第15卷 第2期　　大 气 科 学　　Vol.15, No.2
1991 年 3 月　　SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA　　Mar., 1991

# 地转动量近似下边界层中风场的调整

徐 银 梓

（南京大学大气科学系）

**提　　要**

本文利用地转动量近似，并假设气压场为定常的圆形涡旋和初始风场不满足四力平衡（气压梯度力、科里奥利力、湍流粘性力和半地转惯性力）的条件下，求解了正压边界层中风场向气压场调整的初边值问题，得到了一些初步结论．本工作为利用四力平衡下的风速分布来诊断预报边界层风场提供了理论依据．

**关键词**：　地转动量；边界层；风场．

## 一、引　　言

以往经典 Ekman 气流常被用来诊断预报大气边界层中的风速分布．这是由于在气压场为已知的假设下，不管初始风场如何，边界层中的风最终总将调整为 Ekman 气流，而且调整的速度比地转适应更快的缘故[1,2]．近年来，Wu 和 Blumen[3] 将地转动量近似（又称半地转近似）引入了大气边界层，求得了比 Ekman 气流更精确更合理的风速分布，把边界层中的三力平衡（气压梯度力、科里奥利力和湍流粘性力）推广为四力平衡（再加上半地转惯性力）．这不仅具有重大的理论意义，而且在许多有关领域中发挥着越来越大的应用上的作用，四力平衡下的风速分布已被国内外许多学者、专家[4-7]所引用，其应用前景将会更加广泛．

现在的问题是，当边界层中的初始风场与四力平衡风速分布发生偏差时，最终是否调整为四力平衡下的气流？调整速度是否较快？这也就是说，广泛应用四力平衡下的风速分布有没有理论依据？调整的物理机制又是什么？这些都是亟待解决的问题，也就是本文要探讨的问题．

## 二、四力平衡气流的特征和运动的终态

Hoskins[8] 等人对准地转运动作了改进，得到了半地转运动．这是在水平运动方程中把加速度项作如下处理而得到的一种近似的结果，这种近似叫地转动量近似，即

$$\frac{d\vec{V}}{dt} \approx \frac{D}{Dt}\vec{V}_g = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\right)\vec{V}_g . \tag{1}$$

式中 $\vec{V}$ 为风速，$\vec{V}_g$ 为地转风．Wu 和 Blumen 把地转动量近似引入大气边界层中，

1988 年 12 月 16 日收到，1989 年 6 月 2 日收到修改稿．

得到四力平衡下的运动方程为

$$\frac{D}{Dt}\vec{V}_g=-f\vec{k}\wedge(\vec{V}-\vec{V}_g)+K\frac{\partial^2\vec{V}}{\partial z^2}. \tag{2}$$

式中 $\vec{k}$ 为垂直方向的单位矢，$f$ 为科里奥利参数，$K$ 为湍流粘性系数，均取为常数．方程(2)的上下边界条件为

$$\begin{cases} z\to\infty, & \vec{V}\ \text{有限}, \\ z=0, & \vec{V}=0. \end{cases} \tag{3}$$

方程(2)在条件(3)下的解即四力平衡气流为

$$\vec{\tilde{V}}=\vec{V}_T(1-e^{-\beta}\cos\beta)-\frac{\vec{C}}{D^2}e^{-\beta}\sin\beta. \tag{4}$$

式中 $\vec{V}_T$，$\vec{C}$，$\beta$ 表达如下：

$$\begin{cases} \vec{V}_T=(u_T,\ v_T), \quad \vec{C}=(c_1,\ c_2), \quad \beta=\dfrac{D}{\sqrt{2K}}z, \\ u_T=\dfrac{c_1b_2-b_1c_2}{D^4}, \quad v_T=\dfrac{a_1c_2-c_1a_2}{D^4}, \\ D^4=a_1b_2-b_1a_2=f(f+\zeta_g)+\dfrac{\partial u_g}{\partial x}\dfrac{\partial v_g}{\partial y}-\dfrac{\partial v_g}{\partial x}\dfrac{\partial u_g}{\partial y}, \\ a_1=-\dfrac{\partial u_g}{\partial x}, \quad b_1=f-\dfrac{\partial u_g}{\partial y}, \quad c_1=f v_g+\dfrac{\partial u_g}{\partial t}, \\ a_2=-f-\dfrac{\partial v_g}{\partial x}, \quad b_2=-\dfrac{\partial v_g}{\partial y}, \quad c_2=-f u_g+\dfrac{\partial v_g}{\partial t}. \end{cases} \tag{5}$$

