

一次西南低涡形成过程的 数值试验和诊断

II: 涡度方程和能量转换函数的诊断分析

赵 平 胡昌琼

(成都气象学院, 成都, 610041) (湖北荆门气象局)

孙淑清

(中国科学院大气物理研究所, 北京, 100080)

提 要

本文是对第一部分的数值试验结果进行涡度方程以及位能、散度风动能和旋转风动能之间的能量转换函数诊断分析, 并讨论了地形动力作用和潜热加热影响西南低涡形成和发展的物理过程。结果表明: 从涡度收支上看, 地形和潜热加热通过增大辐合使涡度增加。从能量转换上看, 在低层地形和潜热加热加强位能向散度风动能转换以及散度风动能向旋转风动能转换; 在高层, 地形通过加强旋转风动能向散度风动能转换, 使高空辐散增强, 而潜热加热通过加强位能向散度风动能转换亦使高空辐散增强。

关键词: 西南低涡; 诊断分析; 涡度方程; 能量转换。

一、引 言

西南低涡是造成我国许多地区暴雨和特大暴雨的重要中尺度系统之一, 人们很早就开始研究西南低涡^[1]。文献[2、3]从天气诊断分析方面研究了西南低涡形成的地区、范围和频率, 并认为: 西南低涡的生成主要是由于高原南北两支气流绕过高原后在高原东侧相汇, 产生正涡度中心, 从而导致西南低涡形成。Kuo等^[4]又诊断了潜热对西南低涡的影响。近年来, 人们又开始用数值预报方法对西南低涡进行数值试验^[5、6]。

本文是对第一部分的数值试验结果进行涡度方程以及位能、散度风动能和旋转风动能之间的能量转换函数的诊断, 讨论地形动力作用和潜热加热对西南低涡形成和初期发展的影响。

二、涡度方程诊断

1. 诊断方案

1) 涡度、散度和垂直速度的计算

1988年1月11日收到, 1991年2月6日收到再改稿。

在 p 坐标系中, 涡度和散度分别为

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y},$$

其中计算时采用麦卡托地图投影.

垂直速度根据运动学方法计算, 并用 O'Brien 方法予以订正^[7],

$$\omega = \omega_s + \int_p^{p_s} D dp.$$

考虑地形和 Ekman 抽吸作用后, 上下边界的垂直速度分别为

$$\omega = 0, \text{ 当 } p = 100 \text{ hPa},$$

$$\omega_s = -\rho_s g (\vec{V}_s \cdot \nabla h + \zeta_s \sqrt{K_s / (2f)}), \text{ 当 } p = p_s,$$

式中下标“s”表示地表面空气的物理量; h 为地形高度, 当地形起伏较大时, 地表面空气密度变化也大, 为此我们取 $\rho_s = \frac{p_s}{RT_s}$, $T_s \approx 300 - 0.0065 h$ (K), R 为干空气气体常数, 边界层摩擦系数 $K_s = 10 \text{ m}^2/\text{s}$, ζ_s 取模式最低层的涡度值近似代替, f 为柯里奥利参数, g 为重力加速度.

2) 涡度方程的计算公式

在 p 坐标系中, 涡度方程为

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h - f \nabla \cdot \vec{V}_h - v \frac{\partial f}{\partial y} - \vec{V}_h \cdot \nabla \zeta - \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p}$$

$$+ \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \right),$$

式中 $\vec{V}_h = u \vec{i} + v \vec{j}$; $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y}$. 当等式右端各项之和大于零时, $\partial \zeta / \partial t > 0$, 表示某地涡度随时间增加, 该地区易形成气旋; 反之, 某地涡度随时间减小 ($\partial \zeta / \partial t < 0$), 该地区易形成反气旋.

