

Wave - CISK 与对称不稳定^{*}

张立凤 张 铭

(空军气象学院, 南京, 211101)

提 要

本文主要研究了存在凝结加热时的对称不稳定, 对流凝结加热采用了 Wave - CISK 方案. 计算结果表明对流凝结加热通过 CISK 机制可以产生传播的对称不稳定扰动, 且对扰动的传播方向、增长率及结构有影响.

关键词: 对流凝结加热; 对称不稳定.

一、引 言

随着中尺度动力过程研究的深入, 70 年代后, 对称不稳定理论日益受人重视. Hoskins 等人^[1,2]发现中尺度对称不稳定性扰动可能在组织、启动带状对流中有重要作用. 对称不稳定的研究可分为两类: 一类是干对称不稳定, Emanuel^[3]和张可苏^[4]先后给出了对称不稳定的判据和倾斜环流结构. 对称不稳定扰动的尺度和结构以及产生的条件表示它和大气中某些中尺度环流可能存在着联系, 然而较小的 Richardson 数通常仅在近地面的小范围内或急流附近, 而不少中尺度环流几乎贯穿整个对流层. 为此人们很自然地想到凝结加热的释放会改变对称不稳定的临界值及其结构. 这就出现了另一类对称不稳定——湿对称不稳定. 关于湿大气中对称不稳定问题, 有几种不同的观点和处理方法. Hoskins^[2]为解释锋面雨带的形成, 提出了饱和大气中的对称不稳定, 称之为条件对称不稳定. 另一种则是 Emanuel^[5]提出的, 他借用 Wave - CISK 理论来考虑潜热的作用, 并用无粘, f 平面上线性化, 静力平衡的 Boussinesq 方程组对对称不稳定进行了研究, 从而将干对称不稳定延伸到了条件不稳定大气中. 本文主要研究凝结加热采用 Wave - CISK 参数化方案时, 非静力平衡下的对称不稳定, 并考察不同加热廓线对对称不稳定的增长率及结构的影响.

二、数学模式及计算方案

1. 数学模式

在只考虑 x 方向存在基本气流, 且基本气流是 y 和 z 的一次函数的条件下(也即设

1990 年 2 月 26 日收到, 9 月 7 日收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助课题.

$\bar{U} = \bar{U}_y y + \bar{U}_z z$, $\bar{U}_y, \bar{U}_z$ 为常数), 对粘性、非绝热、非静力平衡的完全非弹性方程组进行线性化, 并设扰动在 x 方向具有对称性, 即 $\frac{\partial}{\partial x} = 0$. 在引入动量流函数 ψ 后, 可得到以下线性化的方程组^[2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + F \frac{\partial \psi}{\partial z} + \bar{U}_z \frac{\partial \psi}{\partial y} + \chi u = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} - S^2 \frac{\partial \psi}{\partial z} + N^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \chi \theta = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi - \frac{\partial \theta}{\partial y} - f \frac{\partial u}{\partial z} + \chi \nabla^2 \psi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\theta = \frac{\theta'}{\theta_0}$, g , 算子 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $S^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y}$, $N^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$, $F = f - \frac{\partial \bar{U}}{\partial y}$,

这里不计 f 随纬度的变化, 取 f 为常数, u, v, w 为扰动风场, $v = -\frac{\partial \psi}{\partial z}$, $w = \frac{\partial \psi}{\partial y}$, θ' 为扰动位温, $\bar{U}$ 和 $\bar{\theta}$ 为基本量场, 它们之间满足热成风关系, θ_0 是位温的典型值, 取常数. 此时 N^2, S^2 和 F 均为常数, 为叙述方便设 X 轴指向东.

这里凝结加热采用 Emanuel 的 Wave-CISK 方案设非绝热加热与边界层顶的垂直运动成正比, 即 $Q = N^2 Q_0 G(z) \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{z=z_0}$, 其中 Q_0 为常数, 反应了凝结加热反馈的程度, 在积云对流加热的情形下它与大范围积雨云的稳定性有关, $G(z)$ 是垂直加热分布函数, $\frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{z=z_0}$ 是 $z = z_0$ 处的垂直速度, z_0 是边界层顶的高度.

摩擦耗散项采用 Gulberg-Mohn 摩擦公式和牛顿冷却. 为简单起见, 系数 χ 均取相同的值, 且设其与水平波数的平方成正比, 即 $\chi = K_H m^2$, K_H 是耗散系数.

