

不稳定城市边界层中的垂直运动

桑建国

(北京大学地球物理系)

提 要

本文利用二层模式得出线性化大气动力热力学方程组的解析解,用于研究城市表面加热引起的不稳定城市边界层中的垂直运动。解析解表明,不稳定边界层中的垂直运动由城市热山所形成的过山波和背风波两部分组成。两种波动的叠加使得上升运动发生于城市中心和城市下风向部分,形成对流活动的多发区。最后还从理论角度讨论了城市边界层厚度的空间变化。

一、引 言

当空气流过一个城市,由于城市表面的摩擦和加热作用,而引起流场的变化,其中加热作用主要表现为热岛环流。热岛环流不仅存在于层结稳定的边界层中,也表现在白天不稳定城市边界层中。近些年来的一系列城市大气试验资料证明了这一点。Angell^[1]的研究表明,平飘气球白天越过城市上空时,它的轨迹常呈现波动状态,轨迹的最高点多发生在城市的下风部分。有人认为^[2],这种波动来源于热山现象。所谓热山,即是认为气流流过城市上空,就相当于流经一个表面温度较高的山。当气流越过这个山的山脊时,在山前迎风坡产生抬升,过山后又会下沉,这种在山顶附近的气流扰动称为过山波。在某些情况下,扰动还能随基本气流向下游传播,形成所谓背风波。

不稳定城市边界层中的垂直运动的存在,还可以从对流活动的频率和分布以及混合层的特性间接得到证实。Auer^[3]和 Uthe 等^[4]根据观测分析,指出城市下风区是积云的多发区。Ochs^[5]和 Dirks^[6]指出,城市热岛可以使混合层顶抬高,最高点出现在城市下风向,并在城市下风向部分触发对流活动和降水。

对热岛环流成因的理论分析,过去都集中于稳定的大气边界层中^[7,8]。本文将从不稳定边界层中二层模式的解析解出发,讨论城市加热和边界层温度场结构在热山环流形成中的作用,从理论上证实这种环流在不稳定城市边界层中存在的可能性。

二、二层模式的解析解

取简单的二层模式。下层为不稳定的边界层大气,上层为边界层上部的稳定层,两层

模式的界面设在边界层顶, 即 $z = 0$ 处。

在两层模式中的下层, 线性化的二维大气热力——动力学方程组可表示为:

$$\bar{u} \frac{\partial u}{\partial x} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi}{\partial x} \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial w}{\partial x} = -\bar{\theta} \frac{\partial \pi}{\partial z} + \frac{\theta}{\bar{\theta}} g \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} \frac{V}{c_p} \quad (4)$$

$-h \leq z \leq 0$, h 为边界层的厚度。

在方程(1)–(4)中, $\bar{u}$, $\bar{\theta}$, $\bar{T}$ 为平均值, 并满足 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} = 0$, $\bar{\theta} = \bar{\theta}(z)$ 。
 u , w , π , θ 为热岛环流引起的扰动值。 $\bar{\pi} + \pi = c_p (p/p_0)^{R/p}$ 为 Exner 函数, 其中平均值 $\bar{\pi}$ 遵循静力关系, $-\bar{\theta} \frac{\partial \bar{\pi}}{\partial z} - g = 0$ 。

方程(4)中的 V 表示扰动加热场, 即单位质量空气由于城市的加热在单位时间内获得的热量。对于这一变量的空间分布, 我们了解得很少。在这个模式中, 我们假定它随水平位置及高度的变化形式为

$$V \propto \frac{b^2}{b^2 + (x - x_0)^2} e^{-\alpha(z+h)}$$

其中 x_0 为城市中心的水平坐标, 可设 $x_0 = 0$; b 表示城市加热区域的半宽度, 即当 $x - x_0 = \pm b$ 时, 加热作用降低到城市中心值的一半。 $e^{-\alpha z}$ 表示 V 随高度呈负指数衰减, α 为衰减系数, 即离地面高度为 $1/\alpha$ 时, 加热量降低到地面值的 $1/e$ 。

上述方程经消元后, 可得到边界层中垂直运动速度 w_1 的方程

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} - \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial z} + \frac{g}{\bar{u}^2} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} w_1 = \frac{gV}{c_p \bar{u}^2 \bar{T}}$$