$\vec{V}_T$ 为边界层顶的风速，也就是无粘性风速．$\vec{\tilde{V}}$ 中的波浪号“～”是用来特指四力平衡气流的，它有许多 Ekman 气流所不具备的特征．在强度相同的气压场中，气旋中的风速比反气旋中的要小．而 Ekman 气流即三力平衡气流却反映不出气压场的非均匀性造成的影响．另外，气旋中的边界层顶垂直速度比反气旋中的弱得多．这些特征表明，四力平衡气流的应用将使边界层中风速的诊断预报得到很大的改进，而且对边界层参数化以及研究自由大气和边界层的相互作用有着重大影响．

在(1)式中将 $\partial\vec{V}_g/\partial t$ 用 $\partial\vec{\tilde{V}}/\partial t$ 来代替[9]，可以充分考虑到非地转成分局地变化的贡献．文献 [9] 指出，这样做对于有较大变化与发展的系统是起重要作用的．此时，方程(2)可改写为

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}_g=-f\vec{k}\wedge(\vec{V}-\vec{V}_g)+K\frac{\partial^2\vec{V}}{\partial z^2}. \tag{6}$$

方程(6)的上边界条件可取为

$$z\to\infty, \quad \frac{\partial\vec{V}}{\partial z}=0, \tag{7}$$

下边界条件可取为

$$z=0, \quad \vec{V}=0. \tag{8}$$

设气压场不随时间和高度而变，于是

$$\frac{\partial\vec{V}_g}{\partial t}=0. \tag{9}$$

且 $a_1$、$b_1$，$c_1$、$a_2$，$b_2$，$c_2$，$u_T$，$v_T$ 均与 $z$ 无关，四力平衡气流 $\vec{\bar{V}}$ 满足方程

$$\vec{\bar{V}}\cdot\nabla\vec{V}_g=-f\vec{k}\wedge(\vec{\bar{V}}-\vec{V}_g)+K\frac{\partial^2\vec{\bar{V}}}{\partial z^2} \tag{10}$$

和边界条件

$$\begin{cases} z\to\infty\ , & \dfrac{\partial\vec{\bar{V}}}{\partial z}=0\ , \\ z=0\ , & \vec{\bar{V}}=0\ . \end{cases} \tag{11}$$

用上边界条件(3)和(11)所得到的解是一致的．这是因为讨论的是正压边界层，方程的特解与 $z$ 无关，而且特征根均具有非零实部的缘故，直接验证也可看出这一点．

设 $\vec{V}_1$ 为边界层中的风速对于四力平衡气流的偏差风，以下简称为偏差风．于是有

$$\vec{V}_1=\vec{V}-\vec{\bar{V}}\ . \tag{12}$$

用 $\vec{V}_1$ 点乘方程(6)，并利用(10)式，得到

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_1^2}{2}\right)=K\vec{V}_1\cdot\frac{\partial^2\vec{V}_1}{\partial z^2}-\left[u_1^2\frac{\partial u_g}{\partial x}+v_1^2\frac{\partial V_g}{\partial y}+u_1v_1\left(\frac{\partial u_g}{\partial y}+\frac{\partial v_g}{\partial x}\right)\right],\tag{13}$$

$$(V_1^2=u_1^2+v_1^2\ )$$

偏差风 $\vec{V}_1$ 的边界条件为

$$\begin{cases} z\to\infty\ , & \dfrac{\partial\vec{V}_1}{\partial z}=0\ , \\ z=0\ , & \vec{V}_1=0\ . \end{cases} \tag{14}$$

我们在一类较简单的气压场下进行讨论．设气压场为定常的圆形涡旋场，其位势高度 $\Pi$ 为

$$\Pi=\frac{a}{2}(x^2+y^2)+b\ , \tag{15}$$

式中 $a$,$b$ 为常数；有

$$\begin{cases} u_g=-\dfrac{a}{f}y\ , \quad v_g=\dfrac{a}{f}x\ , \\ \dfrac{\partial u_g}{\partial x}=\dfrac{\partial v_g}{\partial y}=0\ , \quad \dfrac{\partial v_g}{\partial x}=-\dfrac{\partial u_g}{\partial y}=\dfrac{a}{f}\ , \quad \dfrac{\partial u_g}{\partial y}+\dfrac{\partial v_g}{\partial x}=0\ . \end{cases} \tag{16}$$

