

积云对流中扰动压力效应的诊断分析

叶家东 史斌强

(南京大学大气科学系)

提 要

本文用简单的结构模式分析诊断了扰动压力对积云对流的效应。结果表明：由浮力项、平流项和拖曳力项触发引起的扰动气压垂直梯度力与各对应源项具有同等量级，但与其源项的作用力方向相反。扰动气压梯度力在云的中上部为负力，它抑制了云的生长发展；在云的下部为正力，它使云向上的加速度增大。扰动气压梯度力对深对流的影响要大于对浅对流的影响。在云下部的扰动低压中心位于云边缘附近。浅对流与深对流的量级分别达 -0.1 — -0.2 hPa 和 -0.2 — -0.4 hPa。

一、引 言

早期大多数积云对流模式中，习惯上都忽略扰动压力效应，既不考虑扰动压力梯度力项，也不考虑扰动压力的浮力效应，密度浮力用热浮力代替，特别在一维模式里，几乎都这样假定。Ogura 和 Phillipse (1962) 通过尺度分析表明，积云对流中扰动气压梯度力与浮力项具有同等重要性，对深对流来说，扰动压力浮力项与热浮力同量级，扰动压力对温度变化从而对饱和水汽压也有重要影响。近二十年来，通过外场观测和数值试验，人们逐步认识到扰动气压对积云对流的重要性。

List 和 Lozowski (1970) 首先指出对于上升气流达到 10 米/秒以上的对流云，必须考虑扰动压力的效应。Barnes (1970) 在活跃的强风暴上升气流中 5.5 公里 (500hPa) 高度上观测到 3hPa 的扰动压力，它对浮力加速度的贡献与 -10°C 高度层 2°C 的扰动温度所产生的热浮力加速度相当。同时在云底附近则观测到 -1hPa 的压力亏空。Ramond (1978) 在多单体风暴中对流单体上风方云边缘用飞机观测到振幅为 1.7hPa 的扰动压力场。一系列外场观测^[5,6]表明，强风暴云底附近有时观测到负的热浮力空气具有向上的加速度。这些观测事实促使人们认真分析扰动压力对积云对流特别是强对流单体进一步发展的动力学效应。

一些研究者根据积云数值模拟试验，分析扰动压力在模式云的发展和动力结构中的作用。Holtom (1973) 根据浅对流模式论证了对于半径大于 1 公里的积云扰动压力能够明显地抑制云的生长速率，也减缓了云顶部云属性的梯度分布，还指出在夹卷和扰动压力共同作用下，积云发展有一最佳的水平尺度。郭晓岚根据准定常一维模式研究了扰动气

压与夹卷对积云发展的效应,也指出夹卷对小积云发展的抑制效应是主要的,而扰动压力的抑制作用则随云尺度增大而增加。考虑这两种因素的共同影响,积云发展有一最佳尺度^[8]。其他一些研究者根据深对流模式数值试验指出,在云的上部扰动压力梯度力与热浮力作用是相反的, Schlesinger 的模拟试验则表明扰动压力能在云底附近使具有负浮力的空气加速上升。

yau (1979) 从浅对流压力诊断方程入手,引进有关物理量的强迫函数求解诊断方程,分析扰动压力的动力学效应,表明扰动压力垂直梯度力与浮力项同量级,在一定的云尺度条件下云下部具有负浮力的空气由于扰动压力梯度力的作用可能具有正的加速度。通常认为,深对流中扰动压力效应更为重要,本文在浅对流扰动压力方程求解的基础上,着重对深对流扰动压力效应及二维扰动压力场进行诊断分析。结果表明,处于生长发展期间的对流云,中上部扰动压力梯度力是负的,对云的发展起抑制作用,云下部是正的扰动压力梯度力区,有助于下部云的抬升发展。云下部的扰动低压中心不在云中心轴上,而处于云边缘附近;云上部的高压中心则位于云轴上。

二、扰动压力诊断方程和强迫函数

1. 扰动压力诊断方程

原始运动方程采用 Ogura 和 Phillipse 根据尺度分析得到的适合非粘性流体的小尺度湿对流方程:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} - c_p \theta_0 \nabla \pi' + \left(\frac{\theta'_v}{\theta_{v0}} - q_l \right) g \vec{k} \quad (1)$$

