

边界层抽吸引起的旋转减弱

赵 鸣

(南京大学大气科学系)

提 要

本文在边界层顶垂直速度正比于地转涡度和地转风速,并与下垫面粗糙度有关的前提下,研究了边界层抽吸引起的涡度变化,在圆对称气压系统内得到了不同粗糙度情况下的涡度场和气压场的变化速率,修正了经典理论的结果,在湍流交换系数是地转风速及高度的函数的前提下,推导了地形存在时边界层顶垂直速度的公式,并用来讨论地形存在时的旋转减弱问题。

一、引 言

大气边界层在大气的运动中起了重要的作用。这些作用之一是由于边界层内摩擦作用在边界层顶产生的垂直速度使边界层和自由大气间产生质量交换,从而引起涡度变化,这就是所谓“旋转减弱”问题。在气旋涡度区,将引起涡度减少和气压系统的填塞,在反气旋涡度区亦将引起涡度绝对值的减少。经典的 Ekman 理论设湍流交换系数不随时间和空间而变,导出了边界层顶垂直速度是^[1]:

$$w = \sqrt{\frac{K}{2f}} \zeta_g \quad (1)$$

其中 K 为常值湍流交换系数, f 为科氏参数, ζ_g 为地转涡度。再用涡度方程可得^[2]

$$\zeta_g = \zeta_{g0} e^{-\lambda t} \quad (2)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{fK}{2H^2}} \quad (3)$$

此处 ζ_{g0} 为初始地转涡度, H 为气层厚度。由(2)式可进一步分析气压场变化的情况。从现代边界层动力学的观点说,交换系数与边界层内风的垂直切变有关,当然也应与地转风速大小有关,这点在(1), (2)式的推导中均未反映出来。(1)式中的 w 正比于 ζ_g , 反映了由风的水平不均匀产生的边界层顶由于摩擦造成的垂直速度,但没有反映出地转风速大小的影响,这是由于常值 K 造成的。再者,从近代边界层理论得知,边界层内的运动与下垫面状况密切相关,在水平均匀下垫面上,粗糙度的不同会造成不同的风分布及 w 的大小,这在(1), (2)式中也未有反映。而现代某些大尺度模式中边界层的参数化处理上,粗糙度已作为一个参数引进来^[3], 因此有可能讨论它对垂直速度及旋转减弱的影响。若下垫面有地形起伏,则地形产生的垂直速度可以更大,对旋转减弱的影响也

可以更大. 本文将经典的(1)、(2)式用现代边界层动力学的观点加以推广, 并引进粗糙度的影响, 然后进一步引进地形存在时的垂直速度, 从而讨论地形存在时的旋转减弱问题.

二、边界层顶垂直速度引起的涡度变化

在文献[4]中我们得到了根据近代边界层模式求出的边界层顶垂直速度

$$w = \frac{0.2C_g G}{f \ln \frac{h}{z_0}} \zeta_g \quad (4)$$

G 为地转风速, h 为边界层顶高度(此处边界层顶高度取为风速地转风时的高度), z_0 为粗糙度, $C_g = \frac{u_*}{G}$ 为地转阻力系数, u_* 为摩擦速度. 按现代边界层资料^[5], 在一般中性层结及常见的风速范围, 在海面 C_g 可取值 0.025 左右; 较粗糙的陆面可取值 0.04 左右. (4)式说明 w 正比于 ζ_g , 符合经典结果. 此外, w 还与地转风速 G 成正比, 这就反映了风速大小对 w 的影响, 它是由于在(4)式推导过程中运用了交换系数 K 与 u_* 成正比的结果, 显然, 这一结果比仅考虑 K 为常数的(1)式要合理得多. w 与乘积 $\zeta_g G$ 成正比在文献[6]中也得到此结果, 只是它是由边界层相似理论得出的方法不同而已. $\zeta_g G$ 前的系数也不同. 我们的(4)式则得到了粗糙度对 w 的影响, z_0 愈大, 则 w 愈大, 这也是符合物理事实的. 边界层高度 h 实际变化的幅度比 z_0 要小得多, 不象后者在自然界可变化几个量级, 因而 h 对 w 的影响不大.

