

短论

北半球夏季副热带流型的多平衡态特征

李麦村

罗哲贤

(中国科学院大气物理研究所)

(甘肃省气象研究所)

Charney 和 Devore^[1] 首先论述了高低指数环流型的多平衡态特征。在相同的外部强迫下,由于大尺度大气运动的非线性,能够激发出两类截然不同的环流形态,这是大气环流系统的一项重要固有属性。对此,已进行了一系列的研究。这些研究一般限于中高纬度高低指数环流的范畴。

本文认为,大气环流的多平衡态特征有着广泛的含意。不仅在中高纬度,就是在夏季副热带区域,亦存在着流型多平衡态的观测事实。天气学的研究指出:北半球夏季副热带高压区并不是一条连续的带,而是分裂成一些具有闭合高压中心的单体,在东亚范围,主要高压单体的位置,有时偏东,有时偏西,形成不同的流型;这些流型维持的时间,比起温带西风气流中的大型天气要稳定得多^[2]。关于夏季 100mb 南亚高压的研究也指出,高压中心位置有时偏东,有时偏西,形成了主要特征完全不同的两类流型,即“东部型”与“西部型”^[3]。

本文试图用低谱途径^[4],解析地论证北半球夏季副热带流型的多平衡态特征,并试图说明,天气学研究所指出的两类不同副热带流型——“东部型”与“西部型”,正是这些多平衡态的反映。

将涡度方程写在上、下两层(约为 250、750mb 高度),热力学方程写在中间分界处(约为 500mb 高度):

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_1 + J(\phi_1, \nabla^2 \phi_1 + \beta^* y) = -f_0 H^{-1} \omega - K'_a \nabla^2 (\phi_1 - \phi_3) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_3 + J(\phi_3, \nabla^2 \phi_3 + \beta^* y) = f_0 H^{-1} \omega + K'_a \nabla^2 (\phi_1 - \phi_3) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\phi_1 - \phi_3) + J \left[\frac{1}{2} (\phi_1 + \phi_3), (\phi_1 - \phi_3) \right] + \lambda^2 f_0 H^{-1} \omega \\ & = \lambda^2 K'_a [(\phi_1 - \phi_3)^* - (\phi_1 - \phi_3)] \end{aligned} \quad (3)$$

式中 ϕ_1 、 ϕ_3 分别为 250、750mb 上的地转流函数。 $(\phi_1 - \phi_3)^*$ 取气候值。 $\beta^* = df/dy$, f 为柯氏参数, f_0 为 β 平面中线 φ_0 处的柯氏参数,取 $\varphi_0 = 40^\circ \text{N}$ 。 ω 为 500mb 上的垂直速度,量纲为 CMS^{-1} 。 H 为均质大气高度; λ 为 Rossby 变形半径, K'_a 为内摩擦系数。(3)式右端为牛顿加热形式的热源项。 β 平面的南北边界为 $y = 0$, $y = \pi$; 东西方

向满足周期性边界条件。

令

$$\begin{aligned} \phi_1 &\equiv \phi + \theta, \quad \phi_2 \equiv \phi - \theta, \quad (\phi_1 - \phi_2)^* = 2\theta^*; \\ (x, y, \phi, \theta, \theta^*, \omega, \lambda^2, K'_d, \lambda^2 h'_d, \beta^*) \\ &= (Lx', Ly', L^2 f_0 \phi', L^2 f_0 \theta', L^2 f_0 \theta^{*'}, H f_0 \omega', L^2 \sigma_0, f_0 K', f_0 h'', f_0 L^{-1} \beta') \quad (4) \end{aligned}$$

用(4)式将(1)–(3)式无量纲化。式中 $L = 1.83 \times 10^8 \text{cm}$, 为水平波长。以下略去“,”——无量纲量的上标。

令

$$(\phi, \theta, \theta^*, \omega) = \sum_{n=A, K, C, N} (\phi_n, \theta_n, \theta_n^*, -\omega_n) F_n \quad (5)$$