浅对流取不可压缩连续方程:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2)$$

深对流取滞弹性连续方程:

$$\nabla \cdot (\rho_0 \vec{V}) = 0 \quad (3)$$

其中 ρ_0 和 θ_0 是基本状态密度和位温; θ_{v0} 和 θ'_v 是基本状态虚位温和虚位温扰动量; q_l 是液态水比含水量。在基本状态位温均匀分布的假定下,运动方程取散度并利用(2)和(3)式可分别得到浅对流和深对流的扰动压力诊断方程:

$$c_p \theta_0 \Delta \pi' = -\nabla \cdot (\vec{V} \cdot \nabla \vec{V}) + g \nabla \cdot \frac{\theta'_v}{\theta_{v0}} \vec{k} - g \nabla \cdot q_l \vec{k} \quad (4)$$

$$c_p \theta_0 \nabla \cdot (\rho_0 \nabla \pi') = -\nabla \cdot (\rho_0 \vec{V} \cdot \nabla \vec{V}) + g \nabla \cdot \left(\rho_0 \frac{\theta'_v}{\theta_{v0}} \right) \vec{k} - g \nabla \cdot (\rho_0 q_l) \vec{k} \quad (5)$$

(4)、(5)两式右端第一项可展开为动能强迫项和涡度强迫项,分别反映了伯努利效应和旋转离心力效应^[13],其所对应的扰动压力分别表示为对动能和流体旋转的响应,故称之为动压力项;第二、三两项分别表示浮力强迫项和拖曳力强迫项;相应的扰动压力分别表示为 π'_m 、 π'_g 和 π'_q 。方程(4)、(5)是线性方程,满足叠加原理,故有

$$\pi' = \pi'_m + \pi'_g + \pi'_q \quad (6)$$

边界条件: 采用轴对称和面对称两种模式。模式云的底部和顶部是刚性的、自由滑动的边界, 所以对于 $z = 0$ 和 $z = H$ 分别有

$$\begin{cases} w = 0 & \theta'_v = 0 & q_l = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial z} = 0 & \frac{\partial \pi'}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

侧边界条件:

$$\text{轴对称模式: } \frac{\partial \pi'}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad \pi' \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (8)$$

$$\text{面对称模式: } \frac{\partial \pi'}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad \pi' \Big|_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (8)'$$

2. 强迫函数

周晓平在层结大气热对流发展的数值试验中曾用数值方法求解压力诊断方程^[14]。为了定量估计扰动压力效应, 分析扰动压力场的结构, 我们设法求出扰动压力方程的解析解。为此, 考虑边界条件 (7) 和 (8), 将压力方程 (4)、(5) 式右端各强迫项用经验性的强迫函数表示 (表 1)。浅对流的强迫函数形式基本上与 yau 所取的一致, 各物理量的垂直分布都取简单的正、余函数, 液态含水量的水平分布按照 warner 的观测资料取所谓“大礼帽”形分布, 即云内含水量水平分布均匀, 云边缘骤降为零。温度水平分布按 McCarthy (1974) 取高斯型廓线, 而速度分量 w 和 u 的水平分布则取略加修正的高斯廓线。深对流的强迫函数形式主要对水平速度的垂直分布作了修正, 使其满足深对流连续方程 (3), 其中取

$$\rho_0 = \rho_{00} e^{-kz} \quad (9)$$

ρ_{00} 为云底 $z = 0$ 处的基态空气密度, 计算中 k 取 0.1 km^{-1} 。表 1 所列的强迫函数适合处

表 1 各物理量的强迫函数 (a ——云半径, 单位: 公里)

