

一个全球原始方程谱模式及其数值诊断检验

乌元康

(北京气象中心)

提 要

本文描述了一个全球原始方程谱模式及其方程组。模式在垂直方向取 σ 坐标,水平方向用球面勒尚得函数表示,并用三角形截差法取21个波,模式中包含有各种非绝热物理过程的参数化方案。时间积分采用半隐式方案,并考虑了地形的影响。模式的数值试验结果表明,该模式有能力模拟出大气环流中的许多基本特征。例如,纬向平均风场、温度场、径向环流、南北方向上物理量的交换和输送等等。模式在北京气象中心M-170机上积分一天,时间步长取45min,需要20min CPU时间,内存62k字节。因此该模式可以在国内大部份中型机上运行。

一、引 言

在数值天气预报和大气环流数值试验中,用波谱方法设计的模式与用差分方法设计的模式相比,具有一些更引人注目的优越性。首先,波谱方法能够更加精确地计算空间微分。而且从根本上讲,波谱方法更为真实地描述了地球的球面几何特征。本文设计的全球原始方程组谱模式中的预报变量为相对涡度、散度、温度、比湿和地表面气压对数。

为了在模式中考虑地形作用,模式在垂直方向采用 σ 坐标并取五层。水平方向采用三角形截距并取21个波,东西方向与其相对应的格距为 6.625° 。南北方向取高斯格点,其格距大略为 5.5° 左右。模式只要作很少的修改,就可以根据需要改变模式的分辨率。

模式考虑了与非绝热过程有关的物理过程,其中包括了辐射冷却、边界层水汽和热量的湍流交换、次网格尺度的对流参数化以及大尺度凝结降水等物理过程。模式设计过程中参考了Bourke (1972)^[1]和以此为基础发展出来的Hoskins和Simmons (1975)^[2]的半球绝热谱模式。

为了节省运行模式的计算机时间,采用了半隐式的时间积分方案。为了保持模式的稳定性,在每一步时间积分以后用Robert (1972)^[3]方法进行一次时间积分平滑,平滑系数取为 α 等于0.01。作者利用本模式在北京气象中心的M-170机上进行了一些数值试验,以便对模式的基本特性有一个基本的检验和了解,并为对模式作进一步的改进提供依据。

二、模式的基本方程组

如果在垂直方向取正交化的 σ 坐标系,利用流体静力学方程作为第一近似,则在球

面坐标系中的流体动力学原始方程组可写成如下形式:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{1-\mu^2} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + v \frac{\partial u}{\partial \mu} + \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} - f v + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + R T \frac{\partial \ln P_*}{\partial \lambda} \right) = F_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{1-\mu^2} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + v \frac{\partial v}{\partial \mu} + \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + f u + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mu} + R T \frac{\partial \ln P_*}{\partial \mu} \right) (1-\mu^2) = F_v \quad (2)$$

$$\frac{\partial \ln P_*}{\partial t} + \frac{u}{1-\mu^2} \frac{\partial \ln P_*}{\partial \lambda} + v \frac{\partial \ln P_*}{\partial \mu} + \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v}{\partial \mu} + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{u}{1-\mu^2} \frac{\partial T'}{\partial \lambda} + v \frac{\partial T'}{\partial \mu} + \dot{\sigma} \frac{\partial T'}{\partial \sigma} - \frac{R T' \omega}{C_p P} = F_T + \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{u}{1-\mu^2} \frac{\partial q}{\partial \lambda} + v \frac{\partial q}{\partial \mu} + \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} = F_q - (C - E) \quad (5)$$

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma} = - \frac{R T}{\sigma} \quad (6)$$

式中 P_* 为地面气压, $\dot{\sigma}$ 为 σ 坐标系中的垂直速度, $l = gz$ 为等 σ 面上的位势高度, $T' = T - T_0(\sigma)$ 为扰动温度, 这里的 $T_0(\sigma)$ 为任意的大气标准温度垂直廓线, F_u 、 F_v 为与雷诺应力有关的动量变化率, F_T 、 F_q 为与小尺度涡旋有关的温度和比湿的变化率, E 为水汽的蒸发率, 其它符号为气象上常用。