2. 计算方案

将正规波解

$$\begin{pmatrix} u \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U(z) \\ \Theta(z) \\ \Psi(z) \end{pmatrix} e^{\sigma t + i m y}, \quad (2)$$

代入(1)式, 同时考虑凝结加热方案及摩擦耗散项, 可得垂直结构方程

$$\begin{cases} \sigma U + F \frac{d\Psi}{dz} + im\bar{U}_z \Psi + K_H m^2 U = 0 \\ \sigma \Theta - S^2 \frac{d\Psi}{dz} + imN^2 \Psi + K_H m^2 \Theta = Q_0 imN^2 G(z) \Psi \Big|_{z=z_0} \\ \left(\frac{d^2}{dz^2} - m^2 \right) \Psi - im\Theta + f \frac{dU}{dz} + K_H m^2 \left(\frac{d^2}{dz^2} - m^2 \right) \Psi = 0 \end{cases} \quad (3)$$

边界条件为, $z=0, H$ 时 $W=0$, 也即

$$\psi|_{z=0} = 0, \quad \psi|_{z=H} = 0 \quad (4)$$

由于模式中考虑了凝结加热, 给问题的解析求解带来了困难, 故我们把上述微分方程在垂直方向离散化变成差分方程, 通过求该差分方程的特征值和特征向量来得到原微分方程的数值解^[6].

对垂直结构方程(3)离散化后, 得到矩阵形式的差分方程

$$\sigma AZ = LZ,$$

也即

$$\sigma Z = A^{-1} LZ = L_1 Z. \quad (5)$$

当垂直方向分成 N 层时, A , L 和 L_1 都是 $(3N-1) \times (3N-1)$ 阶矩阵, L 和 L_1 是复矩阵, 其中元素由 S^2 , N^2 , F , f , K_H 及波数 m , 垂直分层厚度 Δz , 加热分布 $G(z)$ 和 Q_0 组成, z 是 $3N-1$ 阶向量, 由各层的 u , Θ 和 Ψ 构成, σ 为特征值. 用 LR 方法求矩阵 L_1 的特征值和特征向量即可得到原问题的数值解. 这样就可以求得扰动的增长率和结构. 在数值计算中, 垂直分层一般取 $N=20$. 为了比较, 也计算了 $N=10$ 和 $N=40$ 的情况. 以下若不特别声明, 均指 $N=20$ 的计算结果, 计算中用到的参数取值为: $H=10\text{km}$, $Q_0=1.14$, $N^2=7.7 \times 10^{-6}/\text{s}^2$, $S^2=-1.76 \times 10^{-7}/\text{s}^2$, $f=0.8 \times 10^{-4}/\text{s}$, $F=0.34 \times 10^{-4}/\text{s}$, $K_H=2 \times 10^4 \text{m}^2/\text{s}$, 此时 Richardson 数 $Ri=1.591$.

对 Emanuel 的 Wave-CISK 参数化方案, 加热量不仅与加热振幅 Q_0 有关, 还与加热场的空间分布 $G(z)$ 有关, 不同的 Q_0 和加热分布必然对不稳定扰动的结构和增长率有影响. 为揭示这一影响, 文中采用了如图 1 所示的 3 种加热垂直分布廓线. 实际大气中通常积云对流加热的加热廓线类似于加热廓线 1, 为了考察不同加热廓线的影响, 文中还计算了其它两种加热廓线的情形.

三、不稳定扰动的增长率

1. 加热廓线与不稳定增长率

为了便于比较, 本文也计算了无加热时的情况. 此时在有较大垂直风切变的条件下, 才能出现不稳定. 且高垂直分辨率的模式比低垂直分辨率的模式更容易算出不稳定, 算得的增长率也大. 对于波长为 360km 的扰动, 不同层次模式的计算结果见表 1. 故对中尺度系统进行数值模拟和数值预报时, 模式除水平格距要小外, 垂直分辨率也要足够高, 这样才能较好地描写实际情况.

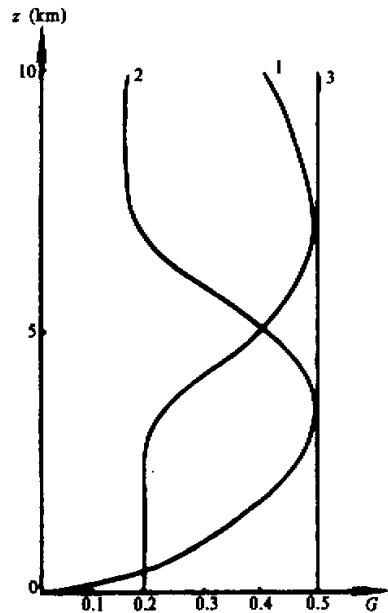


图 1 3 种加热廓线

值得注意的是, 无加热时, 计算出的不稳定扰动都在原地增长而不传播, 只有衰减的扰动才是传播时. 在考虑了加热后, 无论采用那种加热廓线, 都可以出现传播的不稳定扰动. 扰动的传播方向则与加热分布有关, 该结论可通过求 3 层模式的解析解得到说明^[7].