物 理 量		轴 对 称	面 对 称
浅 对 流	θ'_v	$\hat{\theta} e^{-(r/a)^2} \sin(nz)$	$\hat{\theta} e^{-(\frac{x}{a})^2} \sin(nz)$
	q_l	$\begin{cases} \hat{q}_l \sin(nz) & 0 \leq r \leq a \\ 0 & a < r \end{cases}$	$\begin{cases} \hat{q}_l \sin(nz) & 0 \leq x \leq a \\ 0 & a < x \end{cases}$
	w	$\hat{w} [1 - (r/a)^2] e^{-(\frac{z}{2})^2} \sin(nz)$	$\hat{w} [1 - (\frac{x}{a})^2] e^{-\frac{1}{2} (\frac{z}{2})^2} \sin(nz)$
	u	$-n \hat{w} \left(\frac{r}{2} \right) e^{-(\frac{z}{2})^2} \cos(nz)$	$-n \hat{w} x e^{-\frac{1}{2} (\frac{z}{2})^2} \cos(nz)$
深 对 流	θ'_v	$\hat{\theta} e^{-(\frac{z}{2})^2} \sin(nz)$	$\hat{\theta} e^{-(\frac{z}{2})^2} \sin(nz)$
	q_l	$\begin{cases} \hat{q}_l \sin(nz) & 0 \leq r \leq a \\ 0 & a < r \end{cases}$	$\begin{cases} \hat{q}_l \sin(nz) & 0 \leq x \leq a \\ 0 & a < x \end{cases}$
	w	$\hat{w} [1 - (\frac{r}{a})^2] e^{-(\frac{z}{2})^2} \sin(nz)$	$\hat{w} [1 - (\frac{x}{a})^2] e^{-\frac{1}{2} (\frac{z}{2})^2} \sin(nz)$
	u	$- \hat{w} \left(\frac{r}{2} \right) e^{-(\frac{z}{2})^2} [n \cos(nz) - K \sin(nz)]$	$- \hat{w} x e^{-\frac{1}{2} (\frac{z}{2})^2} [n \cos(nz) - K \sin(nz)]$

于生长发展阶段的非降水性对流云单体, 其中各强迫函数的振幅值和云的尺度参数取积云对流的典型值(表 2)。

表 2 各强迫函数振幅值和云的尺度参数

	n	H (公里)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	d_i (克/千克)	$\hat{w}$ (米/秒)
浅对流	$\frac{\pi}{H}$	4	1	1	5
深对流	$\frac{\pi}{H}$	8	1.5	2	10

三、扰动压力方程的解

1. 浅对流

浅对流轴对称模式, 在边界条件(7)、(8)情形下, 方程(4)的形式解可取

$$\pi' = \sum_k \pi_k(r) \cos(knz) \quad (10)$$

代入(3)式左端得:

$$c_p \theta_0 \Delta \pi' = c_p \theta_0 \sum_k \left[\frac{d^2 \pi_k(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_k(r)}{dr} - k^2 n^2 \pi_k(r) \right] \cos(knz)$$

(3)式右端第一项利用连续方程 $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ 有

$$-\nabla \cdot (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) = -\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2 - \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 - 2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right) - \frac{u^2}{r}$$

将表 1 的强迫函数代入上式和(4)式右端其余各项, 略加整理可得:

$$\begin{cases} c_p \theta_0 \left[\frac{d^2 \pi_0(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_0(r)}{dr} \right] = \left(\frac{4r^4}{a^4} - \frac{7r^2}{a^2} + \frac{3}{2} \right) \frac{n^2 \hat{w}^2}{2} e^{-1} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \\ c_p \theta_0 \left[\frac{d^2 \pi_2(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_2(r)}{dr} - 4n^2 \pi_2(r) \right] = \left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{3}{2} \right) \frac{n^2 \hat{w}^2}{2} e^{-1} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \\ c_p \theta_0 \left[\frac{d^2 \pi_{10}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_{10}(r)}{dr} - n^2 \pi_{10}(r) \right] = \frac{ng\hat{\theta}}{\theta_{v0}} e^{-1} \left(\frac{r}{a} \right)^2 \\ c_p \theta_0 \left[\frac{d^2 \pi_{1q}(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_{1q}(r)}{dr} - n^2 \pi_{1q}(r) \right] = -ng\hat{\theta}_1 \delta \quad \delta = \begin{cases} 1 & 0 < r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases} \\ c_p \theta_0 \left[\frac{d^2 \pi_k(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_k(r)}{dr} - k^2 n^2 \pi_k(r) \right] = 0 \quad (k \geq 3) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \pi'_m = \pi_0 + \pi_2 \cos(2nz) & \pi'_\theta = \pi_{10} \cos(nz) & \pi'_q = \pi_{1q} \cos(nz) \\ \pi'_k = 0 & (k \geq 3) \end{cases} \quad (12)$$