其中, $F_A = \sqrt{2} \cos y$, $F_K = 2 \cos m \times \sin y$, $F_C = \sqrt{2} \cos 2y$, $F_N = 2 \sin m \times \sin 2y$. m 为东西方向的波数, 是一常数。将相应于(1)–(3)的无量纲方程组用(5)式展开, 得到 K 、 C 、 N 分量的谱展式方程组:

$$\dot{\phi}_K = -\delta \alpha'' (\phi_N \phi_C + \theta_N \theta_C) \quad (6)$$

$$\dot{\phi}_C = \varepsilon \alpha'' (\phi_K \phi_N + \theta_K \theta_N) \quad (7)$$

$$\dot{\phi}_N = \delta' \alpha'' (\phi_K \phi_C + \theta_K \theta_C) \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_K = K_1 \phi_C \theta_N + K_2 \phi_N \theta_C + K_3 \theta_K + K_4 \theta_K^* \quad (9)$$

$$\dot{\theta}_C = C_1 \phi_K \theta_N + C_2 \phi_N \theta_K + C_3 \theta_C + C_4 \theta_C^* \quad (10)$$

$$\dot{\theta}_N = N_1 \phi_C \theta_K + N_2 \phi_K \theta_C + N_3 \theta_N + N_4 \theta_N^* \quad (11)$$

这里, 鉴于 ϕ_A 、 θ_A 与 ϕ_i 、 θ_i ($i = K, C, N$) 之间不存在相互作用, 可以分别讨论, 故未列出 A 分量谱系数方程。

(6)–(11) 式中, $\delta = n^2/(n^2 + 1)$, $\alpha'' = 64 \sqrt{2} n/15\pi$, $\varepsilon = 0.75$, $\delta' = (n^2 - 3)/(n^2 + 4)$, $K_1 = -(\delta \sigma_0 + 1 - \delta) \alpha''/K_0$, $K_2 = (-\delta \sigma_0 + 1 - \delta) \alpha''/K_0$, $K_3 = -[2K' \sigma_0 + (1 - \delta) h'']/K_0$, $K_4 = (1 - \delta) h''/K_0$, $K_0 = \sigma_0 + 1 - \delta$; $C_1 = (\varepsilon \sigma_0 + 1 - \varepsilon) \alpha''/C_0$, $C_2 = (\varepsilon \sigma_0 - 1 + \varepsilon) \alpha''/C_0$, $C_3 = -[2\sigma_0 K' + (1 - \varepsilon) h'']/C_0$, $C_4 = (1 - \varepsilon) h''/C_0$, $C_0 = \sigma_0 + 1 - \varepsilon$, $N_1 = (\delta' \sigma_0 + 1 - \beta') \alpha''/N_0$, $N_2 = (\delta' \sigma_0 - 1 + \beta') \alpha''/N_0$, $N_3 = -[2K' \sigma_0 + (1 - \beta') h'']/N_0$, $N_4 = (1 - \beta') h''/N_0$, $N_0 = \sigma_0 + 1 - \beta'$, $\beta' = (n^2 + 3)/(n^2 + 4)$ 。参数: β 平面内东西方向波数 $m = 2$, σ_0 、 K' 、 h'' 取值同文献[5]。

将 ϕ_i 、 θ_i 分为定常量与扰动量, 即令

$$\phi_i = \bar{\phi}_i + \phi'_i \quad \theta_i = \bar{\theta}_i + \theta'_i \quad (i = K, C, N)$$

代入(6)–(11)式, 可得关于定常分量的方程组。在 $\Delta \approx 0$ 的情况下, 从定常量方程组不难解出:

$$\bar{\phi}_K = -\bar{\theta}_C (g_1 \bar{\phi}_C^2 + g_2 \bar{\theta}_C^2 + g_3 \bar{\phi}_C) / \Delta \quad (12)$$

$$\bar{\phi}_N = -\bar{\theta}_C (f_1 \bar{\phi}_C^2 + f_2 \bar{\theta}_C^2 + f_3 \bar{\phi}_C) / \Delta \quad (13)$$

$$\bar{\theta}_K = \bar{\phi}_C (g_1 \bar{\phi}_C^2 + g_2 \bar{\theta}_C^2 + g_3 \bar{\phi}_C) / \Delta \quad (14)$$

$$\bar{\theta}_N = \bar{\phi}_C (f_1 \bar{\phi}_C^2 + f_2 \bar{\theta}_C^2 + f_3 \bar{\phi}_C) / \Delta \quad (15)$$