方程左端第 4 项和第 3 项的比值为:

$$\frac{\frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{\partial w_1}{\partial z}}{\frac{g}{\bar{u}^2} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} w_1} = \frac{\partial w_1 / \partial z}{\frac{g}{\bar{u}^2} w_1} \sim \frac{W/H}{\frac{g}{U^2} W} \sim \frac{U^2}{g} \frac{1}{H}$$

其中 W 为边界层中垂直运动速度尺度; H 为扰动的垂直尺度, 例如可取为边界层厚度; U 为水平风速尺度。在不稳定边界层中, 上述比值的典型值为 10^{-2} , 因而第 3 项可略去。类似的简化见文献[9]。得到方程

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} + \frac{g}{\bar{u}^2} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} w_1 = \frac{gV}{c_p \bar{u}^2 \bar{T}} \quad (5)$$

考虑到边界层中大气是不稳定的, $\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} < 0$ 设 $-\frac{g}{\bar{u}^2} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = n^2 > 0$, 并假定方程各端形式为

$$\frac{gV}{c_p \bar{u}^2 \bar{T}} = Q \frac{b^2}{b^2 + x^2} e^{-a(x+h)}$$

其中 Q 为市中心地面处的加热量, 这样, 方程(5)化为

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} - n^2 w_1 = Q \frac{b^2}{b^2 + x^2} e^{-a(x+h)} \quad (6)$$

$$-h \leq z \leq 0$$

对于上部稳定层结中的大气, 同样可得到形式如(6)的方程。考虑到边界层顶以上扰动加热项还很小, 设 $V = 0$ 。层结稳定, $\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} > 0$, 因而设 $\frac{g}{\bar{u}^2} \frac{1}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = l^2$, 则得

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial z^2} + l^2 w_2 = 0 \quad 0 \leq z < \infty \quad (7)$$

取 w_1 和 w_2 在波数空间 k 中的 Fourier 分量 $\tilde{w}_1$ 和 $\tilde{w}_2$, 则有关于 $\tilde{w}_1$ 和 $\tilde{w}_2$ 的方程为

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}_1}{\partial z^2} - (k^2 + n^2) \tilde{w}_1 = Q b e^{-bk} e^{-a(x+h)} \quad -h \leq z \leq 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{w}_2}{\partial z^2} - (k^2 - l^2) \tilde{w}_2 = 0 \quad 0 \leq z < \infty \quad (9)$$

其中 $b e^{-bk}$ 为函数 $\frac{b^2}{b^2 + x^2}$ 的 Fourier 分量。

方程(8)和(9)的解, 形式分别为

$$\tilde{w}_1 = A e^{\lambda z} + B e^{-\lambda z} + Q \frac{b e^{-bk}}{\omega^2 - \lambda^2} e^{-a(x+h)} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}_2 &= C e^{-\mu z} \quad \text{当 } k > l \\ \tilde{w}_2 &= C e^{i\nu z} \quad \text{当 } k < l \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\lambda = \sqrt{k^2 + n^2}$, $\mu = \sqrt{k^2 - l^2}$, $\nu = \sqrt{l^2 - k^2}$ 。待定系数 A, B 和 C 可由下列边界条件和界面条件定出。

下边界条件为, 地面处垂直运动为零, 即

$$z = -h, \text{ 有 } w_1 = 0 \text{ 和 } \tilde{w}_1 = 0 \quad (12)$$

在界面 $z = 0$ 处, 第一个界面条件为界面两侧垂直运动速度连续, 即

$$z = 0, \text{ 有 } w_1 = w_2 \text{ 和 } \tilde{w}_1 = \tilde{w}_2 \quad (13)$$

第二个界面条件为位温不连续。假定不稳定边界层顶部存在位温跳跃, $\Delta\theta = \bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2$, 因而产生密度不连续 $\frac{\Delta\rho}{\rho} = -\frac{\Delta\theta}{\bar{\theta}}$, 其中 $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ 。沿界面的流线上, 根据 Bernoulli 定理, 有

$$\begin{aligned} \frac{P_0}{\rho_1} + \frac{1}{2} \bar{u}_1^2 &= \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} [(\bar{u}_1 + u_1)^2 + w_1^2] + g\eta_1 \\ \frac{P_0}{\rho_2} + \frac{1}{2} \bar{u}_2^2 &= \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{1}{2} [(\bar{u}_2 + u_2)^2 + w_2^2] + g\eta_2 \end{aligned}$$