所以主要是求如下形式的定解问题:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \pi_k(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\pi_k(r)}{dr} - k^2 n^2 \pi_k(r) = g(r) \\ \left. \frac{d\pi_k(r)}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad \pi_k(r)|_{r \rightarrow \infty} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

本文不直接用格林函数法求解,而是采用参数变易法求得解为

$$\pi_k(r) = K_0(knr) \int_0^r \frac{I_0(knr)g(r)}{w(r)} dr + I_0(knr) \int_r^\infty \frac{K_0(knr)g(r)}{w(r)} dr \quad (14)$$

其中 $I_0(knr)$ 和 $K_0(knr)$ 分别为零阶虚宗量贝塞耳函数和零阶虚宗量诺埃曼函数, $w(r)$ 为 $I_0(knr)$ 和 $K_0(knr)$ 的郎斯基行列式:

$$w(r) = \begin{vmatrix} I_0(knr) & K_0(knr) \\ I'_0(knr) & K'_0(knr) \end{vmatrix}$$

根据刘维尔公式有

$$w(r) = w(r_0) e^{-\int_{r_0}^r \frac{1}{r} dr} = \frac{r_0}{r} w(r_0)$$

r_0 在定义域内任取。于是 (14) 式又可写为

$$\pi_k(r) = k_0(knr) \int_0^r \frac{I_0(knr)rg(r)}{w(r_0)r_0} dr + I_0(knr) \int_r^\infty \frac{K_0(knr)rg(r)}{w(r_0)r_0} dr \quad (14)'$$

借助柱函数的一些递推关系式,对上式中两个积分作适当处理,最终可得浅对流轴对称模式的解:

$$\begin{cases} \pi'_\theta = \frac{1}{c_p \theta_0} \frac{\partial}{\partial r} g n G(r, a^2, 1) \cos(nz) \\ \pi'_m = \frac{n^2 \omega^2}{c_p \theta_0} \left(\frac{a^2}{32} - \frac{r^2}{8} \right) e^{-z(\frac{r}{a})^2} - \frac{n^2 \omega^2}{c_p \theta_0} \left[\left(1 + \frac{n^2 a^2}{8} \right) G\left(r, \frac{a^2}{2}, 2\right) + \frac{a^2}{32} e^{-z(\frac{r}{a})^2} \right] \cos(2nz) \\ \pi'_a = \begin{cases} \frac{1}{c_p \theta_0} \frac{g \hat{q}_l}{n} \left[1 + \frac{na K_1(na) I_0(nr)}{r_0 w(r_0)} \right] \cos(nz) & 0 < r \leq a \\ -\frac{1}{c_p \theta_0} \frac{g \hat{q}_l}{n} \frac{na I_1(na) K_0(nr)}{r_0 w(r_0)} \cos(nz) & r > a \end{cases} \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$G(r, a^2, k) = K_0(knr) \int_0^r \frac{r I_0(knr) e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2}}{r_0 w(r_0)} dr + I_0(knr) \int_r^\infty \frac{r K_0(knr) e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2}}{r_0 w(r_0)} dr$$

相仿,浅对流面对称模式以形式解

$$\pi' = \sum_k \pi_k(x) \cos(knz) \quad (16)$$

代入 (4) 式,所分离出的模 $\pi_k(x)$ 满足下述形式的定解问题:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \pi_k(x)}{dx^2} - k^2 n^2 \pi_k(x) = f(x) \\ \left. \frac{d \pi_k(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \\ \pi_k(x) |_{x \rightarrow \infty} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

其解为

$$\pi_k(x) = \int_0^x G(x, \xi) f(\xi) d\xi + \int_x^\infty G(x, \xi) f(\xi) d\xi \quad (18)$$

其中

$$G(x, \xi) = \begin{cases} -\frac{1}{2kn} (e^{knx} + e^{-knx}) e^{-kn\xi} & x \leq \xi \\ -\frac{1}{2kn} (e^{kn\xi} + e^{-kn\xi}) e^{-knx} & x > \xi \end{cases}$$

