

大气散射相函数的计算

毛 节 泰 来 胜 基*

(北京大学地球物理系)

提 要

从实际天空亮度分布推算大气散射相函数必须扣除由于多次散射所造成的影响。利用逐次迭代法，可以算出天空各点多次散射与一次散射的比值，进一步扣除多次散射的影响，从而计算出大气散射相函数。本文提出一个逐次迭代的方案并进行了数值试验，其结果表明这一方案是可行的。

一、引言

由于大气对太阳光的散射，使白昼整个大气层呈现光亮状态。天空散射光的亮度、光谱分布和偏振度分布包含着有关大气层的丰富信息，其中还包括了关于大气散射相函数的信息。如果只考虑一次散射光，那么问题就比较简单。本世纪四十年代，Pyaskovskaya^[1]等就提出利用太阳所在地平纬圈天空亮度的分布计算大气层的平均散射相函数。但实际上大气散射光中还包括有多次散射、地面反射等因素，必须设法从实测的亮度分布中扣除这些因素的影响，才能得到真实大气层的平均相函数。七十年代 Pyaskovskaya^[2]等也曾研究过这一问题。最近 Snyufeyev^[3]等提出用逐次迭代法消除多次散射的影响，为解决这个问题找到了一个较好的途径。本文将讨论用逐次迭代法从太阳所在地平纬圈的天空亮度分布来推算散射相函数的方法，并提供一些计算实例。

二、原 理

在晴空的条件下，大气可以认为是一种平面分层介质，可以用辐射传输方程来计算天空亮度的分布。如果仅考虑一次散射，在太阳所在地平纬圈上离太阳为 ϕ 处的天空亮度可写为

$$I_1(\tau, \mu_0, \phi) = \frac{\omega_0}{4} S_{01} e^{-\tau/\mu_0} P(\mu_0, \phi) \frac{\tau_0}{\mu} \quad (1)$$

其中 τ 为观测点的光学厚度， $\mu_0 = \cos \theta_0$ ， θ_0 为太阳天顶距， ω_0 为单散射反照率， πS_{01} 为大气外界太阳的分光辐照度， $P(\mu_0, \phi)$ 为大气层平均散射相函数。

利用(1)式可以很方便地从观测到的太阳所在地平纬圈的天空亮度值来推算散射相

1983年9月26日收到，1983年11月21日收到修改稿。

* 附录中的一些计算是由黄心梅同志完成的。

函数。

一般来说，多次散射的作用是很重要的，总的天空亮度为

$$I = I_s + I_m = I_s(1 + \eta) \quad (2)$$

这里的 I_s 和 I_m 分别为一次散射和多次散射的亮度， $\eta = I_m/I_s$ 为多次散射与一次散射之比值，它反映了多次散射在天空各点作用的大小。如果我们知道散射相函数和地面反射率，就可以通过辐射传输方程计算出 I 和 η 在天空各点的分布。图 1 给出一个计算的例子，在计算中假设了 Henyey-Greenstein 相函数

$$P_{H-G}(\theta) = \frac{(1 - g^2)}{(1 + g^2 - 2g \cos(\theta))^{3/2}} \quad (3)$$

图 1 中给出二组曲线，相应于 $g=0.3$ 和 $g=0.6$ 。各组曲线都绘出在太阳所在地平纬圈上 I 、 I_s 和 η 的分布。很明显，随着 g 值增大，前向散射增强， I_s 的分布成正比地增大，但 I 曲线的增大则稍缓慢一些。这表明多次散射的结果总是使天空亮度的分布趋于均匀。如果不考虑多次散射的影响，按(1)式用观测到的亮度分布去推算散射相函数，这样估计出来的相函数必定比实际相函数要平滑一些。然而，利用它估计出来的相函数，计算多次散射对一次散射的比值，并从观测资料中扣除多次散射的作用，再次推算出来的相函数就会更接近实际一些。这就是逐次迭代的过程。

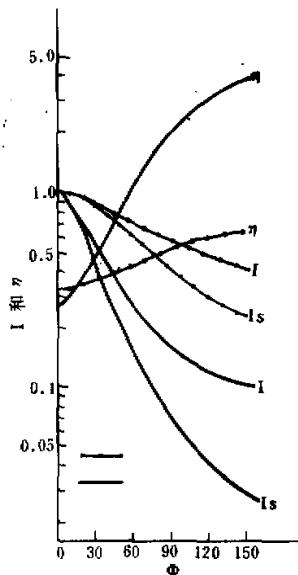


图 1 由辐射传输方程算得的 I 、 I_s 、 η 相对分布。 $\theta_0 = 60^\circ$, $\tau_0 = 0.5$,
 $A = 0.15$
 τ_0 地面光学厚度。
 A 地面反射率。