其中左端表示远离城市未受扰动时的流线状态, 右端为受扰动后的流线状态。 η 表示扰动后的流线相对于 $z = 0$ 的垂直位移。设界面两侧气压处于平衡状态, $P_1 = P_2$ 。水平风

速连续, $\bar{u}_1 = \bar{u}_2$. 略去二阶小量, 由上两个平衡关系可得到

$$\bar{u}_1 u_1 \rho_1 + g \eta_1 \rho_1 = \bar{u}_2 u_2 \rho_2 + g \eta_2 \rho_2$$

上式两端对 z 微分, 应用连续方程(3)及关系式 $w = \bar{u} \frac{\partial \eta}{\partial x}$, 则可得到第二个界面条件, 即垂直运动速度梯度不连续条件.

$$\frac{\partial w_1}{\partial z} = \gamma w_1 + \frac{\partial w_2}{\partial z}$$

或

$$\frac{\partial \tilde{w}_1}{\partial z} = \gamma \tilde{w}_1 + \frac{\partial \tilde{w}_2}{\partial z} \quad (14)$$

其中

$$\gamma = \frac{g}{\bar{u}^2} (\rho_1 - \rho_2) / \rho_1$$

对于低波数部分 ($k < l$), 将解(10)和(11)式代入边界条件和界面条件 (12), (13) 和(14)式中, 得到

$$A e^{-\lambda h} + B e^{\lambda h} = -Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} \quad (15)$$

$$A + B + Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\alpha h} = C \quad (16)$$

$$\lambda A - \lambda B - \frac{\alpha}{\alpha^2 - \lambda^2} Q b e^{-b k} e^{-\alpha h} = (\gamma + i\nu) C \quad (17)$$

由(15), (16)和(17)式中, 解得 A , B 和 C , 代入(10)和(11)式中, 得到 w_1 和 w_2 中波数小于 l 的 Fourier 分量 $\tilde{w}_{1l}$ 和 $\tilde{w}_{2l}$ 分别为

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{1l} = & Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} P [M_r + i M_i] e^{-\lambda h} e^{-\alpha h} \text{sh}[\lambda(h+x)] \\ & - Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\lambda(h+x)} + Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{\lambda(h+x)} \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} P^{-1} = & [\lambda \text{ch}(\lambda h) - \gamma \text{sh}(\lambda h)]^2 + \nu^2 \text{sh}^2(\lambda h) \\ M_r = & [(\alpha + \gamma) e^{\lambda h} - (\lambda + \gamma) e^{\alpha h}] [\lambda \text{ch}(\lambda h) \\ & - \gamma \text{sh}(\lambda h)] - \nu^2 (e^{\lambda h} - e^{\alpha h}) \text{sh}(\lambda h) \\ M_i = & [(\alpha + \gamma) e^{\lambda h} - (\lambda + \gamma) e^{\alpha h}] \nu \text{sh}(\lambda h) \\ \tilde{w}_{2l} = & Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} P [M_r + i M_i] e^{-\lambda h} e^{-\alpha h} \text{sh}(\lambda h) e^{i\nu x} \\ & - Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\lambda h} e^{i\nu x} + Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\alpha h} e^{i\nu x} \end{aligned} \quad (19)$$

将(17)式中的 $i\nu$ 换成 $-\mu$, 则可得到高波数 ($k > l$) 部分的 Fourier 分量 $\tilde{w}_{1h}$ 和 $\tilde{w}_{2h}$ 分别为

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{1h} = & Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} \frac{(\alpha - \mu - \gamma) e^{-\alpha h} - (\gamma + \lambda + \mu) e^{-\lambda h}}{\lambda \text{ch}(\lambda h) - (\gamma - \mu) \text{sh}(\lambda h)} \text{sh}[\lambda(h+x)] \\ & - Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\lambda(h+x)} + Q \frac{b e^{-b k}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\alpha(h+x)} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}\tilde{w}_{1h} = & Q \frac{be^{-bh}(\alpha - \mu - \gamma)e^{-ah} - (\gamma + \lambda - \mu)e^{-\lambda h}}{\alpha^2 - \lambda^2} \frac{\lambda \operatorname{ch}(\lambda h) - (\gamma - \mu) \operatorname{sh}(\lambda h)}{\lambda \operatorname{ch}(\lambda h) - (\gamma - \mu) \operatorname{sh}(\lambda h)} \operatorname{sh}(\lambda h) e^{-\mu x} \\ & - Q \frac{be^{-bh}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-\lambda h} e^{-\mu x} + Q \frac{be^{-bh}}{\alpha^2 - \lambda^2} e^{-ah} e^{-\mu x}\end{aligned}\quad (21)$$