此时(13)式化为

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V_1^2}{2}\right)=K\frac{\partial}{\partial z}\left(\vec{V}_1\cdot\frac{\partial\vec{V}_1}{\partial z}\right)-K\left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v_1}{\partial z}\right)^2\right]\ , \tag{17}$$

将上式关于 $z$ 从 0 积分到 $\infty$，利用边界条件(14)式，得到

$$\frac{\partial I_1}{\partial t}=-I_2\ . \tag{18}$$

式中 $$I_1=\int_0^\infty\frac{V_1^2}{2}dz\ ,\qquad I_2=\int_0^\infty K\left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v_1}{\partial z}\right)^2\right]dz\ .$$

显见，$I_2$ 为正的，$I_1$ 关于 $t$ 的一阶偏导数便为负值，表明 $I_1$ 是关于 $t$ 的单调减函数，而 $I_1$ 又是非负的，零显然是 $I_1$ 的下界，而单调有界函数必有极限，设为 $A$，则有

$$\lim_{t\to\infty} I_1 = A\ . \tag{19}$$

对上式关于 $t$ 求导，得到

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\partial I_1}{\partial t} = 0\ . \tag{20}$$

再对(18)式求极限，有

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\partial I_1}{\partial t} = -\lim_{t\to\infty} I_2\ . \tag{21}$$

比较(20)与(21)式，得到

$$\lim_{t\to\infty} I_2 = 0\ . \tag{22}$$

因 $I_2$ 中的被积函数是非负的，故有

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\partial u_1}{\partial z} = 0\ ,\quad \lim_{t\to\infty} \frac{\partial v_1}{\partial z} = 0\ . \tag{23}$$

对(23)式关于 $z$ 从0到任一高度 $z$ 积分，并利用无滑的下边界条件，得到

$$\lim_{t\to\infty} u_1(z) = 0\ ,\quad \lim_{t\to\infty} v_1(z) = 0\ . \tag{24}$$

此式表明，当 $t\to\infty$ 时，偏差风趋于零，即运动的终态为四力平衡气流．

$I_1$ 代表边界层中单位截面积的气柱的偏差风动能．(18)式的物理意义是：由于湍流摩擦作用($K\neq 0$)，使气柱的偏差风动能逐渐减少，减少的速率由偏差风的垂直切变决定．(22)式表示偏差风的垂直切变随 $t$ 的增大而趋于零．这可说明两个问题．一是偏差风动能减少的速率由快逐渐变慢，也就是说，当边界层中的风速由于某种原因偏离四力平衡气流时，开始阶段风速将进行大幅度的调整，向四力平衡气流靠拢．以后的调整越来越平缓．二是既然偏差风的垂直切变趋于零，而地面风速又等于零，于是可推得任一高度的偏差风也将趋于零．所以说，边界层的风速，不管初值如何，调整到最后总是四力平衡气流．

## 三、初边值问题及其解

在条件(16)下，由运动方程(16)可得到涡度方程和散度方程如下：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \zeta}{\partial t} = -f' D_0 + K\dfrac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2}\ , \\ \dfrac{\partial D_0}{\partial t} = f\zeta - f\zeta_g + K\dfrac{\partial^2 D_0}{\partial z^2}\ , \end{cases} \tag{25}$$

式中 $\zeta$，$D_0$ 分别为涡度和散度，$f'$ 为

$$f' = f + \frac{\partial v_g}{\partial x} = f + \frac{a}{f}\ . \tag{26}$$

引入流函数 $\psi$ 和速度势 $\varphi$，于是

$$\begin{cases} u = -\dfrac{\partial \psi}{\partial y} + \dfrac{\partial \varphi}{\partial x}\ ,\qquad v = \dfrac{\partial \psi}{\partial x} + \dfrac{\partial \varphi}{\partial y}\ , \\ \zeta = \nabla^2\psi\ ,\qquad D_0 = \nabla^2\varphi\ . \end{cases} \tag{27}$$

对于波动过程而言，拉普拉斯算子 $\nabla^2$ 与波矢模的平方成比例，故 $\nabla^2$ 可去掉，所以

(25)式可化为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\psi}{\partial t}+f'\varphi-K\dfrac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=0\ , \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial t}-f'\psi+\Pi-K\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0\ . \end{cases} \tag{28}$$