与轴对称模式类似处理, 最终可得面对称模式的解:

$$\begin{cases} \pi'_\theta = -\frac{ag\theta\sqrt{x}}{4c_p\theta_0\theta_{v0}} e^{-(\frac{na}{2})^2} \left\{ \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{a} - \frac{na}{2}\right) \right] e^{-nx} \right. \\ \quad \left. + \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{a} + \frac{na}{2}\right) \right] e^{nx} \right\} \cos(nz) \\ \pi'_m = -\frac{n^2\omega^2x^2}{2c_p\theta_0} e^{-(\frac{x}{a})^2} - \left\{ c e^{-2nx} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{a} - na\right) \right] \right. \\ \quad \left. + c e^{2nx} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{a} + na\right) \right] + \frac{n^2a^2\omega^2}{4c_p\theta_0} e^{-(\frac{x}{a})^2} \right\} \cos(2nz) \\ \pi'_g = \begin{cases} \frac{g\hat{q}_1}{2nc_p\theta_0} [2 - e^{-n(a-x)} - e^{-n(a+x)}] \cos(nz) & 0 < x \leq a \\ \frac{g\hat{q}_1}{2nc_p\theta_0} [e^{n(a-x)} - e^{-n(a+x)}] \cos(nz) & x > a \end{cases} \end{cases} \quad (19)$$

其中 $c = \frac{na\omega^2\sqrt{x}}{16c_p\theta_0} (3 + 2n^2a^2)e^{n^2a^2}$, 而 $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ 是误差函数。

2. 深对流

由于(5)式左端

$$\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot (\rho_0 \nabla \pi') = \Delta \pi' + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \frac{\partial \pi'}{\partial z}$$

因此深对流扰动压力诊断方程是非标准形的, 使得求解难以执行。我们引进扰动压力订正项的方法进行处理。以浮力项为例, 令

$$\pi'_g = \pi_g + \pi_{gc} \quad (20)$$

其中 π_g 是在浅对流中得到的解析结果。以(20)式代入深对流浮力扰动压力方程中, 则化为求定解问题:

$$\begin{cases} c_p\theta_0\Delta\pi_{gc} + \frac{1}{\rho_0} \nabla \rho_0 \cdot (\nabla\pi_g + \nabla\pi_{gc}) c_p\theta_0 = \frac{g\theta'_v}{\rho_0\theta_{v0}} \vec{k} \cdot \nabla \rho_0 \\ \frac{\partial \pi_{gc}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial \pi_{gc}}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \\ \frac{\partial \pi_{gc}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad \pi_{gc} \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

由于密度的垂直变化较小, 订正项 $\nabla\pi_{gc}$ 相对于 $\nabla\pi_g$ 来说是小项, 故求解过程中略去。于是(21)式的压力方程可写为

$$c_p\theta_0\Delta\pi_{gc} = c_pK\theta_0 \frac{\partial \pi_g}{\partial z} - K \frac{g\theta'_v}{\theta_{v0}} \quad (22)$$

π_θ 由 (15) 式的第一式表达, 故

$$\frac{\partial \pi_\theta}{\partial z} = - \frac{1}{c_p \theta_0} \frac{g \hat{\theta}}{\theta_{v0}} n^2 G(r, a^2, 1) \sin(nz)$$

将 $\sin(nz)$ 展成富利叶余弦级数, 连同 θ'_v 的强迫函数一起代入 (22) 式可得:

$$c_p \theta_0 \Delta \pi_{\theta c} = - \sum_{k=0}^{\infty} a_k K \frac{g \hat{\theta}}{\theta_{v0}} [n^2 G(r, a^2, 1) + e^{-(\frac{r}{a})^2}] \cos(knz)$$

以 (10) 式类似的形式解代入上式左端, 可求得

$$\pi_{\theta c} = \frac{K \hat{\theta} g}{c_p \theta_0 \theta_{v0}} \left\{ \sum_{\substack{m=1 \\ k=2m}}^{\infty} \frac{4}{(k^2 - 1)\pi} \frac{k^2}{k^2 - 1} [G(r, a^2, k) - G(r, a^2, 1)] \cos(knz) \right. \\ \left. - G(r, a^2, 1) \sin(nz) \right\}$$