边界层中的垂直运动速度可以用 Fourier 积分表示成为

$$w_1 = w_{11} + w_{1h} = \int_0^l \tilde{w}_{11} e^{ikx} dk + \int_l^\infty \tilde{w}_{1h} e^{ikx} dk \quad (22)$$

在(22)式第一个积分中,我们注意到被积函数 $\tilde{w}_{11}$ 的表达式(18)中,包含有 e^{-bk} 因子,因而当 k 增大时,被积函数迅速减小,这表明这个积分的主要贡献是由 $k=0$ 附近的波数分量构成的,于是, w_{11} 可近似地表示成为

$$\begin{aligned}w_{11} &= \int_0^l \tilde{w}_{11} e^{ikx} dk \\ &= Q \frac{b}{\alpha^2 - n^2} P^* M_r^* e^{-nh} e^{-ah} \operatorname{sh}[n(h+x)] \int_0^\infty e^{-bk} \cos kx dk \\ &\quad - Q \frac{b}{\alpha^2 - n^2} P^* M_l^* e^{-nh} e^{-ah} \operatorname{sh}[n(h+x)] \int_0^\infty e^{-bk} \sin kx dk \\ &\quad - \left(Q \frac{b}{\alpha^2 - n^2} e^{-n(h+x)} - Q \frac{b}{\alpha^2 - n^2} e^{-a(h+x)} \right) \int_0^\infty e^{-bk} \cos kx dk \\ &= \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} P^* M_r^* e^{-nh} e^{-ah} \operatorname{sh}[n(h+x)] \\ &\quad - \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{bx}{b^2 + x^2} P^* M_l^* e^{-nh} e^{-ah} \operatorname{sh}[n(h+x)] \\ &\quad - \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} e^{-n(h+x)} + \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} e^{-a(h+x)}\end{aligned}\quad (23)$$

其中 M_r^* , M_l^* 和 P^* 分别为 M_r , M_l 和 P 表达式中取 $k=0$ 时的值,即

$$M_r^* = M_r(k)|_{k=0}, \quad M_l^* = M_l(k)|_{k=0}, \quad P^* = P(k)|_{k=0}.$$

在(22)式的第二个积分中,被积函数 $\tilde{w}_{1h}$ 的表达式(20)有两个奇点,第一个奇点在 $k=k_1$ 处,这里分母

$$(\alpha^2 - \lambda^2)|_{\lambda=\lambda_1} = 0 \quad (24)$$

其中 $\lambda_1 = \alpha = \sqrt{k_1^2 + n^2}$

第二个奇点在 $k=k_2$ 处,这时分母

$$[\lambda \operatorname{ch}(\lambda h) - (\gamma - \mu) \operatorname{sh}(\lambda h)]|_{\lambda=\lambda_2} = 0 \quad (25)$$

其中 $\lambda_2 = \sqrt{k_2^2 + n^2}$, $\mu_2 = \sqrt{k_2^2 - \beta^2}$

根据留数定理,(22)式第二个积分可表示成为

$$w_{1h} = \int_l^\infty \tilde{w}_{1h} e^{ikx} dk = \pi R_{1i} + \pi R_{2i} \quad (26)$$

其中 R_1 和 R_2 分别为 k_1 和 k_2 两点上的留数.