表 1 绝热情况下不稳定与垂直分辨率的关系

风切变	$5.875 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$	$2.2 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$	$1.5 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$
3 层	不稳定	稳定	稳定
10 层	不稳定	不稳定	稳定

采用加热廓线 1 时, 向南传播的最不稳定扰动波长是 300km; 采用加热廓线 2 时; 最不稳定扰动波长为 360km; 而在采用加热廓线 3 时, 最不稳定扰动的波长却出现在

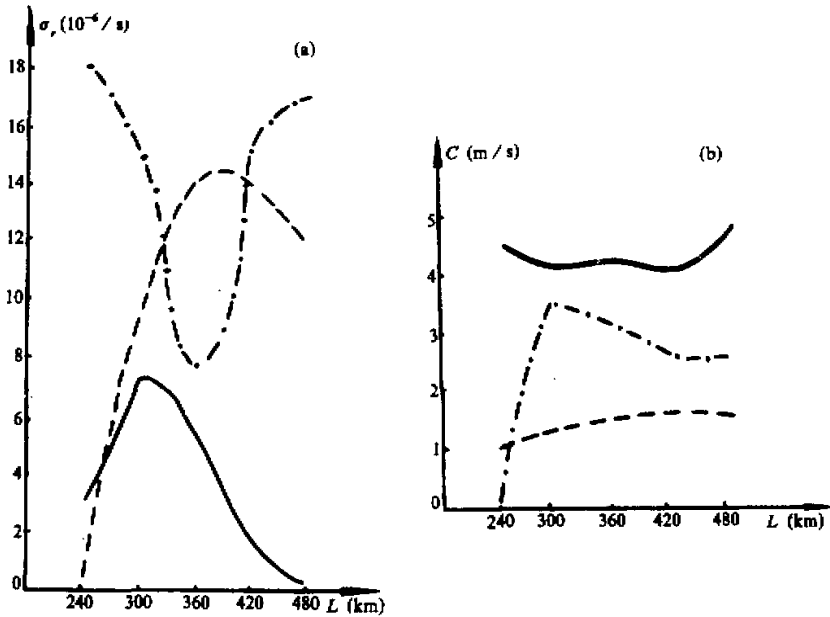


图 2 向南传播不稳定扰动增长率及相速随波长的变化

(a) 增长率, (b) 相速

—— 加热1, - - - - 加热2, - · - · - 加热3

240 km, (见图 2), 可见加热廓线的不同对最不稳定扰动的波长有选择性。

不稳定扰动的传播方向不仅与加热廓线有关, 还与扰动的尺度有关, 如果选取波长为 360km 的扰动, 其增长率和相速与加热廓线的关系见表 2。3 种不同的加热廓线, 以采用加热廓线 2 时增长率最大。加热廓线的不同, 对不稳定扰动出现的个数及传播方向都有很大影响, 这与 Emanuel 采用静力平衡模式得到的波动对加热的垂直结构相对地不敏感的结论是不同的^[5]。张可苏^[8]曾对非静力平衡模式中重力惯性波的频谱, 结构和传播特征进行了研究, 指出静力平衡对重力惯性波有歪曲, 故采用静力平衡模式研究对称不稳定有其局限性。

2. 加热振幅 Q_0 与不稳定增长率

在相同的加热廓线和不改变其它参数的条件下, 增大加热振幅 Q_0 的计算结果表明: 随着 Q_0 的增大, 最不稳定扰动向较短波长方向移动。当取第一类加热廓线且 Q_0 取 1 时,

表 2 加热廓线对不稳定的影响

	增长率 $\times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ (相速 $\times \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	个数(传播方向)	不稳定扰动特点
廓线 1	0.6 (4.41)	1 (南)	快速传播
	2.1 (-0.13)		快速增长, 缓慢传播
	0.16 (-9.17)		缓慢增长, 快速传播
廓线 2	1.7 (0.03)	2 (南)	缓慢传播
	1.4 (1.55)		快速传播
廓线 3	0.78 (3.21)	3 (南)	
	0.29 (3.5)		
	0.13 (2.35)		
	2.1 (-0.035)	2 (北)	快速增长, 缓慢传播
	0.24 (-9.17)		缓慢增长, 快速传播

最不稳定波长在 480km; 当 Q_0 增大到 1.25 时, 最不稳定波长则减小到 240km.