式中, $\Delta = (K_3 N_3 + K_2 N_1 \bar{\theta}_C^2 - K_1 N_1 \bar{\phi}_C^2) \bar{\phi}_C^2 + N_2 \bar{\theta}_C^2 (K_1 \bar{\phi}_C^2 - K_3 \bar{\theta}_C^2)$, $g_1 = K_1 N_4 \bar{\theta}_N^*$, $g_2 = -K_2 N_4 \bar{\theta}_N^*$, $g_3 = -K_4 N_3 \bar{\theta}_K^*$, $f_1 = K_4 N_1 \bar{\theta}_K^*$, $f_2 = -K_4 N_2 \bar{\theta}_K^*$, $f_3 = -K_3 N_4 \bar{\theta}_N^*$ 。

$\bar{\varphi}_c$ 、 $\bar{\theta}_c$ 服从高次方程组的约束:

$$(\bar{\varphi}_c^2 + \bar{\theta}_c^2)(f_1\bar{\varphi}_c^2 + f_2\bar{\theta}_c^2 + f_3\bar{\varphi}_c)(g_1\bar{\varphi}_c^2 + g_2\bar{\theta}_c^2 + g_3\bar{\varphi}_c) = 0 \quad (16)$$

$$- (c_1 + c_2)(g_1\bar{\varphi}_c^2 + g_2\bar{\theta}_c^2 + g_3\bar{\varphi}_c)(f_1\bar{\varphi}_c^2 + f_2\bar{\theta}_c^2 + f_3\bar{\varphi}_c)\bar{\varphi}_c\bar{\theta}_c \\ + (c_3\bar{\theta}_c + c_4\theta_c^*)\Delta^2 = 0 \quad (17)$$

亦即, $\bar{\varphi}_c$ 和 $\bar{\theta}_c$ 必为下列两方程组中任一组解:

$$\begin{cases} f_1\bar{\varphi}_c^2 + f_2\bar{\theta}_c^2 + f_3\bar{\varphi}_c = 0 \\ c_3\bar{\theta}_c + c_4\theta_c^* = 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} g_1\bar{\varphi}_c^2 + g_2\bar{\theta}_c^2 + g_3\bar{\varphi}_c = 0 \\ c_3\bar{\theta}_c + c_4\theta_c^* = 0 \end{cases} \quad (19)$$

或

$$\begin{cases} f_1\bar{\varphi}_c^2 + f_2\bar{\theta}_c^2 + f_3\bar{\varphi}_c = 0 \\ c_3\bar{\theta}_c + c_4\theta_c^* = 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} g_1\bar{\varphi}_c^2 + g_2\bar{\theta}_c^2 + g_3\bar{\varphi}_c = 0 \\ c_3\bar{\theta}_c + c_4\theta_c^* = 0 \end{cases} \quad (21)$$

将这样的 $\bar{\varphi}_c$ 和 $\bar{\theta}_c$ 代入(12)–(15)式, 即可得到关于 $\bar{\varphi}_i, \bar{\theta}_i (i = K, C, N)$ 的平衡解。一组平衡解描述模式大气中的一种定常流型。显然, $\bar{\varphi}_c, \bar{\theta}_c$ 的取值依赖于参数 $f_1, f_2, f_3, g_1, g_2, g_3, c_3, c_4, \theta_c^*$, 即依赖于不同方向不同空间尺度的热力强迫 $\theta_K^*, \theta_C^*, \theta_N^*$ 及大气内部参数 m, σ_0, K', f_0, L 等。当热力强迫及大气内部参数取某组确定值时, 由于(18)、(20)式的非线性, $\bar{\varphi}_i, \bar{\theta}_i (i = K, C, N)$ 可能有两组解存在, 就可能显示出流场的多平衡态特征。下面, 将用地球大气诸参数及热力强迫的一般取值代入(18)、(20)、(12)–(15)式, 具体分析流场的多平衡态及其稳定性。