取地球半径 a 作为长度尺度, 地球角速度的倒数为时间尺度, $P = 1000 \text{ hPa}$ 作为气压尺度, 对上述方程组进行无量纲化。

方程组满足的上、下边界动力条件为: 当 $\sigma = 1$ 或 $\sigma = 0$ 时, $\dot{\sigma} = 0$ 。

为了便于应用波谱方法和在时间积分中采用半隐式方案, 由导得的涡度方程和散度方程替代水平动量方程, 即:

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} (H_u + F_u) - \frac{\partial}{\partial \mu} (H_v + F_v) \\ \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} (H_u + F_u) + \frac{\partial}{\partial \mu} (H_v + F_v) - \nabla^2 \left(\frac{u^2 + v^2}{2(1-\mu^2)} + \phi + \overline{T} \ln P_* \right) \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\begin{cases} H_u = v \zeta - \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} - R T' \frac{\partial \ln P_*}{\partial \lambda} \\ H_v = -u \zeta - \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} - R T' (1-\mu^2) \frac{\partial \ln P_*}{\partial \mu} \end{cases} \quad (8)$$

速度势 α 和流函数 ψ 可以通过下列方程式得到:

$$\begin{aligned} u &= -(1-\mu^2) \frac{\partial \psi}{\partial \mu} + \frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} \\ v &= \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} + (1-\mu^2) \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} \\ \zeta &= 2u + \frac{1}{(1-\mu^2)} \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial u}{\partial \mu} = 2u + \nabla^2 \psi \\ D &= \frac{1}{1-\mu^2} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v}{\partial \mu} = \nabla^2 \alpha \end{aligned}$$

垂直速度为:

$$\dot{\sigma} = \sigma \int_0^1 (D + \vec{v} \cdot \nabla \ln P_*) d\sigma - \int_0^\sigma (D + \vec{v} \cdot \nabla \ln P_*) d\sigma$$

水平方向的平流算子为:

$$\vec{v} \cdot \nabla = \frac{u}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} + v \frac{\partial}{\partial \mu}$$

模式在垂直方向的导数可以用下列差分格式表示.

地面倾向方程:

$$\frac{\partial \ln P_*}{\partial t} = - \frac{1}{P_*} \sum_{k=1}^{NLEV} \nabla \cdot (\vec{v} \Delta P_k)$$

连续方程:

$$\left(\dot{\sigma} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right)_{k+1/2} = - \frac{\partial P_{k+1/2}}{\partial t} - \sum_{j=1}^k \nabla \cdot (\vec{v}_j \Delta P_j)$$

静力平衡方程:

$$P_{k+\frac{1}{2}} = P_* + \sum_{j=k+1}^{NLEV} R_d(T_e)_j \ln \frac{P_{j+1/2}}{P_{j-1/2}}$$

垂直平流:

$$\left(\dot{\sigma} \frac{\partial x}{\partial \sigma} \right)_k = \frac{1}{2\Delta P_k} \left[\left(\dot{\sigma} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right)_{k+1/2} (x_{k+1} - x_k) + \left(\dot{\sigma} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right)_{k-1/2} (x_k - x_{k-1}) \right]$$

这种平流格式可以保证, 不会由于垂直平流的差分而产生虚假的动能和位能的源和汇. 气压梯度项:

$$R_d(T_e \nabla \ln P)_k = \frac{R_d(T_e)_k}{\Delta P_k} \left[\left(\ln \frac{P_{k+1/2}}{P_{k-1/2}} \right) \nabla P_{k-\frac{1}{2}} + \alpha_k \nabla (\Delta P_k) \right]$$

其中

$$\alpha_k = 1 - \frac{P_{k-1/2}}{\Delta P_k} \ln \left(\frac{P_{k+1/2}}{P_{k-1/2}} \right)$$

此种格式可以保持角动量守恒的特性, 即不会产生, 虚假的角动量的源和汇^[4].