(28)式的边界条件可由上边界有界和下边界无滑再利用(27)式写为

$$\begin{cases} z\to\infty\ ,\quad \varphi\ ,\ \psi\ \text{有限}\ , \\ z=0\ ,\quad \varphi=0\ ,\ \psi=0\ . \end{cases} \tag{29}$$

初始条件可设计为

$$t=0\ ,\quad \vec{V}=(1-e^{-\alpha z})\vec{V}_T\ . \tag{30}$$

式中$\alpha$为任一正实数．此条件具有下述特点：

$$\begin{cases} z\to\infty\ , & \vec{V}=\vec{V}_T\ , \\ z=0\ . & \vec{V}=0\ . \end{cases} \tag{31}$$

利用(27)、(30)式可化为

$$t=0\ ,\ \varphi=0\ ,\ \psi=\frac{\Pi}{f'}(1-e^{-\alpha z})\ . \tag{32}$$

首先，可证明运动的终态就是四力平衡气流．为此，在(28)式中，令$\partial/\partial t=0$，得到平衡态即终态的$\overline{\varphi}$，$\overline{\psi}$满足的方程为

$$\begin{cases} f'\overline{\varphi}-K\dfrac{\partial^2\overline{\psi}}{\partial z^2}=0\ , \\ -f'\overline{\psi}+\overline{\Pi}-K\dfrac{\partial^2\overline{\varphi}}{\partial z^2}=0\ . \end{cases} \tag{33}$$

由于已设气压场与$t$无关，故终态气压场$\overline{\Pi}$为

$$\overline{\Pi}=\Pi\ . \tag{34}$$

方程(33)式在条件(32)式下的解为

$$\begin{cases} \overline{\varphi}=-\dfrac{\overline{\Pi}}{f'}e^{-\beta'}\sin\beta'\ , \\ \overline{\psi}=\dfrac{\overline{\Pi}}{f'}(1-e^{-\beta'}\cos\beta')\ ,\left(\beta'=\sqrt{\dfrac{f'}{2K}}\,z\right)\ . \end{cases} \tag{35}$$

再利用(27)式，得到

$$\begin{cases} u=-\dfrac{ay}{f'}(1-e^{-\beta'}\cos\beta')-\dfrac{ax}{f'}e^{-\beta'}\sin\beta'\ , \\ v=\dfrac{ax}{f'}(1-e^{-\beta'}\cos\beta')-\dfrac{ay}{f'}e^{-\beta'}\sin\beta'\ . \end{cases} \tag{36}$$

由(16)式和(5)式知，

$$u_T=-\frac{ay}{f'}\ ,\quad v_T=\frac{ax}{f'}\ ,\quad c_1=ax\ ,\quad c_2=ay\ ,\quad D=\sqrt{f'}\ . \tag{37}$$

所以将(36)和(37)式与(4)式进行对比，立知(36)式即为四力平衡气流．(36)式的求得并未用到初始条件(32)式，说明了不论初值如何，平衡态也就是终态即为四力平衡气流．

下面研究初边值问题的求解，令

$$W=\psi-\frac{\Pi}{f'}+i\varphi\ . \tag{38}$$

则关于 $\varphi$ 和 $\psi$ 的方程组(28)式化为一个复变数 $W$ 的方程：

$$\frac{\partial W}{\partial t}=if'W+K\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}\ . \tag{39}$$

初边值条件相应地化为

$$\begin{cases} t=0, & W=-\dfrac{\Pi}{f'}\mathrm{e}^{-\partial z}, \\ z\to\infty, & W \text{ 有限}, \\ z=0, & W=-\dfrac{\Pi}{f'}\ . \end{cases} \tag{40}$$

用拉普拉斯变换法可得到与 Ekman 调整[2](边界层中风速向三力平衡气流调整)完全类似的解，只是那里的 $f$ 改为现在的 $f'$ 而已，于是

$$W=-\frac{\Pi}{2f'}\left[\mathrm{e}^{-\sqrt{\frac{f'}{2K}}(1-i)z}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}-\sqrt{\frac{f't}{2}}+i\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)+\mathrm{e}^{\sqrt{\frac{f'}{2K}}(1-i)z}\right.$$
$$\left.\mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}+\sqrt{\frac{f't}{2}}-i\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)\right]+\frac{\Pi}{2f'}\mathrm{e}^{(K\alpha^2+f'i)t}\left\{\mathrm{e}^{\alpha z}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}+\sqrt{K\alpha^2 t}\right)\right.$$
$$\left.-\mathrm{e}^{-\partial z}\left[\mathrm{erfc}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}-\sqrt{K\alpha^2 t}\right)-2\right]\right\}\ , \tag{41}$$