和其他讨论旋转减弱的工作一样, 在正压涡度方程中将涡度用地转涡度代替, 经运算得^[2,7]

$$\frac{d\zeta_g}{dt} = -\frac{f+\zeta_g}{H} w \quad (5)$$

ζ_g 为地转涡度, H 为气层厚度. 由于现在考虑非定常过程, w 除了(4)式决定的以外, 还应包括加速过程中产生的附加 w ^[7,8], 我们将采用文献[8]中线性理论的结果. 得后者(即边界层顶由加速过程产生的附加 w)大小为 $\frac{h}{f} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t}$, 于是边界层顶总的垂直速度是

$$w = \frac{0.2C_g G}{f \ln \frac{h}{z_0}} \zeta_g + \frac{h}{f} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \quad (6)$$

代入(5)式, 并与文献[8]一样讨论线性问题, 即将(5)式中的 $\frac{d\zeta_g}{dt}$ 用 $\frac{\partial \zeta_g}{\partial t}$ 代替, 得

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\frac{f+\zeta_g}{H} \left(\frac{0.2C_g G}{f \ln \frac{h}{z_0}} \zeta_g + \frac{h}{f} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} + \frac{f+\zeta_g}{H} \frac{h}{f} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\frac{f+\zeta_g}{H} \left(\frac{0.2C_g G}{f \ln \frac{h}{z_0}} \zeta_g \right) \quad (8)$$

按Mahrt^[7], 位涡 $\frac{f+\zeta_g}{H}$ 在变化中取为守恒量, 即对时间为常数, 于是(8)成为

$$\left(1 + \frac{Bh}{f}\right) \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -B \left(\frac{0.2C_g G}{f \ln \frac{h}{z_0}} \zeta_g \right) \quad (9)$$

其中 $B = \frac{f+\zeta_g}{H}$.

三、圆对称涡旋的涡度与气压场变化

我们以圆对称气旋为例来研究由(9)式所确定的涡度场及气压场的变化. 由于边界层摩擦产生的径向气流使气压系统内除了大的切向气流外还叠加了一个小的径向二级环流, 它在自由大气中是由内向外的, 由于整个气流层厚度远大于边界层厚度, 故自由大气中的径向分量远小于边界层中径向分量. 为讨论方便起见, 作为近似, 略去自由大气中的径向分量, 而将整个自由大气看成是轴对称的切向气流, 将柱坐标原点取在圆对称涡旋中心, (9)式可写成

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = - \frac{B}{1 + B \frac{h}{f}} \frac{0.2C_g G}{f \ln \frac{h}{z_0}} \zeta_g \quad (10)$$

在粗糙度均匀分布的下垫面上, $A = \frac{B}{1 + B \frac{h}{f}} \frac{0.2C_g}{f \ln \frac{h}{z_0}}$ 为常数(和文献[4]一

样, 此处取 h 是常数, 这在现代大尺度模式中也应用, 文献[7]在研究旋转减弱时亦如此处理), 其中 B 因是常数, 只要取其初值即可, 因此 A 亦只要取初值即可, 当然, 不同半径处, A 并不同.

于是(10)式可写成

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -A \zeta_g G \quad (11)$$

由于是圆对称气压场, 地转风只有切向分量 v_g , 于是(11)式为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v_g}{\partial r} + \frac{v_g}{r} \right) = -A \left(\frac{\partial v_g}{\partial r} + \frac{v_g}{r} \right) v_g \quad (12)$$

r 为半径, 或者, 因是正压大气, 将 v_g 用地面气压场 p_0 表示, 则得 p_0 方程是:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 p_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) = \frac{-A}{\rho_0 f} \frac{\partial p_0}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 p_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) \quad (13)$$

ρ_0 为地面空气密度.