相仿, 可求得动压力项和拖曳力项的扰动压力订正项:

$$\pi_{mc} = \sum_{\substack{m=0 \\ k=2m+1}}^{\infty} \left\{ - \frac{8}{(k^2 - 4)\pi} \frac{Kn \hat{\omega}^2}{c_p \theta_0} \left[G\left(r, \frac{a^2}{2}, k\right) \left(1 + \frac{k^2 n^2 a^2}{16}\right) + \frac{a^2}{16} e^{-1(\frac{r}{a})^2} \right] \right. \\ \left. + \frac{8}{(k^2 - 4)^2 \pi} \frac{Kn \hat{\omega}^2}{c_p \theta_0} \left[G\left(r, \frac{a^2}{2}, 2\right) \left(2 + \frac{n^2 a^2}{4}\right) \right. \right. \\ \left. \left. - \left(2 + \frac{1}{16} k^2 n^2 a^2\right) G\left(r, \frac{a^2}{2}, k\right) \right] \right\} \cos(knz)$$

$$\pi_{qc} = - \frac{2g \hat{q}_1}{n \pi c_p \theta_0} \left[\frac{K}{n} + \frac{Ka K_1(na) I_0(nr)}{\omega(r_0) r_0} \right] - \frac{4Kg \hat{q}_1}{c_p \theta_0 n^2 \pi \omega(r_0) r_0} \\ \cdot \sum_{\substack{m=1 \\ k=2m}}^{\infty} \left\{ \frac{k}{(k^2 - 1)^2} \left[\frac{na}{k} I_0(nr) K_1(na) + na I_0(knr) K_1(kna) \right] \right\} \cos(knz) \quad r \leq a$$

$$\pi_{qc} = \frac{2g \hat{q}_1}{c_p \theta_0 n \pi \omega(r_0) r_0} Ka I_1(na) K_0(nr) - \frac{4Kg \hat{q}_1}{c_p \theta_0 n^2 \pi \omega(r_0) r_0} \\ \cdot \sum_{\substack{m=1 \\ k=2m}}^{\infty} \left\{ \frac{k}{(k^2 - 1)^2} \left[na I_1(na) \frac{K_0(nr)}{k} + na I_1(kna) K_0(knr) \right] \right\} \cos(knz) \quad r > a$$

面对称的情况也作类似处理。

四、数值计算结果分析

1. 不同水平尺度云的扰动气压垂直梯度力

表 3 列出不同水平尺度的云内各类扰动气压垂直梯度力及其源项的大小变动范围。由表可见, 对应于浮力项、平流项和拖曳力项的扰动气压垂直梯度力与各对应源项具有同等量级, 浅对流中约为源项的 0.2—0.9, 随着云的水平尺度增大而增加; 深对流中可达 0.4—1.1 倍。扰动气压垂直梯度力方向一般与其源项的作用力方向相反, 所以对处于生

长发展中的对流云来说,扰动气压梯度力一般是起抑制作用的。由表 3 还可以看出,面对称模式的扰动气压梯度力普遍比轴对称模式的对应值大。

表 3 云中各强迫项及其扰动压力梯度力变动范围(单位: 达因/克)

强迫项 a (公里)			浅对流 ($H=4$ 公里)					深对流 ($H=8$ 公里)		
			1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.0	4.0	5.0
浮力项	$g \frac{\theta'_0}{\theta_{00}}$		0—3.30					0—4.95		
	$-c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'_0}{\partial x}$	轴对称	-1.10—0	-1.59—0	-1.95—0	-2.21—0	-2.41—0	-2.03—0	-2.53—0	-2.92—0
		面对称	-1.80—0	-2.22—0	-2.50—0	-2.63—0	-2.81—0	-3.05—0	-3.44—0	-3.71—0
动压力项	$-\bar{V} \cdot \nabla w$		-2.50—2.50					-2.0—2.0		
	$-c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'_m}{\partial x}$	轴对称	0.49— -0.49	0.62— -0.62	0.69— -0.69	0.71— -0.71	0.71— -0.71	0.93— -0.71	0.86— -1.12	0.88— -1.26
		面对称	1.12— -1.12	1.20— -1.20	1.24— -1.24	1.30— -1.30	1.39— -1.39	1.81— -1.92	2.03— -1.93	2.22— -1.81
拖曳力项	$-g q'_t$		-0.98—0							
	$-c_p \theta_0 \frac{\partial \pi'_t}{\partial x}$	轴对称	0—0.39	0—0.57	0—0.71	0—0.79	0—0.86	0—0.92	0—1.19	0—1.30
		面对称	0—0.62	0—0.76	0—0.85	0—0.90	0—0.93	0—1.36	0—1.55	0—1.68