三、模式的气候特性

为了进一步了解本模式的物理学特性, 作者在北京气象中心的 M-170 机上对模式的气候特性进行了数值试验, 并对模式大气的输出结果进行了初步的分析. 模式的初始场在南北半球之间对称, 取简单的平直西风作为基本风场, 然后加入一个初始小扰动作为初始流场, 小扰动的振幅为 0.01. 垂直方向上的平均温度分布取为 $\bar{T}$ (220, 230, 250, 267, 280K). 每一层上的温度变化和地面气压场变化, 由解平衡方程得到, 其条件为初

始场的散度和散度倾向为零.

模式中使用的地形资料取自文献[5], 为了防止高频地形波所引起的假能量的输入, 采用了下式的平滑:

$$Z_{m,n}^{SM} = Z_{m,n} e^{-n(n+1)(0.0052)}$$

其中 $Z_{m,n}^{SM}$ 和 $Z_{m,n}$ 分别代表平滑以后和平滑以前的地形谱系数.

作者在本模式中考虑的物理过程主要有热量、动量和水汽量的边界层湍流; 大气辐射冷却; 积分对流以及大尺度凝结降水. 关于这些物理过程参数化的详细描述可参阅文献[6].

时间积分方案采用 Robert (1972)^[3] 的半隐式方法. 同时, 为了阻止假计算波的增长, 也采用了 Asselin (1972)^[7] 的时间过滤法.

作者利用本模式和上述的初始场, 在北京气象中心 M-170 机上进行连续积分 40 天, 时间步长取为 45 min. 模式在运行过程中表现稳定, 始终保持能量场、质量场以及角动量的守恒性质 (图 3). 下面将对模式模拟的结果, 分为三个部份进行讨论: (1) 模拟大气状态变量纬向平均的经圈剖面分析; (2) 某些物理量的传输和交换; (3) 能量的收支和平衡.

1. 纬向平均变量场

从纬向平均以后全球模拟大气的温度场和风场的垂直剖面图 (图略) 可以看出, 模拟大气对流层的温度场和风场与实际大气气候平均观测的全球分布 (Newell 等, 1972)^[8] 基本上相一致. 由于地面温度场采用的是气候平均值, 可以比较有把握地期望低层温度分布与大气观测层相一致. 在对流层中、高层, 模拟大气的温度场, 在量级和强度上也相当一致.

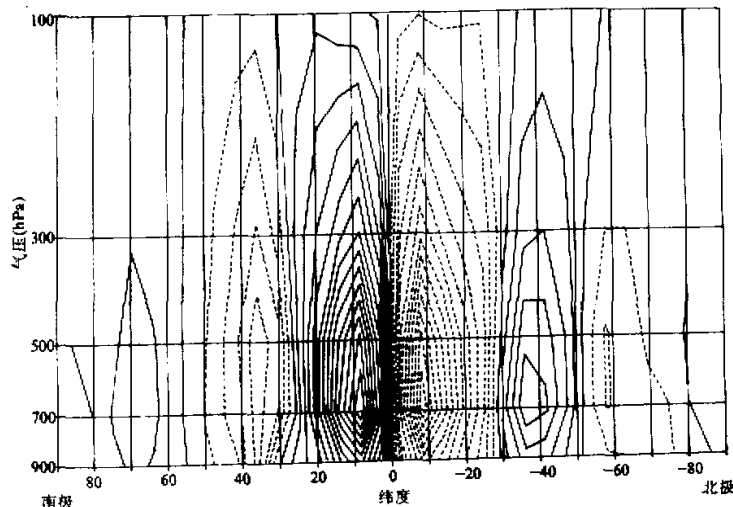


图1 模式大气纬向平均经圈环流
经向环流单位为 10^9 (kg/s) 图中等值线间隔为 10.

与观测值相比,模拟的对流层纬向平均风场,也基本上抓住了主要的气候特征。例如,中纬度的两支西风急流,近赤道的极地东风等等,西风最大区的分布与中纬度的南北向温度梯度也相一致。

平均径向环流在大气环流的数值试验中起着主导作用。图1为模拟大气的平均径向环流垂直剖面,实线代表直接径向环流,虚线代表间接环流,与实际的观测值相比,模拟大气抓住了实际大气径向环流的一些基本特征。例如,在南北半球热带地区起主导作用的哈得来环流、中纬度的费雷尔间接环流以及高纬度的极地直接环流等等。尽管如此,模拟大气低纬度的哈得来直接环流显得太强了一点,追究其主要原因,可能是由于模式中的热带对流参数化过程在热带地区提供了过多的热量,以至在赤道地区产生太强的垂直上升运动所致。这个①问题需要对模式中的对流参数化方案作进一步的改进^[6]。