这就是初边值问题(39)加(40)式的解．

令 $t\to\infty$，则

$$W=-\frac{\Pi}{f'}\mathrm{e}^{-\sqrt{\frac{f'}{2K}}(1-i)z}\ . \tag{42}$$

分开实虚部，有

$$\begin{cases} \varphi=-\dfrac{\Pi}{f'}\mathrm{e}^{-\beta'}\sin\beta'\ , \\ \psi=\dfrac{\Pi}{f'}(1-\mathrm{e}^{-\beta'}\cos\beta')\ . \end{cases} \tag{43}$$

这与直接求解平衡态的边值问题所得结果完全一致．在此我们用求出解析解并取极限的方法再次证明了运动的终态为四力平流气流．

## 四、调整过程的分析

与文献[2]相仿，利用近似公式

$$\mathrm{erfc}\ (x+iy)\approx 1-\left[\mathrm{erf}(x)+\frac{1}{2\pi x}\mathrm{e}^{-x^2}(1-\cos 2xy+i\sin 2xy)\right] \tag{44}$$

可近似地得到

$$\frac{2f'}{\Pi}W=\mathrm{e}^{-\beta'}(\cos\beta'+i\sin\beta')\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}-\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)\right.$$

$$-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}-\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)^{-1}\mathrm{e}^{-\left(\frac{z^2}{4Kt}-\beta'+\frac{f't}{2}\right)}\left.[1-\cos(\beta'-f't)+i\sin(\beta'-f't)]\right\}$$

$$+\mathrm{e}^{\beta'}(\cos\beta'-i\sin\beta')\left\{1-\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4kt}}+\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)-\frac{1}{2\pi}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}+\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)^{-1}\right.$$

$$\times\mathrm{e}^{-\left(\frac{z^2}{4Kt}-\beta'+\frac{f't}{2}\right)}\left.[1-\cos(\beta'+f't)+i\sin(\beta'+f't)]\right\}+(\cos f't+i\sin f't)\mathrm{e}^{K\alpha^2t}$$

$$\times\left\{\mathrm{e}^{\alpha z}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}+\sqrt{K\alpha^2t}\right)\right]-\mathrm{e}^{-\alpha z}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}-\sqrt{K\alpha^2t}\right)\right]\right\}. \tag{45}$$

令 $D_1$ 表示非四力平衡成分的势流部分，即

$$D_1=\varphi-\overline{\varphi}\ . \tag{46}$$

将 $W$ 的虚部代入上式，得到

$$D_1=\frac{\Pi}{2f'}\sin f't\left\{\frac{-2z\sqrt{Kt}}{\pi(z^2-2Kf't^2)}\ \mathrm{e}^{-\left(\frac{z^2}{4Kt}+\frac{f't}{2}\right)}+\mathrm{e}^{K\alpha^2t}\left[\mathrm{e}^{\alpha z}\left(1-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}+\sqrt{K\alpha^2t}\right)\right)-\mathrm{e}^{-\alpha z}\left(1+\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}-\sqrt{K\alpha^2t}\right)\right)\right]\right\}$$

$$+\frac{\Pi}{2f'}\sin\beta'\left\{\frac{2z\sqrt{Kt}}{\pi(z^2-2Kf't^2)}\ \mathrm{e}^{-\left(\frac{z^2}{4Kt}+\frac{f't}{2}\right)}+\mathrm{e}^{-\beta'}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)\right]-\mathrm{e}^{\beta'}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4Kt}}+\sqrt{\frac{f't}{2}}\right)\right]\right\}. \tag{47}$$