2. 涡度方程诊断的结果分析

1) 基本试验方案(包括所有物理过程)的结果分析

图 1 为 700 hPa 上 101°E 和 32°N (1981 年 7 月 12 日 20 时(本文均为北京时)西南低涡形成于该点)附近四周六点平均涡度随时间的变化图(以后所有平均值的求法与此相同). 从图中可看到, 在 11 日 14 时以前, 该地区正涡度随时间增加而减小, 这对应着初始场上盆地西部的低涡消亡; 在 11 日 14 时以后, 正涡度随时间增加, 到 12 日 20 时, 其值为 $6.0 \times 10^{-5} / \text{s}$. 可见, 该地区的涡度变化反映了西南低涡的形成过程.

在计算中可看到, 从 11 日 20 时到 12 日 20 时高层和低层的 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$

两项的绝对值比其它各项的绝对值大得多, 并且随时间一直增加, 是造成涡度局地变化的主要项; 扭转项 $\left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \right)$ 和地转涡度平流项 $\left(v \frac{\partial f}{\partial y} \right)$ 整层都很小.

图 2 给出了 12 日 20 时在西南低涡上空涡度方程右端各项平均值的垂直分布, 从图中可看到, 在高层 200 hPa 上, $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 两项符号相反, 但其和为负值, 有利于该地区上空高层负涡度加强; 在低层 700 hPa 上, $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 均为正值, 涡度平流项 $(-\vec{V}_h \cdot \nabla \zeta)$ 为负值, 但涡度方程右端各项之和仍为正值, 使低层正涡度增加, 这与图 1 的变化趋势是一致的.

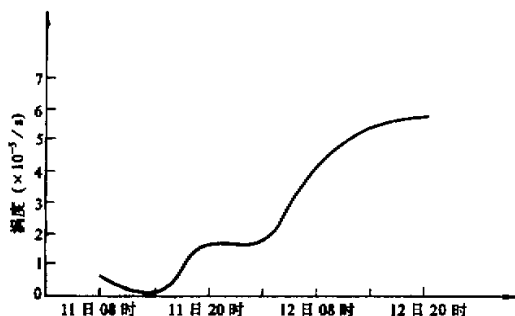


图 1 基本试验方案预报的 700 hPa, 101 °E, 32 °N 附近的涡度平均值随时间的变化

2) 地形动力作用对涡度方程各项的影响

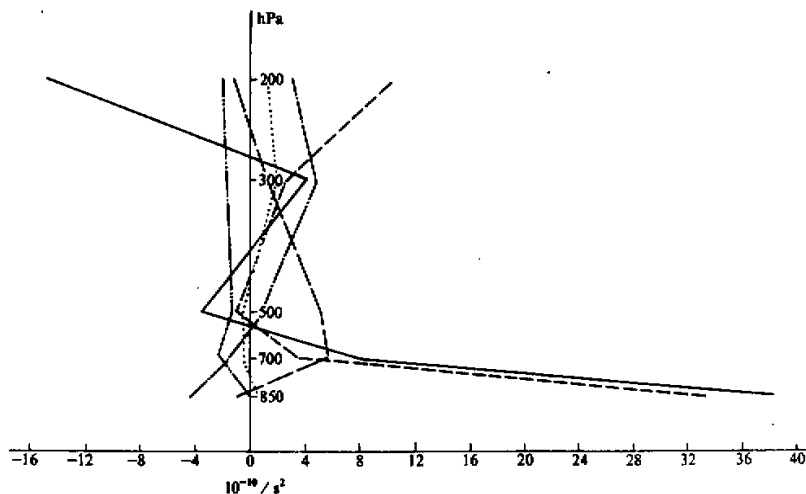


图 2 基本试验方案预报的 12 日 20 时西南低涡上空涡度方程右端各项平均值的垂直分布

——表示 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$, ----表示 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$, -·-表示 $-\omega \frac{\partial \zeta}{\partial p}$,表示 $-v \frac{\partial f}{\partial y}$,
 - - - -表示 $-\vec{V}_h \cdot \nabla \zeta$, -·-·-·-表示 $\left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \right)$.