设 β 平面内东西方向有两个大陆和两个海洋, $\tilde{n}\pi - \frac{\pi}{4} \leq x < \tilde{n}\pi + \frac{\pi}{4} (\tilde{n} = 0, 1)$

区域相应于大陆, $\tilde{n}\pi + \frac{\pi}{4} \leq x < \tilde{n}\pi + \frac{3\pi}{4} (\tilde{n} = 0, 1)$ 区域相应于海洋。众所周知, 夏季, 大陆为热源, 海洋为冷源, 与此相应, 本文限定 θ_K^* 恒大于零。文献[1]中, $\theta_K^* = 0.05$, 故这里令 $\theta_K^* \in [0.002, 0.05]$ 。同样, 夏季北半球纬圈平均加热的最大值不在赤道或本文 β 平面的南界(约 11°N), 而是在 25°N 附近, 与此相应, θ_C^* 限定取负值, 这里, 令 $\theta_C^* \in [-0.005, -0.05]$ 。 θ_N^* 描述的是南北方向二次谐波分量在东西方向的加热不均匀, $y = \frac{\pi}{4}$ 相应于 25°N 附近, 注意到 $-\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{4}$ 为大陆, 那末, $\theta_N^* > 0$ 时, 描述的是沿 25°N 纬圈大陆东部加热, 反之, $\theta_N^* < 0$ 时, 为大陆西部加热。 θ_K^* 与 θ_C^*, θ_N^* 的一定取值相结合, $\theta_K^* > 0$ 时, 加热中心在 25°N 纬圈大陆东部, 反之, 加热中心在大陆西部。考虑到这两类加热情况在北半球夏季的实际大气大均可能出现, 故令 $\theta_N^* \in [-0.05, 0.05]$ 。在上述 $\theta_K^*, \theta_C^*, \theta_N^*$ 的取值范围内, 选取 9000 组 $(\theta_K^*, \theta_C^*, \theta_N^*)$ 的值, 同时以地球大气的诸参数值代入(12)–(21)式计算, 发现, $(\bar{\varphi}_i, \bar{\theta}_i) (i = K, C, N)$ 存在两组平衡解是一个普遍的现象, 即在 $(\theta_K^*, \theta_C^*, \theta_N^*)$ 合理的取值范围内, 在范围很广的参数集合, 在地球大气中, 都可以存在 $(\bar{\varphi}_i, \bar{\theta}_i) (i = K, C, N)$ 的多平衡态。

现以图 1 为例说明。图 1 是在 $\theta_K^* = 0.01, \theta_C^* \in [-0.005, -0.05], \theta_N^* \in [-0.002, -0.05]$ 的范围内, 选取 490 组 $(\theta_K^*, \theta_C^*, \theta_N^*)$ 的值, 根据(12)–(19)式的计算结果绘出的。曲线 AB, CD 将 $\theta_K^*\theta_N^*$ 平面分为三个区域。曲线 CD 右面的区域, 无 $\bar{\varphi}_c$ 的实解, 因而不存在 $(\bar{\varphi}_i, \bar{\theta}_i) (i = K, C, N)$ 的平衡态流型。曲线 CD 左面的区域, 对应于同一组 θ_K^*, θ_C^* , 即对应于图 1 曲线 CD 左面区域内的某一个点, 存在着两组 $(\bar{\varphi}_i, \bar{\theta}_i)$

($i = K, C, N$) 的平衡态流型。这两组平衡态流型的 $\bar{\varphi}_C, \bar{\theta}_C$ 均取负值, 描述了副热带为高压带的流场特征。在曲线 AB 左面的区域, 一组平衡态流型的 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) > 0$, 另一组平衡态流型的 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) < 0$ 。前者表明在对流上层副热带高压带中, 大陆东部的位势高度高于大陆西部; 后者相反, 大陆东部的位势高度低于大陆西部。 θ_N^* 取 $[0.002, 0.05]$ 范围内其它值时, 结果与图 1 类似。