2. 物理量的传输和交换

模拟大气中纬向平均径向水平涡动动量通量、向北输送的涡动感热通量和径向涡动水汽通量的垂直分布(图略)与实际大气的情形也基本上一致。在300hPa附近,北半球向极的动量通量要比南半球强,而向赤道的动量通量输送正好相反。由于南北半球的初始场是对称的,唯一的不同在于两半球地形分布的地理特点不同。因此,有理由认为北半球中纬度地形分布的特点加强了向北的动量输送,减弱了向赤道方向的输送。

另外,水汽涡动通量在南北方向有三个中心,其中的一个中心从南半球穿过赤道进入北半球。这种现象在不包括地形作用的模拟结果中并不出现。这说明,南北半球之间的水汽交换也有可能与两半球在地形分布上的差异有关。

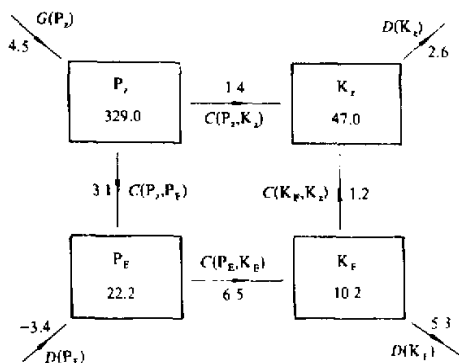


图2 模拟大气中各种能量之间的平衡和循环

3. 能量收支和平衡

大气中的动能为摩擦曳力不断地消耗,同时,由于各种非绝热加热所产生的内能有一部份又被转换为动能,以维持大气环流和运动。下面我们将讨论由风场、温度场和水汽场所代表的总动能、位能是如何保持平衡的。

大气中动能、有效位能的产生 G , 消亡 D 和能换 C 可用下列公式来表示:

$$G(P_i) = \int \gamma \overline{(T)^{\prime\prime}(\theta)^{\prime\prime}} dm$$

$$G(P_e) = \int \gamma \overline{(T^* \theta^*)} dm$$

$$D(K_Z) = \int \overline{[(u)(F_x) + (v)(F_y)]} dm$$

$$D(K_E) = \int \overline{[(u^*)(F_x^*) + (v^*)(F_y^*)]} dm$$

$$C(P_Z, K_Z) = - \int \overline{(\omega)''(\alpha)''} dm = \int \overline{(u_g)(v)} dm$$

$$C(P_E, K_E) = - \int \overline{(\omega^* \alpha^*)} dm$$

$$\begin{aligned} C(K_E, K_Z) = & \int \overline{(u^* v^*) \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} ((u) \cos^{-1} \varphi)} dm \\ & + \int \overline{(u^* \omega^*) \frac{\partial (u)}{\partial p}} dm + \int \overline{(v^*) \frac{\partial (v)}{\partial \varphi}} dm \\ & + \int \overline{(v^* \omega^*) \frac{\partial (v)}{\partial p}} dm - \int \overline{(v)(v^*) \frac{\tan \varphi}{a}} dm \end{aligned}$$

$$C(P_Z, P_E) = -C_p \int \overline{\alpha(\sigma^* T^*) \frac{\partial (T)}{\partial \varphi}} dm - C_p \int \overline{\gamma \left(\frac{T}{\theta} \right) (\omega^* T^*)'' \frac{\partial (\theta)''}{\partial p}} dm$$

式中的 P_Z 和 K_Z 为纬向平均有效位能和动能, P_E 和 K_E 为涡动有效位能和动能. 其它为气象中物理量的常用符号.