在计算中可见, 与基本试验方案比较, 在方案 2 (把模式区域内的地形高度降低 1/2) 和方案 3 (把模式区域内的地形高度降低为零) 中, $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 两项的绝对值在高层和低层明显减小, 其余各项变化不大。

从表 1 可看到, 完全去掉地形以后, $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 均明显减小, 分别只有基本试验方案的 4% 和 7%, 与此相对应, 散度和涡度也分别减小为 4% 和 33%。可见, 地形存在加强了高原东侧的辐合, 有利于涡度增加, 使西南低涡能够形成。这证实了以前的诊断分析结果^[3]。

表 1 方案 3 预报的 12 日 20 时西南低涡上空 700 hPa 的 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ (单位: $10^{-10}/s^2$) 以及 ζ 和 D (单位: $10^{-5}/s$) 的平均值及其与基本试验方案的比值

	$-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$	$-f \nabla \cdot \vec{V}_h$	ζ	D
方案 3	1.4	2.8	2.0	-0.2
方案 3 / 基本试验方案	4%	7%	33%	4%

3) 潜热加热对涡度方程各项的影响

没有潜热加热 (方案 4) 时, 涡度方程右端各项量级和符号与基本试验方案比较没有明显改变, 但是是一些项的变化趋势发生改变。在方案 4 中, 12 日 08 时以前 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 、 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 两项在 700 hPa 上的值迅速增大, 到 12 日 08 时, 其值分别为 $37.2 \times 10^{-10}/s^2$ 和 $27.1 \times 10^{-10}/s^2$, 比同时刻基本试验方案的相应值还大, 分别增大了 11% 和 24%, 涡度和散度也比基本试验方案增加了 27% 和 9%; 而在 12 日 08 时以后, 方案 4 中的 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 两项开始减小, 这是与基本试验方案不同的。

从表 2 可见到, 在 12 日 20 时 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ 分别减小为基本试验方案的 59% 和 77%, 涡度减小为 67%, 散度变化不明显。另外, 在没有潜热加热时, 从 12 日 08 时到 12 日 20 时涡度平流项 $-\vec{V}_h \cdot \nabla \zeta$ 为负值且负值明显增大, 为 $-8.4 \times 10^{-10}/s^2$, 比基本试验方案增加了 87%。可见, 潜热加热对西南低涡的发展起加强作用。

表 2 方案 4 预报的 12 日 20 时西南低涡上空 700 hPa 的 $-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$ 和 $-f \nabla \cdot \vec{V}_h$ (单位: $10^{-10}/s^2$) 以及 ζ 和 D (单位: $10^{-5}/s$) 的平均值及其与基本试验方案的比值

	$-\zeta \nabla \cdot \vec{V}_h$	$-f \nabla \cdot \vec{V}_h$	ζ	D
方案 4	19.7	29.4	4.0	-4.0
方案 4 / 基本试验方案	59%	77%	67%	90%

三、位能、散度风动能和旋转风动能之间的 转换函数诊断

1. 诊断方案

旋转风动能与散度风动能之间的能量转换函数为^[8]

$$C(K_\chi, K_\psi) = f \nabla \chi \cdot \nabla \psi + \nabla^2 \psi \nabla \chi \cdot \nabla \psi + \omega J \left(\psi, \frac{\partial \chi}{\partial p} \right) + \frac{|\nabla \psi|^2}{2} \nabla^2 \chi,$$

式中 χ 和 ψ 分别为势函数和流函数; K_χ 和 K_ψ 分别为单位质量空气的散度风动能和旋转风动能; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $J(\psi, \chi) = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \chi}{\partial x}$. 当 $C(K_\chi, K_\psi) > 0$ 时, 表示散度风动能向旋转风动能转换, 使旋转风加强; 反之, 表示旋转风动能向散度风动能转换, 使散度风加强.

位能与散度风动能之间的能量转换函数为

$$C(P, K_\chi) = -\chi \nabla^2 \varphi$$

或
$$C(P, K_\chi) = -\nabla \cdot (\chi \nabla \varphi) + \nabla \cdot (\varphi \nabla \chi) - \frac{\partial}{\partial p} (\varphi \omega) - \alpha \omega,$$

式中 P 为单位质量空气的位能; φ 为重力位势; α 为比容. $C(P, K_\chi)$ 主要反映大气的斜压过程; 当 $C(P, K_\chi) > 0$ 时, 表示位能向散度风动能转换, 即有效位能释放过程, 使散度风加强; 反之, 表示散度风动能向位能转换, 使位能增加, 散度风减弱.