由(13)式可求气压场的时间变化, 为看出气压系统内不同半径处的气压变化, 设充分大半径处气压不变, 作为个例, 取边界条件之一是:

$$p_0 = 1000 \text{ hPa} \quad \text{当 } r = 1000 \text{ km} \quad (14)$$

考虑 $r=0$ 处由于对称性, 得另一边条件是:

$$\frac{\partial p_0}{\partial r} = 0, \quad \text{当 } r = 0 \quad (15)$$

初值 p_0 设取文献 [9] 中的例子, 即取与如下无量纲位势偏差相应的地面气压偏差:

$$\Delta\varphi = -\left(1 - \alpha \frac{r^2}{2}\right) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 r^2} \quad (16)$$

$\Delta\varphi$ 为无量纲位势偏差, r 为半径, (16) 式中 $\Delta\varphi$ 是以 UL 无量纲化, U 为速度尺度, L 为长度尺度, L 取 10^6 m, U 取 30 m/s, f 取 10^{-4} S $^{-1}$, α 取常数 0.5 . 由 (14), (16) 式即可推求各 r 处初始气压.

方程 (13) 为非线性方程, 现求其数值解. 方程 (13) 的差分方程写成:

$$\begin{aligned} & \frac{p_{0,j+1}^{(n+1,k+1)} - 2p_{0,i}^{(n+1,k+1)} + p_{0,i-1}^{(n+1,k+1)}}{(\Delta r)^2 \Delta t} - \frac{p_{0,i+1}^{(n)} - 2p_{0,i}^{(n)} + p_{0,i-1}^{(n)}}{(\Delta r^2) \Delta t} \\ & + \frac{p_{0,j+1}^{(n+1,k+1)} - p_{0,i-1}^{(n+1,k+1)}}{2\Delta r r_i \Delta t} \\ & - \frac{1}{r_i} \frac{p_{0,i+1}^{(n)} - p_{0,i-1}^{(n)}}{2\Delta r \Delta t} = -\frac{A}{\rho_0 f} \left(\frac{p_{0,i+1}^{(n+1,k+1)} - p_{0,i-1}^{(n+1,k+1)}}{2\Delta r} \right) \\ & \times \left(\frac{p_{0,i+1}^{(n+1,k)} - 2p_{0,i}^{(n+1,k)} + p_{0,i-1}^{(n+1,k)}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{p_{0,i+1}^{(n+1,k)} - p_{0,i-1}^{(n+1,k)}}{2\Delta r} \right) \quad (17) \end{aligned}$$

n 代表第 n 时步值, k 表示第 k 次迭代值. 步骤如下, 求出第 n 时步值 $p_0^{(n)}$ 后, 以其作为 (1) 式中的 $p_0^{(n+1,1)}$, 即 $k=1$ 时的值, 由 (17) 式解 $p_0^{(n+1,2)}$, 得 $k=2$ 时的迭代值, 如此重复, 直至第 k 次迭代值与第 $k+1$ 次迭代值相等为止, 然后再求第 $n+1$ 时步的值, 一般 10 次迭代即足够. 数值解时 Δr 取 50 km, Δt 取 10 分钟. 在气压场求出后, 地转风、地转温度亦相应解得.

各参数如下: $h=10^3$ m, $H=10^4$ m. 为显示不同 z_0 的影响, 取海面 $z_0=10^{-4}$ m, $C_g=0.025$, 陆面 $z_0=10$ cm, $C_g=0.04$.