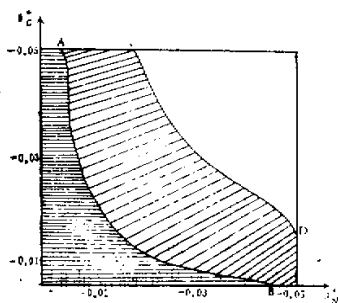


图 1 θ_C^*, θ_N^* 平面上平衡解个数分布图

说明: 在合理的相当广泛的 $\theta_K^*, \theta_C^*, \theta_N^*$ 的参数集合以及在地球大气各种固有参数的条件下, 由于存在大尺度大气运动的非线性相互作用, 在北半球夏季, 副热带高压中心位置可能在大陆东部上空, 也可能在大陆西部上空, 这两类流型都可以是定常的, 都满足动力学方程组的约束。这与实际大气中副热带高压“东部型”与“西部型”的观测事实是定性一致的。

为了决定上述两类平衡态的稳定性, 用计算得到的平衡态为初值, 对谱系数方程组数值积分, 时间步长为 3 小时, 积分 240 天。计算了四个个例, 结果是: 从初值 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) > 0$ 出发的积分, 逼近于 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) > 0$ 的准定常的终态, 其结果与解析求得的平衡态一致。从初值 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) < 0$ 出发的积分, 呈瞬变态, 尽管 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N)$ 有时取正值, 但模式月平均的 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N)$ 仍然逼近 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) < 0$ 的状态。如 $\theta_K^* = 0.01$, $\theta_C^* = -0.03$, $\theta_N^* = -0.005$ 时, 取 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) < 0$ 的一组平衡态 ($\bar{\varphi}_{K0} = \bar{\theta}_{K0} = 0$, $\bar{\varphi}_{N0} = 0.00065$, $\bar{\varphi}_{C0} = -0.01611$, $\bar{\theta}_{N0} = -0.00102$, $\bar{\theta}_{C0} = -0.01022$) 为初值, (1—8) 模式月 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N)$ 的值分别为 $-0.00044, -0.00043, 0.00006, 0.00042, -0.000328, -0.00046, -0.00058, -0.00072$ 。7, 8 两个模式月的平均值为 $\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N = -0.0065$, 相应于 250mb 位势高度场上, 沿 $25^\circ N$ 纬圈, 大陆东部要比大陆西部的位势高度约低 40 位势米。

除了用谱系数方程组数值积分以外, 还求解了与扰动量方程组相应的特征方程, 得到了关于两类平衡态稳定性的结果。这些结果与数值积分一致。

上述结果表明, 从长时间平均状态而言, 亦存在着 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) > 0$ 与 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) < 0$ 两类不同的状态, 这两类状态是在热力强迫取值不变的条件下得到的, 与对流上层副热带高压的“东部型”与“西部型”大致相应。另外, 注意到上述试验中, 第三个模式月的 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N)$ 值接近于零, 但系统并未在该状态稳定下来, 而是向 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) < 0$ 的状态逼近。 $(\bar{\varphi}_N + \bar{\theta}_N) = 0$ 描述的是对流上层副热带高压带沿纬圈方向气压分布均匀的状态, 因而, 这种状态是不稳定的, 系统将从该状态摆脱。

大尺度大气运动的非线性、不同空间尺度的热力强迫以及地球大气的固有参数特征三者的结合, 使得北半球夏季副热带有两组根本不同的流型, 都能满足同一外部强迫条件下的准地转动力学定律的约束, 从而形成了北半球夏季副热带流型的多平衡态特征。这个北半球夏季副热带流型的多平衡态特征, 是地球大气系统的一项固有属性。因此, 大气环流的多平衡态特征不仅限于中高纬度的高、低指数环流, 它有着更为广泛的含意。

本文初稿 1983 年完成, 经曾庆存审阅和修改, 后又承吴国雄审稿, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Charney, J. G., and Devore, J. G. *J. A. S.*, **36**, 1205—1216, 1979.
- [2] 陶诗言等, 中国夏季副热带天气系统若干问题的研究, 科学出版社, 1963.
- [3] 叶笃正, 高由禧, 青藏高原气象学, 科学出版社, 1979.
- [4] Lorenz, E. N., *J. A. S.*, **20**, 448—464, 1963.
- [5] Charney, J. G., and D. M. Straus. *J. A. S.*, **37**, 1157—1176, 1980.