2. 能量转换函数诊断的结果分析

1) 基本试验方案的结果分析

从表 3 可看到, 在西南低涡形成过程中, 700 hPa 旋转风动能从 $14.3 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 增加到 $17.4 \text{ m}^2/\text{s}^2$, 散度风动能略有减小; 而 200 hPa 相反, 旋转风动能减小, 散度风动能略有增加.

表 3 基本试验方案预报的 101°E 和 32°N 附近上空 K_ψ 和 K_χ (单位: m^2/s^2) 的平均值

时 间	700 hPa		200 hPa	
	K_ψ	K_χ	K_ψ	K_χ
12 日 08 时	14.3	4.3	81.4	19.2
12 日 20 时	17.4	3.8	73.5	19.6

表 4 给出了 12 日 08 时和 12 日 20 时低层 700 hPa 和高层 200 hPa 的 $C(P, K_\chi)$ 和 $C(K_\chi, K_\psi)$ 的平均值, 可以看到: 在 700 hPa 上, $C(P, K_\chi)$ 和 $C(K_\chi, K_\psi)$ 均为正值, 表示位能向散度风动能转换以及散度风动能向旋转风动能转换, 并且 $C(P, K_\chi)$ 的值明显大于 $C(K_\chi, K_\psi)$, 从 12 日 08 时到 12 日 20 时这两种能量转换随时间

表 4 基本试验方案预报的 101°E 和 32°N 附近上空 $C(P, K_\chi)$ 和 $C(K_\chi, K_\psi)$ (单位: 10^{-4} J/s) 平均值

时 间	700 hPa		200 hPa	
	$C(P, K_\chi)$	$C(K_\chi, K_\psi)$	$C(P, K_\chi)$	$C(K_\chi, K_\psi)$
12 日 08 时	106.0	15.0	-27.8	-47.8
12 日 20 时	112.9	22.0	53.3	-30.1

增强, 它们的增值大致相同; 在高层 200 hPa 上, 12 日 08 时 $C(P, K_x)$ 和 $C(K_y, K_y)$ 均为负值, 表示散度风动能向位能转换, 以及旋转风动能向散度风动能转换, 并且后一种转换量大于前一种, 说明此时高层能量转换的结果仍有利于散度风动能增加, 到 12 日 20 时, $C(P, K_x)$ 由原来的负值变为正值, 其增量为 $81.1 \times 10^{-4} \text{ J/s}$, 而 $C(K_x, K_y)$ 仍为负值, 说明此时位能和旋转风动能同时向散度风动能转换, 且转换的散度风动能总量明显增多, 但其中旋转风动能向散度风动能的转换量略有减少. 可见, 在西南低涡形成过程中, 低层位能释放使散度风动能增加, 同时一部分散度风动能进一步转换为旋转风动能, 使气旋性环流形成; 与此同时, 高层位能和旋转风动能均向散度风动能转换, 使高空辐散维持和加强, 有利于西南低涡的形成和发展.

2) 地形对能量转换函数的影响

表 5 给出了方案 3 预报的 12 日 20 时低层 700 hPa 和高层 200 hPa 的 $C(P, K_x)$ 、 $C(K_x, K_y)$ 、 K_y 和 K_x 平均值及其与基本试验方案对应值之比, 可以看到, 不考虑地形影响时能量转换项的符号与基本试验方案的相同, 只是基数值大小发生了变化, 特别是在低层, 在 700 hPa 上, $C(P, K_x)$ 和 $C(K_x, K_y)$ 两项的值明显减小, 分别只有基本试验方案的 14% 和 34%, 通过分析发现 $C(K_x, K_y)$ 的这种变化主要由 $\nabla^2 \psi \nabla \chi \cdot \nabla \psi$ 和 $\frac{|\nabla \psi|^2}{2} \nabla^2 \chi$ 两项造成, 这两项分别减小为 24% 和 32%, 这时 K_y 和 K_x 也相应地减小为 56% 和 18%; 而在 200 hPa 上, $C(P, K_x)$ 几乎没有变化, $C(K_x, K_y)$ 却减小为基本试验方案的 68%, K_x 减小为 57%, 相反 K_y 却增加了 31%.