$$R_1 = \frac{Qbe^{-bk_1}}{\left[\frac{\partial}{\partial k} (\alpha^2 - \lambda^2) \right] \Big|_{k=k_1}} \frac{(\alpha - \mu_1 - \gamma)e^{-ah} - (\gamma + \lambda_1 - \mu_1)e^{-\lambda_1 h}}{\lambda_1 \operatorname{ch}(\lambda_1 h) - (\gamma - \mu_1) \operatorname{sh}(\lambda_1 h)}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \operatorname{sh}[\lambda_1(h+z)]e^{ik_1x} - \frac{Qbe^{-\delta k_1}}{\left[\frac{\partial}{\partial k}(\alpha^2 - \lambda^2)\right]_{k=k_1}} e^{-\lambda_1(h+z)}e^{ik_1x} \\
 & + \frac{Qbe^{-\delta k_1}}{\left[\frac{\partial}{\partial k}(\alpha^2 - \lambda^2)\right]_{k=k_1}} e^{-\alpha(h-z)}e^{ik_1x} \\
 R_2 = & \frac{Qbe^{-\delta k_2}}{\alpha^2 - \lambda_2^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial k} [\lambda \operatorname{ch}(\lambda h) - (\gamma - \mu) \operatorname{sh}(\lambda h)] \right\}_{k=k_2} \\
 & \cdot \operatorname{sh}[\lambda_2(h+z)]e^{ik_2x}
 \end{aligned}$$

将 R_1 和 R_2 代入(26)式中,取实数部分,则得到 w_{1h} 的表达式。事实上, R_2 数值上远小于 R_1 , 可以略去,则

$$w_{1h} = \pi \frac{Qbe^{-\delta k_1}}{k_1} \frac{\gamma e^{-\alpha h} \operatorname{sh}[\lambda_1(h+z)] \sin k_1 x}{(\gamma - \mu_1) \operatorname{sh}(\lambda_1 h) - \lambda_1 \operatorname{ch}(\lambda_1 h)} \quad (27)$$

类似地,边界层以上的稳定层中,垂直运动速度可表示成为

$$w_2 = w_{2l} + w_{2h} \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned}
 w_{2l} = & \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} P^* [M_1^* \cos lx - M_1^* \sin lx] e^{-nh} e^{-\alpha h} \operatorname{sh}(nh) \\
 & - \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{bx}{b^2 + x^2} P^* [M_1^* \sin lx + M_1^* \cos lx] e^{-nh} e^{-\alpha h} \operatorname{sh}(nh) \\
 & + \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \frac{b^2}{b^2 + x^2} (e^{-\alpha h} - e^{-nh}) \cos lx + \frac{Q}{\alpha^2 - n^2} \\
 & \cdot \frac{bx}{b^2 + x^2} (e^{-nh} - e^{-\alpha h}) \sin lx \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$w_{2h} = \pi \frac{Qbe^{-\delta k_1}}{k_1} \frac{\gamma e^{-\alpha h} \operatorname{sh}(\lambda_1 h) e^{-\mu_1 x} \sin k_1 x}{(\gamma - \mu_1) \operatorname{sh}(\lambda_1 h) - \lambda_1 \operatorname{ch}(\lambda_1 h)} \quad (30)$$

由上述解(23),(27),(29)和(30)式中可以看出,当气流流经白天的城市边界层时,由于边界层中城市的非绝热加热作用,在不稳定热岛边界层以及其上部的稳定层中,会产生扰动垂直运动。扰动是由高、低两种波数分量构成的。低波数部分 w_{1h} 和 w_{2l} 的表达式(23)和(29)表明,这部分扰动和加热函数 V 的位相相同。在城市中心 $x=0$ 处,扰动达到极大,随距离 x 的增加,以 $\frac{b^2}{b^2+x^2}$ 和 $\frac{bx}{b^2+x^2}$ 形式衰减。扰动在边界层中随高度呈双曲函数形式变化。地面处扰动为零,随高度增加,并在边界层顶 $z=0$ 处达到极大。低波数扰动在上部稳定层中以正弦和余弦波形式向上传播,振幅不衰减,因而低波数扰动相当于热山形成的过山波部分。它实际上是城市表面加热引起的上升运动,只局限于城市上空,不向下游传播。

高波数部分构成的扰动 w_{1h} 和 w_{2h} 也是在边界层顶附近达到极大,但这部分扰动在上部稳定层中以 $e^{-\mu x}$ 形式向上衰减,因而属于陷波成分。陷波在边界层顶(稳定层底

部)引起反射,形成在稳定层中向下游传播的背风波^[9]。通过界面上速度连续条件的耦合,这部分扰动还会传到下部不稳定边界层中,使得边界层中也出现类似背风波型式的扰动。