考虑到用地转温度代替温度的近似性, 我们不用 r 很小时的解. 图 1 是 $r=900$ km 及 $r=400$ km 处 $z_0=0.1$ m 及 10^{-4} m 时的 p_0 随时间的变化. 先看 $r=400$ km, 在陆面, p_0 从 987 hPa 在 4 天内上升到 991 hPa, 即上升 4 hPa; 而在水面情况, 则只上升约 2 hPa, 增长速度先快后慢. 海面 p_0 增加慢是由于海面垂直速度较小之故, 由此可以看出下垫面粗糙度的影响. 海面上气压系统一般维持时间要长些, 上述这种旋转减弱过程的差异可能也是原因之一. 当然斜压性造成的系统发展与衰退应是主要原因, 但无疑边界层抽吸引起的旋转减弱亦应是原因之一. 在 $r=900$ km 处, 由于原先气压就比较高 (997.4 hPa), 当然趋近平衡值 100 hPa 的速度也慢得多, 4 天内只增长 1 hPa, 海面则还要少. 本文结果给出了旋转减弱过程造成气压场变化速率的大概的量级.

图 2, 3 分别是上述二个 z_0 下, 在 $r=400$ 及 900km 处地转涡度的时间变化.

由图可见, z_0 大时, 因 w 大, 涡度下降也更快, 而下降的速度也是先快后慢. 为看出本文结果与经典的(2)式的差别, 图 2, 3 中也画出了用(2)式而令 $K=10\text{ m}^2/\text{s}$ 的结果. 可见本文结果比用(2)式时涡度降低慢些, 按(2)式, ζ_g 约在 4 天内衰减 e 倍, 本文则 4 天内衰减还不到 1 倍, $z_0=10^{-4}\text{m}$ 时衰减还要慢些. 显然这是由于经典结果未计及 K 的变化之故. 进一步我们设 K 随 G 变, 但不随高度变, 例如数值上我们取 $K(\text{m}^2/\text{s})=G(\text{m/s})/\alpha$, 由于 K 不随高度变, 故仍可用(1)式求得 w , 然后再求涡度变化, 此时因 K 随 r 变, 故涡度变化速率将是 r 的复杂函数. 由图可见, 这样的结果较接近我们的结果, 而与经典结果差别较大. 我们结果因 K 既与 G 有关, 也与高度有关, 且用的经验常数也取自近代边界层数值试验及观测结果, 因此应更可靠些.

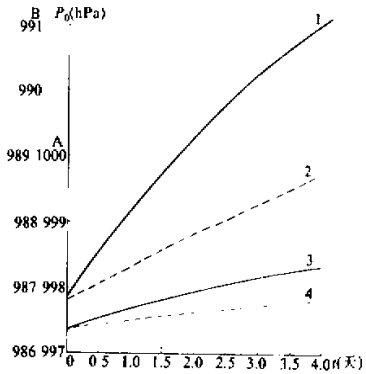


图 1 地面气压场的变化曲线

1. $r=400\text{km}$, $z_0=0.1\text{m}$.

2. $r=400\text{km}$, $z_0=10^{-4}\text{m}$.

3. $r=900\text{km}$, $z_0=0.1\text{m}$.

4. $r=900\text{km}$, $z_0=10^{-4}\text{m}$.