由此可见, 地形动力作用通过加强低层位能向散度风动能转换和散度风动能向旋转风动能转换, 使散度风和旋转风加强, 形成气旋性辐合; 同时也加强高层旋转风动能向散度风动能转换, 使高空辐散场加强, 为西南低涡形成和发展提供有利的条件; 地形的这种动力作用总的来看对低层的影响要比高层大得多.

表 5 方案 3 预报的 12 日 20 时西南低涡上空的 $C(P, K_x)$ 、 $C(K_x, K_y)$ (单位: 10^{-4} J/s) 和 K_y 、 K_x (单位: m^2/s^2) 平均值及其与基本试验方案的比值

		$C(P, K_x)$	$C(K_x, K_y)$	K_y	K_x
200 hPa	方案 3	52.6	-20.6	95.9	11.1
	方案 3 / 基本试验方案	99%	68%	131%	57%
700 hPa	方案 3	15.3	7.5	9.7	0.7
	方案 3 / 基本试验方案	14%	34%	56%	18%

3) 潜热加热对能量转换函数的影响

表 6 给出了 12 日 20 时方案 4 预报的低层 700 hPa 和高层 200 hPa $C(P, K_x)$ 、 $C(K_x, K_y)$ 、 K_y 和 K_x 的平均值及其与基本试验方案对应项之比. 从表中可看到, 在无潜热时, 位能、散度风动能和旋转风动能之间的转换方向也与基本试验方案相同, 只是量值发生了改变. 与基本试验方案相比较, 在 700 hPa 上, 无潜热时 $C(P, K_x)$ 和 $C(K_x, K_y)$ 两项的值分别减小为 38% 和 47%, 而 K_y 和 K_x 分别减小为 62% 和 84%, 但各项减小幅度没有地形作用造成的低层 700 hPa 减小幅度大; 在 200 hPa 上 $C(K_x, K_y)$ 变化不大, 只减小了 5%, 而 $C(P, K_x)$ 却明显减小, 只有基本试验

表 6 方案 4 预报的 12 日 20 时西南低涡上空的 $C(P, K_x)$ 、 $C(K_x, K_\psi)$ (单位: 10^{-4} J/s) 和 K_ψ 、 K_x (单位: m^2/s^2) 平均值及其与基本试验方案的比值

		$C(P, K_x)$	$C(K_x, K_\psi)$	K_ψ	K_x
200 hPa	方案 4	29.5	-28.7	80.7	10.4
	方案 4 / 基本试验方案	55%	95%	110%	61%
700 hPa	方案 4	42.7	10.2	10.8	3.2
	方案 4 / 基本试验方案	38%	47%	62%	84%

方案的 55%， K_ψ 增加了 10%， K_x 减小为 61%。

由此可见，潜热在低层通过加强位能向散度风动能转换和散度风动能向旋转风动能转换以及在高层位能向散度风动能转换，增强低层气旋性辐合和高层辐散，使西南低涡发展。

与地形动力作用的影响比较可以看到，地形动力作用是通过加强高层旋转风动能向散度风动能转换使高空辐散加强，而潜热加热是通过加强高层位能向散度风动能转换使高空辐散加强，这是它们的不同之处。

四、结 论

本文通过诊断涡度方程以及位能、散度风动能和旋转风动能之间的能量转换函数讨论了地形和潜热加热对西南低涡形成和发展的影响，得到以下结论：

(1) 在涡度方程中，散度项是引起这次西南低涡形成发展的主要因子。地形动力作用通过改变低层气流方向加强了高原东侧的辐合，有利于涡度增加，形成西南低涡。潜热加热也可以增大低层散度项的作用，使低涡发展。