三、计算实例

图 2 至图 4 给出一些用迭代方法计算的例子。在前两个例子中，假设 $H-G$ 相函数，把由此计算出来的天空亮度分布当作观测值。在图中由“+”组成的曲线表示 $H-G$ 相函数，其余曲线表示各次迭代的结果。这

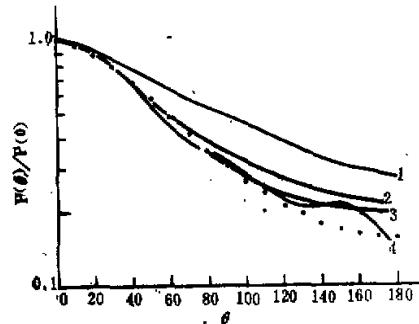


图 2 在逐次过程中相函数逐步逼近值。
“+”为 $H-G$ 相函数。 $\theta_0 = 60^\circ$, $\tau_0 = 0.5$, $g = 0.3$,
 $A = 0.15$.

两个例子都表明在散射角小于 $2\theta_0$ 的范围内，估计相函数和实际相函数符合较好。

图 4 是用观测的天空亮度分布资料^[4]来推算相函数。图 5 给出两个天空亮度相对分

布，其中一个是观测值，另一个是用估计的相函数计算的结果。这两个分布之间的一致性很好，表明估计的相函数是适用的。

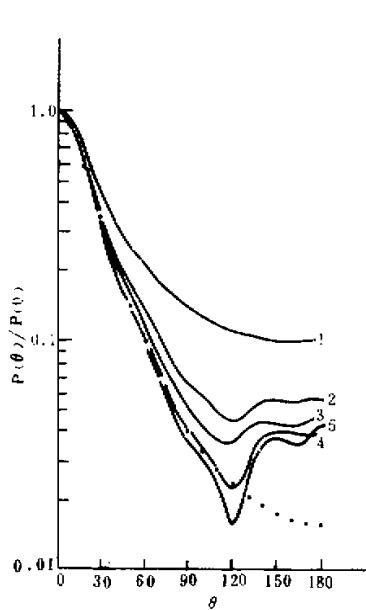


图3 同图2。
 $g = 0.6$

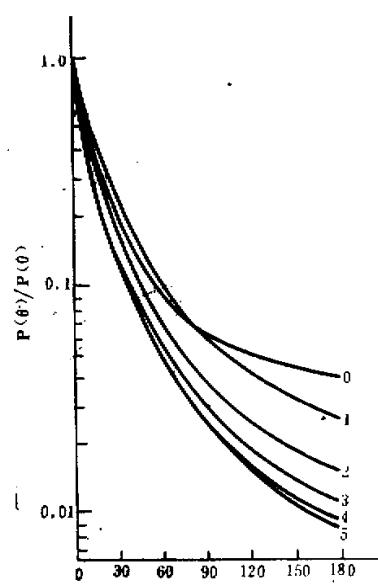


图4 用实测天空亮度资料推算的相函数。
 $\theta_0 = 55.7, \tau_0 = 0.243, \lambda = 0.53\mu m,$
 $A = 0.15,$

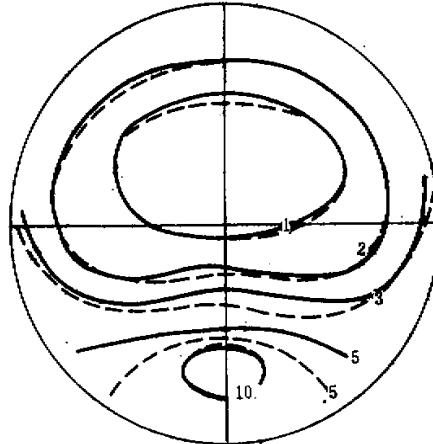


图5 天空亮度相对分布。
“—”观测值，“——”用推算的相函数计算的结果。

四、讨 论

本文所讨论的方法在许多实际问题中是有用的。因为它只需要天空亮度的相对分布，使观测仪器可以大大简化。

还有一些问题需要进一步研究。首先太阳所在地平纬圈上天空亮度的观测资料只能提供散射角小于 $2\theta_0$ 范围内的相函数信息。在这个范围之外，相函数只能外延。有时我们可以把相函数展开为有限项的勒让德级数，但有时则不能。这时只能用主观的方法外延。