纵坐标 A 相应于曲线 3, 4

纵坐标 B 相应于曲线 1, 2

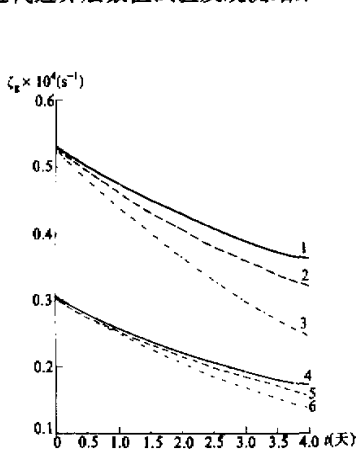


图 2 地转涡度的时间变化, $z_0=0.1\text{m}$ 曲线

1. $r=400\text{km}$

2. $r=400\text{km}$, K 取常数, 但其值取为 $G/2(\text{m}^2/\text{s})$

3. $r=400\text{km}$, K 取常数 $10\text{m}^2/\text{s}$

4. $r=900\text{km}$

5. $r=900\text{km}$, K 取常数, 其值为 $G/2(\text{m}^2/\text{s})$

6. $r=900\text{km}$, K 取常数 $10\text{m}^2/\text{s}$

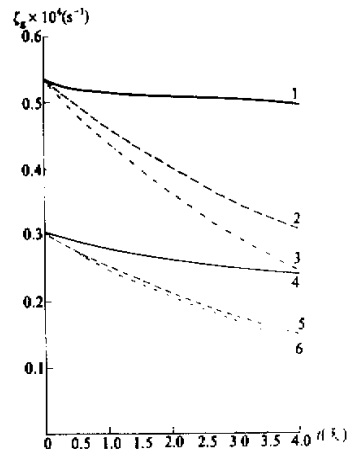


图 3 地转涡度的时间变化, $z_0=10^{-4}\text{m}$

曲线 1. $r=400\text{km}$

2. $r=400\text{km}$, K 取常数, 但其值取为 $G/2(\text{m}^2/\text{s})$

3. $r=400\text{km}$, K 取常数 $10\text{m}^2/\text{s}$

4. $r=900\text{km}$

5. $r=900\text{km}$, K 取常数, 其值为 $G/2(\text{m}^2/\text{s})$

6. $r=900\text{km}$, K 取常数 $10\text{m}^2/\text{s}$

在 $p_0(r, t)$ 求出后, 即可用地转风关系式求出 G 的时间变化. 图 4 是上述二种 z_0 时

$r = 400, 900\text{km}$ 处地转风速 G 随时间的变化. $r = 900\text{km}$ 处, 气压梯度较大, 故 G 大. 400km 处则小些, 可见在二个半径处, 粗糙度大的陆面, G 随时间的减少比海上都要快

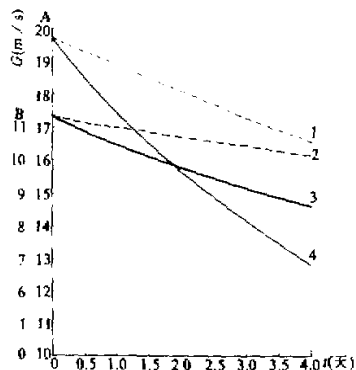


图 4 地转风随时间变化曲线

1. $r = 900\text{km}, z_0 = 10^{-4}\text{m}$

2. $r = 400\text{km}, z_0 = 10^{-4}\text{m}$

3. $r = 400\text{km}, z_0 = 10^{-1}\text{m}$

4. $r = 900\text{km}, z_0 = 10^{-1}\text{m}$

纵坐标 A 相应于曲线 1、4,

纵坐标 B 相应于曲线 2、3

得多, 差不多要快 1 倍. 有趣的是 $r = 900\text{km}$ 与 $r = 400\text{km}$ 相比, $r = 900\text{km}$ 处, 气压梯度大, 地转风大, 地转风降得也快, 但相应的气压随时间的增加却较慢(见图 1), 这是由于地转风决定于气压梯度, 而不是气压本身.

四、有地形时的垂直速度

我们将推广文献 [4] 中的工作, 研究地形存在时边界层顶的垂直速度. 设地面从海平面算起的高度为 h^* (此节我们规定右上角带星号的量为无量纲变数), 地形以上存在边界层, 设边界层高度相对于 h^* 为 h^* 并取其为常数, 则边界层顶的海平面高度为 $h_s^* = h_s^* + h^*$. 在大尺度模式中, 某格点的地形高度总代表某一大块网格面积上的代表性地形高度, 而不同网格点上地形高度是不同的, 对某一网格点, 我们可以应用均匀

地表上的边界层模式求出该点边界层内的速度, 然后按 Charney-Eliassen^[1] 方法由连续方程求垂直速度. 现在对某网格点取局地铅直坐标, 令地面高度为零, 于是在边界层顶 $z^* = h^*$ 处 z^* 是从某点地面算起的高度. 考虑正压大气, 设 $z^* = h^*$ 处风为地转风, 而 $z^* = 0$ 处, 风速为零.