(2) 在西南低涡形成过程中，低层位能向散度风动能转换以及散度风动能向旋转风动能转换，并随时间加强，使低层气旋性环流形成，同时高层位能和旋转风动能均向散度风动能转换，使高层辐散维持和加强，有利于低涡发展。

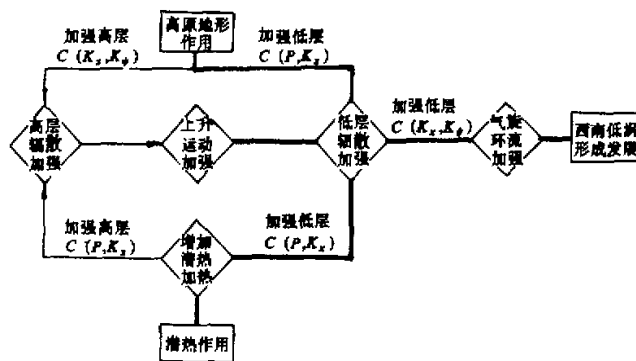


图 3 地形动力作用和潜热对能量转换函数及西南低涡影响的示意图

(3) 地形和潜热加热在低层均加强位能向散度风动能转换以及散度风动能向旋转风动能转换, 地形影响比潜热影响更明显. 在高层地形通过加强旋转风动能向散度风动能转换使高空辐散加强, 而潜热加热通过加强位能向散度风动能转换使高空辐散加强 (见图 3).

致谢: 本文得到陶诗言教授的关怀和鼓励, 作者表示衷心的感谢.

参 考 文 献

- [1] 叶笃正等, 1957, 青藏高原及其附近流场结构和对流层大气的热量平衡, 气象学报, 28, No. 2, 108—121.
- [2] 梁必骥等, 1980, 天气学(上册), 中央气象局科教处出版(预印本), 121—125.
- [3] 乔全明, 1984, 青藏高原天气学, 中国人民解放军空军气象学院训练部印, 166—172.
- [4] Kuo Y.H., L.S.Cheng and Richard, A. Anthes, 1986, Meso-scale analyses of the Sichuan flood catastrophe, 11—15 July 1981, *Mon. Wea. Rev.*, 114, 1984—2003.
- [5] 罗四维等, 1984, 夏季青藏高原对它附近流场影响的数值试验, 高原气象, 3, No. 2, 19—29.
- [6] Chen, S.J. and Lorenzo Dell'Osso, 1986, The effect of Qinghai-Tibet Plateau forcing on the meso-scale rain-bearing circulation systems over the eastern China during presummer rainy season, *J. Meteor. Soc. Japan*, 64, 53—63.
- [7] O'Brien, J.J., 1970, Alternative solution to the classical vertical velocity problem, *J. Appl. Met.*, 1, 197—203.
- [8] 丁一汇, 1989, 天气动力学中的诊断分析方法, 科学出版社, 204—214.

Numerical Simulation and Diagnosis of the Formation Process of SW Vortex

II: The diagnosis of vorticity equation and energy conversion function

Zhao Ping

Hu Changqiong

(Chengdu Meteorological Institute, Chengdu, 610041)

(Jingmen Meteorological Bureau of Hubei)

Sun Shuqing

(Institute of Atmospheric physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

Abstract

This paper applies the numerically simulated results of paper^[1] to diagnose vorticity equation and the energy conversion function among potential energy, divergent wind energy and rotational wind energy. It is pointed out that the topography and latent heat may make vorticity increase by strengthening convergence. In the lower layer, topography and latent heat may also make potential energy convert into divergent wind energy and make divergent wind energy convert into rotational wind energy; but in the upper layer, topography makes rotational wind energy convert into divergent wind energy and latent heat makes potential energy convert into divergent wind energy.

Key words: SW vortex; Diagnosis; Vorticity; Energy conversion.