2. 云中心扰动气压垂直梯度力的垂直分布

计算表明,云的中上部为负的扰动气压梯度力控制,扰动中心位于云轴上部,其值约为 -1.0—-2.2 (达因/克)(浅对流)和 -1.6—-2.8 (达因/克)(深对流)(图略)。云内这种负的扰动气压梯度力对云的生长发展起抑制作用,量值随云尺度增大而增加。云下部约三分之一的部位是正的扰动气压梯度力区,中心极值为 0.05—0.3 (达因/克)(浅对流)和 0.1—0.6 (达因/克)(深对流)。面对称模式的正扰动气压梯度力极值要比轴对称模式的大 5 倍,这与面对称模式的二维特性有关,云中心受侧边界影响相对讲较小。

3. 扰动气压垂直梯度力的二维分布

图 1 是扰动气压垂直梯度力的二维分布图,可见云中大部分区域为负的梯度力所控制,扰动中心位于云中心上部三分之二的部位,负扰动区水平方向可延伸至云尺度 2 倍以上的范围,云边缘的扰动气压梯度力值约为云中心极值的 40—70% (图略)。云下部有较小的正扰动气压梯度力区,轴对称模式扰动中心处于云中心底部附近,而面对称模式的扰动气压梯度力中心则偏离云中心,位于下部云的边缘附近。这种正的扰动气压梯度力有助于较冷的云底空气加速上升。

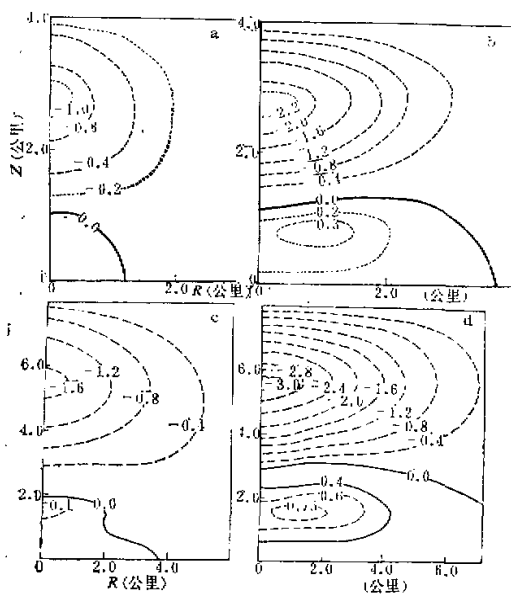


图1 扰动压力梯度力分布(单位: 达因/克)

a: 浅对流轴对称 ($a=1$ 公里) b: 浅对流面对称 ($a=1$ 公里) c: 深对流轴对称 ($a=3$ 公里) d: 深对流面对称 ($a=3$ 公里)

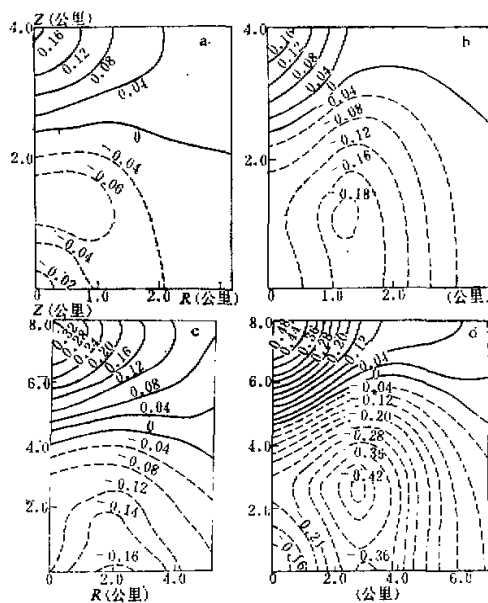


图2 扰动压力场(单位: hPa)

a: 浅对流轴对称 ($a=1.5$ 公里) b: 浅对流面对称 ($a=1.5$ 公里) c: 深对流轴对称 ($a=3$ 公里) d: 深对流面对称 ($a=3$ 公里)