边界层运动方程是:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz^*} K^* \frac{du^*}{dz^*} + f(v^* - v_g^*) &= 0 \\ \frac{d}{dz^*} K^* \frac{dv^*}{dz^*} - f(u^* - u_g^*) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

令 $\eta = \frac{z^*}{h^*}$, $K = \frac{K^*}{u_g^* h^*}$ 为无量纲高度和交换系数, 和文献 [4] 一样, 取 $K = c\eta(1-\eta)^{2(1)}$, $c = 0.2$, 引入 $W = u + iv$, $W_g = u_g + iv_g$, u_g, v_g 是地转风分量, 则 (18) 式变成:

$$\frac{d}{d\eta} c\eta(1-\eta)^2 \frac{dW}{d\eta} - i \frac{fh^*W}{u_g^*} = \frac{-ifh^*W_g}{u_g^*} \quad (19)$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} W &= 0, \quad \eta = \eta_0 \\ W &= W_g, \quad \eta = 1 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

此处 $\eta_0 = \frac{z_0^*}{h^*}$ 为无量纲粗糙度. 按文献[4] 及(19)的解是:

$$W = W_g \left[1 - \frac{(1-\eta)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta)}{(1-\eta_0)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta_0)} \right] \quad (21)$$

其中 $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1+4iQ}$, $Q = \frac{f h^*}{c u_*}$, F 为超几何级数.

现在回到以海平面为铅直坐标原点的坐标系中. 设 Z^* 为由海平面算起的铅直坐标, 则在某网格点上边界层运动方程的解中即(21)式中, 只要令 $\eta = \frac{Z^* - h_s^*}{h_u^* - h_s^*} = \frac{Z^* - h_s^*}{h^*}$ ($h_s^* < Z^* \leq h_u^*$) 即得以海平面为起点的高度 Z^* 处的无量纲边界层风. 由此求出的风可求边界层内 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial v}{\partial y}$, 从而得 w . 在对 x 和 y 微分时与平地不同的是除了 W_g 随 x, y 变外, 此时 η 亦是 x, y 的函数, 因地形高度 h_s 是 x 和 y 的函数的缘故. 这由 $\eta(x, y)$ 造成的 w 就体现了地形造成的 w . 相似于文献[4], 由(21)式用连续方程求 w , 与文献(4)的差别是此时 η 是 x, y 函数. 其余运算同文献[4], 就得边界层垂直速度是

$$\begin{aligned} w &= - \int_{\eta_0}^1 \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) d\eta = - \int_{\eta_0}^1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \operatorname{Re} W + \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{Im} W \right) d\eta \\ &= - \int_{\eta_0}^1 \left(\operatorname{Re} \frac{\partial W}{\partial x} + \operatorname{Im} \frac{\partial W}{\partial y} \right) d\eta = - \int_{\eta_0}^1 \operatorname{Re} \left(\frac{\partial W_g}{\partial x} \theta \right) d\eta \\ &\quad - \int_{\eta_0}^1 \operatorname{Im} \left(\frac{\partial W_g}{\partial y} \theta \right) d\eta - \int_{\eta_0}^1 \operatorname{Re} \left(W_g \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) d\eta - \int_{\eta_0}^1 \operatorname{Im} \left(W_g \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) d\eta \quad (22) \end{aligned}$$

此处

$$\theta = \left[1 - \frac{(1-\eta)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta)}{(1-\eta_0)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta_0)} \right]$$

