)、(4.8)式可见,非绝热作用的引进与地形的引进对特征方程有不同的影响。地形引入后,改变了特征方程内四次方程的系数,非绝热引入后,四次方程的系数未改变。因此,只引进地形并不能从 Hadley 环流激发出混合波型,在非绝热条件下允许出现混合波型的分支。如(5.1)式只有一个正实根,则作为 Hadley 环流分支的是非绝热驻波;如同时存在一个正实根和一对正实部共轭复根,则作为 Hadley 环流分支的是非绝热驻波与瞬变斜压波的混合波型。

可以证明,在有摩擦及 $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = 0$ 的近似下,存在以下一组平衡解:

$$\bar{\theta}_A = \pm \bar{\theta}_A^{(0)} = \pm \sqrt{\frac{|E_k| B_{22}}{\beta \alpha B_1}} \quad (5.2)$$

$$\bar{\theta}_k = \pm \sqrt{\frac{1}{\alpha_A k_1}} (Q_A + E_A \bar{\theta}_A^{(0)}) \quad (5.3)$$

$$\bar{\phi}_L = k_1 \bar{\theta}_k \quad (5.4)$$

$$\bar{\phi}_A = \bar{\phi}_k = \bar{\phi}_L = 0 \quad (5.5)$$

式中

$$k_1 = \frac{\beta \alpha \bar{\theta}_A^{(0)}}{B_2}$$

令 $Q_A^{(0)} = |E_A| \bar{\theta}_A^{(0)}$, 则 $Q_A = Q_A^{(0)}$ 为非绝热条件下 Hadley 环流的分支点。如 $Q_A^{(0)} < Q_A < Q_A^{(1)}$, 则新的分支为(5.2)–(5.5)式所示的非绝热驻波;如 $Q_A > Q_A^{(0)}$, $Q_A > Q_A^{(1)}$, 则新的分支为非绝热驻波与瞬变斜压波的混合波型。由(5.3)、(5.4)式,可见非绝热驻波的波动分量与 Q_A 有关,并且具有槽脊位置正好相反的两类平衡态。而地形驻波的槽脊位置是被地形限定的。

现在,讨论(5.2)–(5.5)式描述的驻波的稳定性。相应于这组非绝热驻波的特征矩阵

表明, 关于 $\bar{\phi}_k, \bar{\theta}_L$ 稳定性的问题与关于 $\bar{\phi}_L, \bar{\theta}_A, \bar{\theta}_k, \bar{T}_0$ 稳定性的问题无关, 故可分别讨论. 判断 $\bar{\phi}_L, \bar{\theta}_A, \bar{\theta}_k, \bar{T}_0$ 稳定性的特征方程为:

$$\begin{aligned} & \lambda^4 + [B_{22} - E'_A - E_k - b_1 T_{10}] \lambda^3 + \{[b_1 T_{10} E_k - (B_{22} - E'_A) \\ & \cdot (E_k + b_1 T_{10}) - B_{22} E'_A] - \frac{b_1^2 T_{10}^2}{1 + \gamma_a} + \alpha_A \alpha_B \bar{\phi}_L^2 + \alpha_A \beta \alpha \bar{\theta}_k^2 \\ & - B_1 \beta \alpha \bar{\theta}_A^2\} \lambda^2 + \{[(B_{22} - E'_A) b_1 T_{10} E_k + B_{22} E'_A \\ & (E_k + b_1 T_{10})] - \frac{b_1^2 T_{10}^2}{1 + \gamma_a} (B_{22} - E_k) + \alpha_A \alpha_B (B_{22} - b_1 T_{10}) \\ & \bar{\phi}_L^2 - \alpha_A \beta \alpha (E_k + b_1 T_{10}) \bar{\theta}_k^2 + B_1 \beta \alpha (E'_A + b_1 T_{10}) \bar{\theta}_A^2 \\ & + (2 - \gamma_b \beta) \alpha_A \alpha_B \beta \alpha \bar{\theta}_A \bar{\phi}_L \bar{\theta}_k\} \lambda + [\beta \alpha \alpha_A E_k b_1 T_{10} \bar{\theta}_k^2 \\ & - \alpha_A \alpha_B B_{22} b_1 T_{10} \bar{\phi}_L^2 - (2 - \gamma_b \beta) \alpha_A \alpha_B \beta \alpha b_1 T_{10} \bar{\theta}_A \bar{\phi}_L \bar{\theta}_k] = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