因为 $f'=f+\dfrac{\partial v_g}{\partial x}=f-\dfrac{\partial u_g}{\partial y}=f+\dfrac{1}{2}\zeta_g$，且 $f$ 为惯性振荡频率，所以为了分析上的方便，可称 $f'$ 为广义惯性振荡频率．上式右端第一大项包含因子 $\sin f't$，表示广义惯性振荡，其振幅随 $t$ 的增大而趋于零．这可粗略地由下面的(48)式看出来．第二大项也随 $t$ 的增大而趋于零．因为两大项中均包含 $f'$ 和 $K$，说明非四力平衡成分是通过广义惯性振荡和湍流摩擦耗散作用而趋于消灭的．而且由于 $f'$ 中包含 $\partial v_g/\partial x$，说明广义惯性振荡的快慢是与非线性平流作用有关的．

再取 $z=\pi\sqrt{2K/f'}$，则上式第二大项为零，当 $t$ 充分大时，有

$$D_1\approx-\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{\Pi\sin f't}{\alpha^2K(f't)^{3/2}}\ . \tag{48}$$

由上式可见，因为$f'=f+\frac{1}{2}\zeta_g$包含在分母中，对强度相同的气压场而言，欲使$|D_1|$达到某一小量，则：(1)气旋所需的$t$比反气旋要小些，所以气旋中风速调整的速度比反气旋要快些．(2)因纬度较低，$f$较小，故高纬度边界层中风速调整的速度比低纬度快些．

在地转适应的例子中，非地转平衡的势函数$\varphi(x,y,t)$与$t$有近似关系式：

$$\varphi(0,0,t)\sim\frac{1}{t}\cos ft\ .\tag{49}$$

式中$\varphi(0,0,t)$为初始时刻有强烈非地转平衡成分的中心点(0,0)处的势函数．比较上式与(48)式中$t$的次数，可知地转动量近似下边界层中风速的调整过程要比地转适应更快．

还有，由初始条件(30)式知，参数$\alpha$愈大，使$\vec{V}$接近$\vec{V}_T$的高度愈低，表示初始边界层愈薄．再由$\alpha$包含在(48)式右端的分母中，说明使$D_1$的绝对值达到某一小量所需时间愈短，即初始边界层愈薄，调整过程愈快．

表1表示$\varphi$和$\left|\frac{\varphi-\overline{\varphi}}{\overline{\varphi}}\right|$随时间$t$的变化，是在$z=50\ \mathrm{m}$高度处，距离气旋或反气旋中心1000 km处($x=10^6\ \mathrm{m}$，$y=0$)计算而得的．参数取值为：$\alpha=0.002(\mathrm{m}^{-1})$，$a=2.044\times10^{-9}\mathrm{s}^{-2}$，$K=10\ \mathrm{m^2s^{-1}}$，$u_g=0$，$v_g=20.44\ \mathrm{m\,s^{-1}}$．由表1可见，虽然初始$\varphi$为零，但非四力平衡风场很快激发出新的势流．由于广义惯性振荡和湍流摩擦耗散作用，此新的势流越来越接近四力平衡气流的势流$\overline{\varphi}$，比表1所示的更长时间的计算表明，势流$\varphi$将在$\overline{\varphi}$附近发生振荡，这从(48)式也可直接看出．

表1还说明了开始阶段势流$\varphi$大幅度调整，向$\overline{\varphi}$靠拢，以后的调整则越来越平缓，这与第二小节用偏差风动能所得到的描述调整过程的结论是一致的．

**表1　$\varphi$和$|\varphi-\overline{\varphi}\ /\ \overline{\varphi}|$随时间的变化**

| | 气旋$\overline{\varphi}=-0.92\times10^6(\mathrm{m^2\ s^{-1}})$ | | 反气旋$\overline{\varphi}=1.16\times10^6(\mathrm{m^2\ s^{-1}})$ | |
|---|---|---|---|---|
| 时间(h) | $\varphi\ (10^6)$ | $\left\lvert\frac{\varphi-\overline{\varphi}}{\overline{\varphi}}\right\rvert$ | $\varphi\ (10^6)$ | $\left\lvert\frac{\varphi-\overline{\varphi}}{\overline{\varphi}}\right\rvert$ |
| 0.25 | −0.35 | 0.62 | 0.35 | 0.69 |
| 0.50 | −0.49 | 0.46 | 0.50 | 0.57 |
| 0.75 | −0.59 | 0.35 | 0.60 | 0.48 |
| 1.00 | −0.66 | 0.28 | 0.68 | 0.41 |
| 1.25 | −0.71 | 0.22 | 0.74 | 0.35 |
| 1.50 | −0.75 | 0.18 | 0.80 | 0.31 |
| 2.00 | −0.81 | 0.12 | 0.87 | 0.28 |
| 3.00 | −0.85 | 0.07 | 0.96 | 0.17 |
| 4.00 | −0.84 | 0.08 | 1.01 | 0.13 |
| 5.00 | −0.81 | 0.11 | 1.02 | 0.12 |