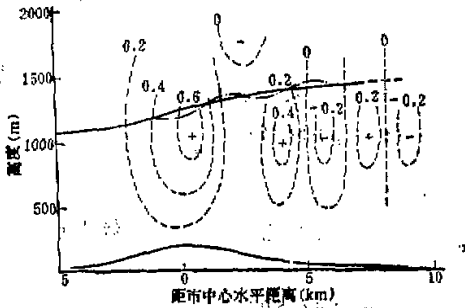


图1 理论解得到的垂直运动和边界层顶
其中虚线为垂直速度等值线,单位: m/s, 实线为低波数扰动引起的边界层顶变化, 点划线为叠加在上面的高波数扰动, 图下方实线表示加热函数在水平方向上的分布。计算所采用的参数为 $n = 0.0005\text{m}^{-1}$, $l = 0.001\text{m}^{-1}$, $\alpha = 0.002\text{m}^{-1}$, $\gamma = 0.005\text{m}^{-1}$, $h = 1000\text{m}$, $b = 2500\text{m}$, $Q = 3.3 \cdot 10^{-6}\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$, $k_1 = 0.00194\text{m}^{-1}$

设边界层厚度为 1000m ; 边界层顶处, 位温跃升为 6K , 边界层中位温递减率为 $1\text{K}/\text{km}$, 上部稳定层中; 位温递增率为 $3\text{K}/\text{km}$, 平均风速 $\bar{u} = 5\text{m/s}$, 在地表面处, 市中心温度高于郊区 4°C , 在 500m 高处非绝热加热率减到地表面的 $1/e$, 城市加热范围为 10km 。在上述条件下, 可以得到模式的参数为

$$n = 0.0005\text{m}^{-1}, l = 0.001\text{m}^{-1},$$

$$\alpha = 0.002\text{m}^{-1}, \gamma = 0.005\text{m}^{-1},$$

$$h = 1000\text{m}, b = 2500\text{m},$$

$$Q = 3.3 \cdot 10^{-6}\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}。并由此得到 $k_1 = 0.00194\text{m}^{-1}$, $\lambda_1 = \alpha$, $\mu_1 = 0.00166\text{m}^{-1}$ 。将上述参数代入 (23),$$

(27), (29)和(30)式中, 得到上下层中的垂直运动分布如图1所示。

从图1可以看出, 城市上空的垂直运动是由城市热山的过山波和背风波两部分叠加而成。低波数扰动构成的过山波所造成的上升运动集中在市中心上空。按波动理论, 高波数扰动构成的背风波只出现在城市的下风向, 它的波长为 $L = \frac{2\pi}{k_1} = 3237\text{m}$ 。因而在

市中心和下风向 1km 之间的上升运动极大区, 是过山波和背风波的第一波峰叠加而成。下风向 2 至 3km 之间的弱上升区, 是过山波的上升区和背风波第一波谷的下沉区叠加而成。而 4km 附近的第二上升极大区则是背风波的第二个波峰叠加过山波残存部分上的结果, 在这里过山波的幅度已减到其市中心值的 $1/5$ 。在 5km 之后, 是上升、下沉运动相间的区域, 它们分别是背风波的波峰和波谷形成的。实际大气中, 背风波会由于湍流消耗而衰减, 因而可能只有最前面的几个波在实际上起作用。如取不同的大气条件, 背风波和过山波的振幅, 应和本例皆有所不同, 因而垂直运动分布的图象也应和图1有区别, 但在城市下风向总是会存在一、二个强上升区, 这和平飘气球的观测^[4]以及对流活动分布的分析^[3-6]是一致的。

由解(27)中可以看出, 界面两侧密度的不连续 ($\gamma \neq 0$) 是背风波产生的必要条件, 但这仍需进一步的观测来证实。

城市边界层中的垂直运动, 必然影响边界层中动量、热量以及物质的输送过程以及边界层顶的发展变化。下面我们就理论解出发, 讨论城市热岛的垂直运动对边界层厚度的影响。

如果以二层模式界面 $z = 0$ 处的流线的垂直位移 $\eta|_{z=0}$ 表示边界层顶的扰动, 根据

垂直运动速度和流线垂直位移之间的关系,

$$w = \bar{u} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

可以得到

$$\tilde{w} = \bar{u} \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial x} = -\bar{u} \tilde{\eta} i k$$