右端前二项即是文献[4] 中的结果, 它代表无地形作用时仅由地转风涡度引起的部分, 按文献[4], 则

$$w_1 = \frac{0.2 C_g G \zeta_g}{h^* f \ln \frac{h}{z_0}} \quad (23)$$

(22)中后二项之和是:

$$\begin{aligned} w_2 &= - \int_{\eta_0}^1 \operatorname{Re} \left(W_g \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) d\eta - \int_{\eta_0}^1 \operatorname{Im} \left(W_g \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) d\eta \\ &= - \frac{\partial \eta}{\partial x} \operatorname{Re} \left\{ W_g \left[1 - \frac{(1-\eta)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta)}{(1-\eta_0)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta_0)} \right]_{\eta_0}^1 \right\} - \frac{\partial \eta}{\partial y} \\ &\quad \times \operatorname{Im} \left\{ W_g \left[1 - \frac{(1-\eta)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta)}{(1-\eta_0)^{\alpha-1} F(\alpha+1, \alpha-1, 2\alpha; 1-\eta_0)} \right]_{\eta_0}^1 \right\} \end{aligned}$$

$$= -\frac{\partial \eta}{\partial x} \operatorname{Re} W_g - \frac{\partial \eta}{\partial y} \operatorname{Im} W_g = \frac{\frac{\partial h_s^*}{\partial x^*}}{h_u^* - h_s^*} \operatorname{Re} W_g + \frac{\frac{\partial h_s^*}{\partial y^*}}{h_u^* - h_s^*} \operatorname{Im} W_g \quad (24)$$

将 w_1 与 w_2 相加, 再化为有量纲量, 并略去有量纲量的星号, 得

$$w = \frac{0.2C_g G \zeta_g}{f \ln \frac{h}{z_0}} + u_g \frac{\partial h_s}{\partial x} + v_g \frac{\partial h_s}{\partial y} \quad (25)$$

(25)式说明在地形存在时的 w 是二者之和, 一个是当地面平坦, 仅由地转涡度引起的; 另一个是地形坡度引起的强迫垂直运动, 这与Pedlosky^[10] 取 $K = \text{常数}$ 时的结果完全一致, 此处与 Pedlosky 的差别是取了随地转风及高度而变的 K , 显然要合理得多。

五、地形存在时的旋转减弱

将地形存在时的 w 即(25)式引入(5)式, 同样只考虑 ζ_g 的局地变化, 即得地形存在时由于Ekman 抽吸引起的涡度变化:

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = -\frac{f + \zeta_g}{H} w = -\frac{f + \zeta_g}{H} \left(\frac{0.2C_g G \zeta_g}{f \ln \frac{h}{z_0}} + u_g \frac{\partial h_s}{\partial x} + v_g \frac{\partial h_s}{\partial y} + \frac{h}{f} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} \right) \quad (26)$$

其中已计入了非定常产生的附加 w , 由(26)式可估计涡度变化。为简单计, 仍设圆对称圆形涡旋(在某一时刻可这样假定, 但在变化过程中由于地形的非对称, 气压场也将变为不对称), 此时由(26)式得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_g}{\partial t} &= -\frac{f + \zeta_g}{H} \left(\frac{1}{1 + \frac{h(f + \zeta_g)}{fH}} \right) \left(\frac{0.2C_g G \zeta_g}{f \ln \frac{h}{z_0}} + u_g \frac{\partial h_s}{\partial x} + v_g \frac{\partial h_s}{\partial y} \right) \\ &= -\left(\frac{f + \zeta_g}{H} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{h(f + \zeta_g)}{fH}} \right) \left(\frac{0.2C_g G \zeta_g}{f \ln \frac{h}{z_0}} + \frac{\partial h_s}{\partial n} \right) G \end{aligned} \quad (27)$$

$\frac{\partial h_s}{\partial n}$ 为地转风方向上的地形坡度。

试比较(27)式中最后一个因子中二项的相对大小, 其中第一项为纯由地转涡度引起的, 第二项即地形引起的。设取如下参数: $\zeta_g = 0.3 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$, $f = 10^{-4} \text{s}^{-1}$, $h = 10^3 \text{m}$, $z_0 = 10^{-1} \text{m}$, $H = 10^4 \text{m}$, $\frac{\partial h_s}{\partial x} = 10^{-3}$, $C_g = 0.04$, 则第一项为 2.605×10^{-4} , 小于第二项的 10^{-3} , 即此时地形造成的旋转减弱相当于纯由地转涡度引起的 4 倍。若 $\frac{\partial h_s}{\partial n} = -10^{-3}$, 即在背风坡, 则地形影响产生负 w , 而总的 w 亦将为负值, 在上述例中气旋涡度将会加强, 低压系统将发展。当然这只是个例, 综合地形及地转涡度的作用之后, 总的对涡度变化的影响将视地形坡度及其他气象参数而定, 根据(27)式, 可以具体判断二者影响的相对大小, 并可估计出对涡度变化影响的大小。由(27)式可见, 地形影响的