若以偏差值接近终态值的 $\frac{1}{e}$ 作为调整时间的话，即 $|(\varphi-\overline{\varphi})/\overline{\varphi}|\approx 1/e$，那么由表1可见，气旋中50m高度处风速向四力平衡气流调整的时间约为45分钟左右，而反气旋中的调整时间约为75分钟左右．众所周知，地转适应的时间约为三、四个小时，静力适应的时间约为几分钟，所以可以说，大气边界层中的调整过程比静力适应慢而比地转适应快．这就充分说明了在大气边界层中运用四力平衡气流来诊断预报风速分布，并进而求得边界层顶垂直速度来研究边界层参数化的做法是有理论依据的，因而是可靠的．

## 五、结 论

本文利用地转动量近似，并在气压场为定常的圆形涡旋的假设下，对大气边界层中风速向四力平衡气流调整的过程作了探讨，得到初步结论如下：

（1）大气边界层中的风速，不管初始分布如何，最终总将调整为四力平衡气流．

（2）调整的物理机制是：非四力平衡成分通过广义惯性振荡和湍流摩擦耗散作用而趋于消灭，最后达到四力平衡．广义惯性振荡频率与非线性平流作用有关．

（3）调整的时间比静力适应为慢，但比地转适应为快，大约为1小时左右．因而应用四力平衡气流来诊断边界层中的风速分布并进而用于边界层参数化是切实可行的，理论依据是充分的．

（4）气旋中的调整速度比反气旋中的更快．

（5）较高纬度的调整速度比较低纬度的为快．

（6）初始边界层愈薄，调整速度愈快．

以上结论是在正压、湍流粘性系数 $K$ 为常数、气压场为定常的圆形涡旋等条件下，加之地转动量近似必须适用的场合下得到的，若这些条件不成立，则所得结论还须进一步讨论和修正.

## 参 考 文 献


[1] 徐银梓，伍荣生，1986，边界层中风速向Ekman气流的调整，气象学报，44，108—112．

[2] 张永宁，1986，边界层中风速最终向Ekman气流适应，高原气象，5(4)，364—366．

[3] Wu．R．and W．Blumen，1982，An analysis of Ekman boundary layer dynamics incorporating the geostrophic momentum approximation，*J．Atmos．Sci*．，**39**，1774—1782．

[4] Panchev S．，1987，A barotropic model of the Ekman planetary boundary layer based on the geostrophic momentum approximation，*Boundary Lager Meteor*．，**40**(4)，320—347．

[5] Cullen M．J．P．，et al．，1987，Modelling the quasi-equilibrium dynamics of the atmosphere，*Quart．J．Roy．Meteor．Soc*．，**113**，735—757．

[6] 秦曾灏、刘秦玉、封少林，1986，海洋大气边界层风场的非线性动力诊断模式的数值试验，海洋学报，8(6)，678—685．

[7] Zhao Ming，1988，A numerical experiment of the PBL with geostrophic momentum approximation，*Advances in Atmospheric Sciences*，**5**(1)，48—56．

[8] Hoskins，B．J．，1975，The geostrophic momentum approximation and the semi－geostrophic equations，*J．Atmos．Sci*．，**32**，233—242.

[9] 伍荣生，王辉，1988，地转动量假定下风场近似与扰动的稳定性，气象学报，46 (2)，246－249.

# THE ADJUSTMENT OF WIND FIELD IN THE PBL INCORPORATING THE GEOSTROPHIC MOMENTUM APPROXIMATION

Xu Yinzi

*(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)*

**Abstract**

By using the geostrophic momentum approximation and assuming a stationary pressure field of a circular vortex, the solution of wind velocity in the planetary boundary layer (PBL) is obtained under the initial condition that the distribution of wind velocity does not satisfy the balance among the four forces (pressure gradient force, Coriolis force, eddy viscosity force and semigeostrophic initial force). From which some conclusions are gained. The work provides scientific basis in theory for applying the solution of the balance among the four forces to diagnose the wind field in the PBL.

**Key words**: Geostrophic momentum; Boundary layer; Wind field.