或

$$\tilde{\eta} = \frac{i}{\bar{u} k} \tilde{w} \quad (31)$$

将(18)和(20)式中的 $\tilde{w}_{1L}|_{z=0}$ 和 $\tilde{w}_{1h}|_{z=0}$ 代入(31)式,再对整个波数空间做 Fourier 积分,则可得到 $z=0$ 处的流线扰动 $\eta|_{z=0}$, 即

$$\begin{aligned} \eta|_{z=0} &= \int_0^{\infty} \tilde{\eta}|_{z=0} e^{ikx} dk \\ &= \int_0^{\infty} \frac{i}{\bar{u} k} \tilde{w}_{1L}|_{z=0} e^{ikx} dk + \int_0^{\infty} \frac{i}{\bar{u} k} \tilde{w}_{1h}|_{z=0} e^{ikx} dk \\ &= \frac{1}{\bar{u}} \frac{Qb}{\alpha^2 - n^2} [P^* M_r^* e^{-\lambda_1 h} e^{-\alpha h} \text{sh}(\lambda_1 h) - e^{-\alpha h} + e^{-\alpha h}] \\ &\quad \cdot \left(\arctan \frac{x}{b} + \frac{\pi}{2} \right) - \pi \frac{1}{\bar{u}} \frac{Qb e^{-\delta k_1}}{k_1^2} \\ &\quad \cdot \frac{\gamma e^{-\alpha h} \text{sh}(\lambda_1 h) \cos k_1 x}{(\gamma - \mu_1) \text{sh}(\lambda_1 h) - \lambda_1 \text{ch}(\lambda_1 h)} \end{aligned} \quad (32)$$

按(32)式算出的边界层顶高度变化,如图1所示。边界层顶变化也由两部分组成。(32)式中第一项为低波数部分,它表明,当气流流入城市后,边界层高度逐渐抬高,在城市下风向4—5 km处,接近其最大值。第二项为高波数部分,它表现为边界层高度的波动变化。由图1看出,构成边界层顶高度变化的主要贡献来自于低波数部分。尽管短波成分的垂直运动很强,但边界层高度对这部分扰动的响应较小。

城市边界层高度的空间变化,已为若干观测所证实^[5,6]。沈阳地区的声雷达和探空观测也表明^[5],当气流进入城市后,边界层逐渐抬高,并在下风向郊区达到最大。实际上由于边界层顶的卷出作用,下风向边界层厚度不可能维持如图1所示那样固定的高度,它会由于湍流消耗而降低。

本文以上仅就垂直运动和边界层厚度变化等方面分析了城市不稳定热岛边界层的性质。从理论解出发,还可对热岛的温度场结构、热量和物质输送等方面做出分析。这些现象的进一步研究和证实显然对城市大气环境问题有重要意义。近些年来我国进行的一系列城市大气环境试验为这些现象的进一步研究提供了依据,也会为本文所做的分析提供验证的机会。

参 考 文 献

- [1] Angell, J. K., W. H. Hoecker, H. P. Dickson and D. H. Pack, 1973, Urban influence on a strong daytime

1) 大气环境容量课题沈阳地区攻关协作组,沈阳地区大气环境容量研究,1985年12月。

- air flow as determined from tethered flights, *J. Appl. Meteorol.*, 12, 924—936.
- [2] 大后美保, 长尾隆, 都市気候学, 朝倉書店, 1972.
- [3] Auer, A. H. Jr., 1974, Cumulus congestus growth downwind of St. Louis, Missouri: Case study, *J. Weath. Modif.*, 6, 229—237.
- [4] Utse, E. E. and P. B. Russell, 1974, Experimental study of urban aerosols structure and its relation to urban climate modification, *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 55, 115—121.
- [5] Ochs, H. T., 1975, Modeling of cumulus initiation in METROMEX, *J. Appl. Meteorol.*, 14, 873—882.
- [6] Dirks, R. A., 1974, Urban atmosphere: Warm dry envelope over St. Louis, *J. Geophys. Res.*, 79, 3473—3475.
- [7] Malkus, J. S. and M. E. Stern, 1953, The flow of a stable atmosphere over a heated island, Part I, *J. Meteorol.*, 10, 30—41.
- [8] 桑建国, 1986, 城市热岛效应的分析解, 气象学报, 44, 251—255.
- [9] Scorer, R. S., 1978, Environmental aerodynamics, Chapter 6, Ellis Horwood Publisher.