相对大小应视 $\frac{\partial h}{\partial n}$, ζ_g , f , H , z_0 等而变, ζ_g 愈大, f 愈小, z_0 愈大, 则地形影响相对来说小, $\frac{\partial h}{\partial n}$ 大, 显然, 地形影响大. 地转涡度为正时, 不考虑地形时, 总是使涡度减弱, 而地形存在时, 总的结果则要视二个影响相对强弱来决定, 上坡时, 地形影响总是使涡度减弱, 下坡时, 若地形影响大, 则可造成涡度增加. 实际大气中, 因引起涡度变化的因素多种多样, 本文讨论的只是多种因子中的一种. 由于本文假定了正压大气, 因此所得结果只在量级上是正确的. 但在实际大气过程中, 上述影响有时也是重要的, 例如, 实践证明, 地形最低点往往是气旋生成频率最大的地区^[12], 本文讨论的机制便可能是重要的.

六、结 语

本文用近代边界层模式得到的边界层顶垂直速度, 由正压涡度方程讨论了涡度变化问题, 与经典结果比较, 定量地改进了经典的结果, 进一步推求了地形存在时的边界层顶垂直速度, 由此讨论地形存在时由于边界层抽吸引起的涡度变化, 得到了地形影响的相对大小, 根据气象参数和地形参数可以估计由边界层抽吸引起的涡度变化.

参 考 文 献

- [1] Charney, J. and Eliassen, A., 1949. A numerical method for predicting the perturbations of the middle latitudes. *Tellus*, 1, 38 — 54.
- [2] Holton, J., 1979, *Introduction to dynamic meteorology*, Academic Press, 113 — 114.
- [3] Лубов, А. С., 1977, Об учете притоков тепла от океана к атмосфере в Краскосочном Гидродинамическом прогнозе полей геопотенциала. Труды ГГО, 382, 13 — 23.
- [4] Zhao, M., 1987, On the parameterization of the vertical velocity at the top of planetary boundary layer. *Adv. Atmos. Sci.*, 4, 233 — 239.
- [5] Tennekes, H., 1973, Similarity laws and scale relations in PBL. in *Workshop on Micrometeorology*, Amer. Mete. Soc., 177 — 246.
- [6] Bernhardt, K., 1970, Der ageostrophische Massenfluß in der Bodenreibungsschicht bei beschleunigungsfreier Strömung. *Zeiti. Mete.*, 21, 259 — 279.
- [7] Mahrt, L. and Soon — Ung Park., 1976, The influence of boundary layer pumping on synoptic — scale flow. *J. Atmos. Sci.*, 33, 1505 — 1520.
- [8] Young, J. A., 1973, A theory for isallobaric air flow in the planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 30, 1584 — 1590.
- [9] Wu, R. and Blumen, W., 1982, An analysis of Ekman boundary layer dynamics incorporating the geostrophic momentum approximation. *J. Atmos. Sci.*, 39, 1774 — 1782.
- [10] Pedlosky, J., 1979, *Geophysical Fluid Dynamics*, Springer — Verlag., 215.
- [11] Nieuwstadt, F. T. M., 1983, On the solution of the stationary baroclinic Ekman layer equations with a finite boundary layer height. *Boundary — Layer Meteor.*, 26, 377 — 390.
- [12] 卢敬华, 1986, 西南低涡概论, 气象出版社, 31.