式中 $E'_A = E_A + \frac{b_1 T_{10}}{1 + \gamma_a}$. (5.6) 式表明: 驻波的稳定性取决于两类参数, 一类与非绝热加热无关, 如 $\beta, \alpha, B_1, \gamma_b$ 等; 一类与非绝热加热有关, 如 b_1, T_{10}, Q_A 等, Q_A 是通过 (5.3)、(5.4) 式经 $\bar{\phi}_L, \bar{\theta}_k$ 进入特征方程的. 计算表明, 必然存在 $Q_{A0}^{(2)}$, 当 Q_A 越过 $Q_{A0}^{(2)}$ 时, 环流形态由驻波转为周期为六个多月的非绝热慢波. 如该驻波系混合波型中的驻波, 则新的分支为非绝热慢波与瞬变斜压波的混合波型; 否则, 新的分支为非绝热慢波.

六、结果与讨论

本文用有加热、有地形、有摩擦的二层准地转截断谱模式研究了大气环流形态的分支, 初步结果概括在图 1, 现加以讨论. 等温静止及 Hadley 环流描述了模式大气的两类

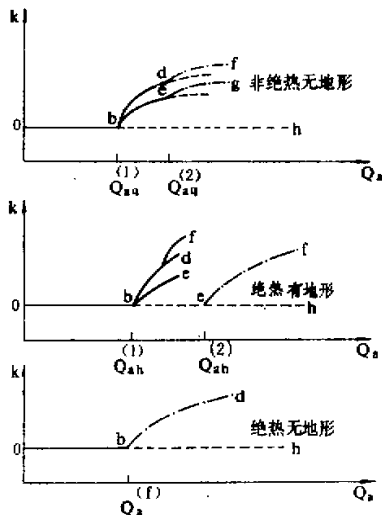


图 1 大气环流形态分支示意图. k 为波动分量谱系数平方和, Q_A 为热源纬向梯度

定常流型。只要 Q_1 取非零实数, 等温静止即被破坏, 显现 Hadley 流型。绝热无地形时, 在分支点 b 处, Hadley 环流失稳, 激发出且只激发出瞬变斜压波, 形成 Hadley 基本解上的一个分支形态。绝热有地形时, 显现出地形驻波的分支; 在分支点 c 处, 激发出地形瞬变波。地形驻波失稳时, 激发出新的驻波, 构成 Hadley 基本解上一个二级分支。非绝热无地形时, 出现非绝热驻波或非绝热驻波与瞬变斜压波的混合波型; 非绝热驻波失稳, 在分支点 d 、 e 处出现非绝热慢波或非绝热慢波与瞬变斜压波的混合波型, 形成 Hadley 基本解上另一个二级分支。这样, 就可以把等温静止、Hadley 环流、瞬变斜压波、地形瞬变波、地形驻波、非绝热驻波与非绝热慢波等运动形态, 从分支的角度加以统一的理解。

本文只限于 β 平面准地转范围, 没有涉及热带流型。关于非绝热驻波及其分支等若干问题, 有待进一步分析。如含有多种热力强迫平衡态向周期态的分支, 已另文详细讨论。

参 考 文 献

- [1] Lorenz, E. N., *J. A. S.* **20**, 448—464, 1963.
- [2] Chavney, J. G. and Straus, D. M., *J. A. S.* **37**, 1157—1176, 1980.
- [3] Smagorinsky, J., *M. W. R.* **91** 99—164, 1963.
- [4] 李麦村、罗哲贤, 地形驻波与地形瞬变波, *大气科学*, 第 8 卷第 1 期, 1984.
- [5] 李麦村、罗哲贤, 非绝热驻波与非绝热慢波(待发表).

ON THE BRANCHING PHENOMENA IN THE ATMOSPHERIC CIRCULATION

Li Maicun

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Luo Zexian

(*Meteorological Bureau of Gansu Province, Lanzhou*)

Abstract

A two-layer quasigeostrophic model is used to study the branching phenomena in the atmospheric circulation and highly truncated spectral equations are used to obtain a trivial solution of the model atmosphere typical of the Hadley circulation. In case of adiabatic process without orography considered, the transient baroclinic waves can be stimulated at the branching points of the trivial solution. In case of adiabatic process with orography considered, orographical standing and transient waves may also be generated. In case of diabatic process, diabatic standing waves and/or mixed standing-baroclinic wave patterns will be generated. When the loss of stability occurs in the diabatic standing waves, diabatic slow waves will be stimulated.

Consequently, the isothermal stationary atmosphere, the Hadley circulation, the transient baroclinic waves, orographical standing and transient waves, and diabatic standing and slow waves—all these basic patterns of the atmospheric circulation system may be gathered into one integral branching system.