4. 扰动压力场二维分布

扰动压力场示于图2。正扰动压力中心位于云的中心顶部,其值约为0.2hPa(浅对流)和0.3—0.5hPa(深对流);负中心位于云下部边缘部位,中心极值达-0.1—-0.2hPa(浅对流)和-0.2—-0.4hPa(深对流)。由表1可知,扰动压力及其梯度力是随云尺度和云物理属性的数值增加而增大的,所以在强对流单体中的扰动压力及其梯度力应比上述数值结果更大。

5. 空气密度垂直变化对扰动气压梯度力的影响

深对流模式中考虑密度订正项的扰动气压垂直梯度力,与不考虑密度垂直变化的数值结果(图略)比较可见,空气密度垂直变化的影响使扰动气压梯度力略有减小,但其量值并不大,一般不超过0.1hPa,其相对作用在云下部较大,能使正的扰动气压梯度力减小15%(面对称)至50%(轴对称)。

参 考 文 献

- [1] Ogura, Y., and N. A. Phillips, 1962, A scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **19**, 173—179.
- [2] List, R., and E. P. Lozowski, 1970, Pressure perturbations and buoyancy in convective clouds, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 168—170.
- [3] Barnes, S. L., 1970, Some aspects of a severe right-moving thunderstorm deduced from mesonet network rawinsonde observation, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 634—648.
- [4] Ramond, D., 1978, Pressure perturbation in deep convection: an experimental study, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1704—1711.
- [5] Marwitz, J. D., 1973, Trajectories within the weak echo region of hailstorm, *J. Appl. Meteor.*, **12**, 1174—1182.
- [6] Davies-Jones, R. P., and J. H. Henderson, 1975, Updraft properties deduced statistically from rawin soundings, *Pure Appl. Geophysics*, **113**, 787—802.
- [7] Holton, J. R., 1973, One dimensional cumulus model including pressure perturbations, *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 201—205.
- [8] 郭晓岚, 1981, 大气动力学, 江苏科学技术出版社.
- [9] Soong, S. T., 1974, Numerical simulation of warm rain development in an axisymmetric cloud model, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1262—1285.
- [10] Wilhelmson, R., and Y. Ogura, 1972, The pressure perturbation and numerical modeling of a cloud, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1295—1307.
- [11] Schlesinger, R. E., 1973, A numerical model of deep moist convection: Part I, Comparative experiments for variable ambient moisture and wind shear, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 835—856.
- [12] Schlesinger, R. E., 1978, A three-dimensional numerical model of an isolated thunderstorm: Part I, comparative experiments for variable ambient wind shear, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 690—713.
- [13] Yau, M. K., 1979, Perturbation pressure and cumulus convection, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 690—694.
- [14] 巢纪平, 周晓平, 1964, 积云动力学, 科学出版社.
- [15] 王竹溪, 郭敦仁, 1979, 特殊函数概论, 科学出版社.

DIAGNOSTIC ANALYSIS OF THE EFFECT OF PERTURBATION PRESSURE ON CUMULUS CONVECTION

Ye Jiadong Shi Binqiang

(*Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University*)

Abstract

The effect of perturbation pressure on cumulus convection is analysed diagnostically with simpler structure models. The results show that the perturbation pressure forces induced by buoyancy, velocity advection and drag are of the same order of magnitude as the corresponding resource terms and act against them. The perturbation pressure force is negative in the middle-upper parts of cloud, which suppresses the growth of cloud, and is positive in the lower part which promotes the cloud upward acceleration. The effects of perturbation pressure forces are more important in deep convection than that in shallow convection. The low centers of perturbation pressure near the base of cloud are located at the lateral edge of cloud, the magnitudes reach -0.1 — -0.2 hPa for shallow and -0.2 — -0.4 hPa for deep convection respectively.