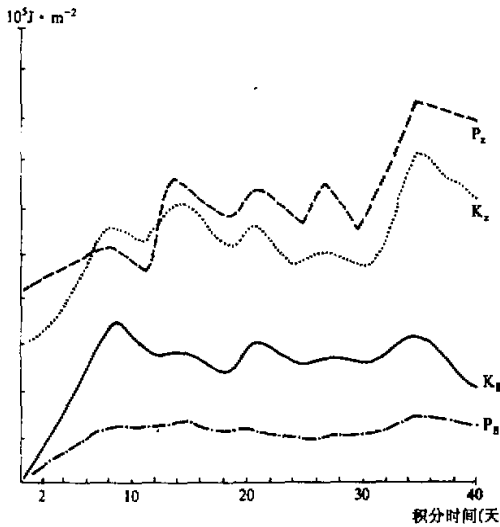


图3 模拟大气中位能和动能随时间的积分变化

从平均来讲, 大气中各种能量之间的转换, 主要表现为从平均有效位能转化为有效动能. 图2给出了模拟大气能量之间的循环和平衡. 从图可以看出, 由于各种非绝热源所产生的平均有效位能为 $G(P_Z) = 4.5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. 其中, $3.1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 转化为涡动有效位能, $1.4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 转化为平均动能. 说明, 这期间大尺度扰动的动能主要来自纬向平均气流. 各种加热过程所产生的涡动有效位能为 $3.4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. 这样, 总共有 $6.2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 的涡动有效位能转化为涡动动能. 大略有 $1.2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 从小尺度涡动动能转化为平均动能, 用来补偿摩擦对平均纬

向气流的消耗. 剩下的 $5.3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ 涡动动能为摩擦曳力所破坏.

图 3 为模拟大气各种能量随时间的变化。图中表明, 积分 40 天以后, 模拟的大气环流各种能量从初始值增长到第一个峰值, 然后开始减弱。余下的 30 天内, 各种能量经历了四个周期。也就是说, 平均相当于一个星期一个周期, 这一点也基本上与天气学事实相符。

四、讨 论

本文所描述的全球原始方程五层谱模式及其数值试验的结果还是相当初步的。尽管如此, 从至今所得到的结果来看, 该模式有能力模拟出大气环流的许多大尺度特征。例如, 纬向平均的风场、温度、径向环流、南北方向的涡动动量、感热和水汽的输送等等, 与观测事实之间有相当的一致性。模式模拟的两个半球之间物理量的交换, 也就是穿越赤道的气流问题, 似乎与南北半球之间地形分布上的差异有关。对此, 需要做进一步的研究和讨论。另外, 模拟大气中有些部分与观测事实之间的差别, 可能主要与模式分辨率太低、引进的物理过程太简单有关。这些问题可以在今后的实践中, 在原模式的基础上加以不断完善和改进。

本模式在北京气象中心 M-170 机上积分一天, 时间步长取 45min, 需要 20min CPU 时间, 内存 62k 字节。因此, 本模式可以在国内大部份的中型机上运行。作为一种工具, 利用本模式进行大气环流的数值试验, 或在加进实时资料进行数值预报都是可行的。

参 考 文 献

- [1] Bourke, W., 1972, An efficient one-level primitive equation spectral model, *Mon. Weath. Rev.*, **100**, 683 — 689.
- [2] Hoskins, B.J. and Simmon, A.J., 1975, A multi-layer spectral model and the semi-implicit method, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **101**, 637 — 654.
- [3] Robert, A.J., Henderson, J., Turnbull, C., 1972, An implicit time integration scheme for baroclinic models of the atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 329 — 335.
- [4] Simmons, A.J. et al., 1984, *Documentation of the ECMWF New Spectral Model*, ECMWF Internal Report, 26 — 27.
- [5] Gates, W.L., and Nelson, A.B., 1975, A new revised tabulation of the scripps topography on a 1° global grid, Part 1: Terrain heights, The Rand Corporation, R-1276-1-ARPA, Santa Monica, CA.
- [6] Wu Yuan Kang (乌元康), 1984, Simulations of the global general circulations using a spectral model. Doctorial dissertation, University of Reading, England, 24 — 32.
- [7] Asselin, R., 1972, Frequency filter for time integration, *Mon. Weath. Rev.*, **100**, 487 — 490.
- [8] Newell R.E., Kidson J.W. et al., 1972, *The general circulation of the tropical atmosphere*, Vol. 1, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 258pp.