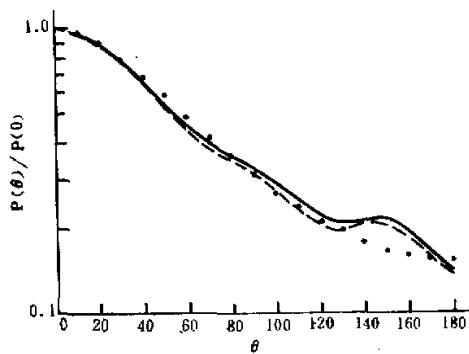


图 6 用不同地面反射率推算的相函数。
+++ $H - G$ 相函数 —— $A = 0.15$ -·- $A = 0.25$

另一个问题是影响天空亮度分布的因子很好，而其中最难确定的就是地面反射率。但是根据我们的计算结果，当地面反射率 A 取值在 0.1—0.25 之间时，在一定误差条件下对于估计相函数的影响并不太大。图 6 给出一个例子，用同样的天空亮度分布（这个分布是假设 $H - G$ 相函数， $g = 0.3$ 而 $A = 0.15$ 的条件下计算得出的）而假设两个不同地面反射率时，估计相函数逐渐向真实相函数靠近的情况。

附录：用逐次迭代法求解辐射传输方程中的一些近似关系

当整层大气的光学厚度 $\tau < 1$ ，且前向散射不特别强时，逐次迭代法是求解水平分层大气中辐射传输方程的一种有效方法。但在有些具体工作中，希望计算时间进一步减少，就提出了一些简化的方法，如 Ronald^[3] 在讨论大气能见度模式时，就假设总的天空亮度为一次散射场和一个均匀散射场的迭加；而后者可以从能量守恒的角度去推算，由于过分地简化了多次散射，其误差是相当大的。

为了前面用逐次迭代法推算相函数的需要，曾试图用前 n 次散射 ($n = 1, 2, 3$) 再迭加一个均匀场来计算总的天空亮度分布。这里用均匀场来代表 $n + 1$ 次以上的多次散射，其值同样可由能量守恒的原则去推算。但其误差较大，最后我们选用经验关系，把总的天空亮度写为前三项散射加上一个与三次散射光强成正比的非均匀场：

$$I(\tau, \mu, \phi) = \sum_{k=1}^3 I_k(\tau, \mu, \phi) + 1.5\tau_0 \bar{I}_3(\tau, \mu) \quad (4)$$

其中，

$$\bar{I}_3(\tau, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_3(\tau, \mu, \phi) d\phi$$

利用这个经验关系式才得到较好的结果。下表给出了用各种不同方法计算时，天空各点中最大误差的数值。计算时假设H-G相函数， $g = 0.5$ ， $\tau_0 = 0.4$ ， $A = 0.2$ ， $\theta_0 = 60^\circ$ ，表中 $|ER|_{max}$ 表示在整个天空中($16^\circ < \theta < 80^\circ$)近似方程与逐次迭代法计算的相对误差的最大值。比较的方法有：(1)单次散射；(2)单次散射+均匀场；(3)前二次散射+均匀场；(4)前三次散射+均匀场；(5)前二次散射+非均匀场；(6)前三次散射+非均匀场。

方法	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$ ER _{max}$	75%	47%	18%	8%	6.1%	1%

参 考 文 献

- [1] Pyaskovskaya-Fesenkov E. V., Doklad, Akad. Nauk., SSSR, Vol. 61, No. 6, 1948.
- [2] Pyaskovskaya-Fesenkov E. V., in Atmospheric Opt. Vol. 2, Ed. N. B. Divari, Consultants Bureau, 1972.
- [3] Snyufeyev V. A. et al., Izv. Atmos. Oce. Phys., Vol. 16, p. 92, 1980.
- [4] 毛节泰、陈家宜，天空背景亮度的观测，北京大学学报(自然科学版)，1978年第三期。
- [5] Ronald G Isaacs, The role of radiative transfer theory in visibility modeling, Efficient approximation techniques. Atmos. Environ., Vol. 15, p. 1827, 1981.

DETERMINATION OF SCATTERING PHASE FUNCTION OF THE ATMOSPHERE

Mao Jietai Luan Shengji

(Department of Geophysics Peking University)

Abstract

In determination of scattering phase function of the atmosphere from the observed sky brightness distribution, the influence of multiple scattering must be taken into account. With the iterative method, the ratio of the multiple scattering to the single scattering at different sites of the sky can be determined. In turn, the influence of the multiple scattering can be deducted and the scattering phase function of the atmosphere can be obtained. In this paper, an iterative procedure and numerical test are given. Its result shows that this method is feasible.