随着 Q_0 增长, 不稳定增长率明显增大, 表 3 给出了取加热廓线 1 且波长为 360km 的结果, Q_0 增大 1 倍, 增长率增大 13 倍多, 而相速却变化不大, 这说明在对称不稳定中增长率 σ 对 Q_0 的变化非常敏感.

表 3 不稳定扰动增长率、相速随 Q_0 的变化

Q_0	1	1.25	1.5	1.75	
增长率(10^{-5} s^{-1})	0.23	0.89	1.6	2.4	3.1
相速(m/s)	4.47	4.35	4.18	4.13	4.01

四、不稳定扰动的结构

1. 不稳定扰动的垂直廓线

这里所谓的垂直廓线即是指在 $y=0$, $t=t_0$ 时扰动的垂直分布.

图 3 给出了采用加热廓线 1 时, 不稳定扰动的垂直廓线. 3 个不稳定扰动具有完全不同的结构, 向南传播的不稳定扰动, 运动场和热力场都在低层出现极值(图 3 曲线 1). u 场和 θ 场随高度变化大体相同, 而流函数随高度变化与 u 场和 θ 场相反. 向北缓慢增长、快速传播的不稳定扰动结构比较简单, 无论流函数, 还是 u 场, θ 场都在中层达到极值, 且 3 个量随高度变化的趋势相同(图 3 曲线 2). 向北快速增长、缓慢传播的不稳定扰动结构见图 3 中曲线 3, 无论流函数, 还是 u 场, θ 场在垂直方向上均呈波状.

采用加热 2 时, 两个向南传播的不稳定扰动, 结构完全不同, 缓慢传播的扰动在垂直方向上呈波状, 快速传播的不稳定扰动的 u 场、 θ 场在下边界达到极值, 流函数的极值则出现在低层(图略).

与加热廓线 3 对应的 3 个向南传播的不稳定扰动的垂直廓线很相似也在下边界达到极值, 而流函数的极值出现在中下层. 两个向北传播的不稳定扰动的垂直廓线则完全不同, 其分别与加热廓线 1 时两个向北传播的不稳定扰动的垂直廓线相似(图略).

对比 3 种加热廓线所对应的不稳定扰动的结构, 可发现加热廓线的不同对向北传播

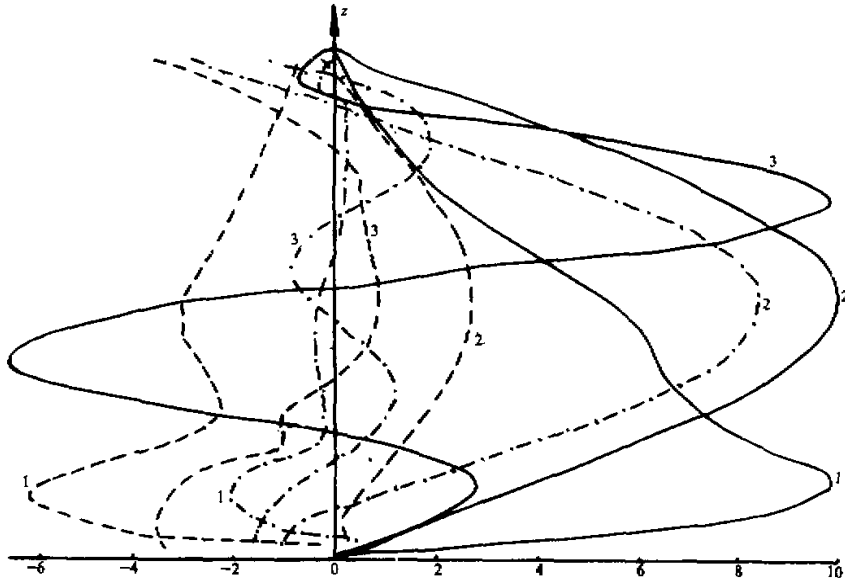


图 3 加热廓线 1 时不稳定扰动的垂直廓线

(—— ψ , - - - $-u$, - · - $-\theta$)

1. 为向南传播不稳定扰动 ($\sigma_r = 0.6 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$, $c = 4.41 \text{ms}^{-1}$)
2. 为向北传播不稳定扰动 ($\sigma_r = 0.16 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$, $c = 9.17 \text{ms}^{-1}$)
3. 为向北传播不稳定扰动 ($\sigma_r = 0.21 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$, $c = 0.13 \text{ms}^{-1}$)

的不稳定扰动的结构影响不大。加热廓线的不同使向南(暖区)传播的不稳定扰动的结构有所不同,但无论是那一种加热廓线,向南传播的扰动的 u 场、 θ 场均在低层(包括下边界,下同)达到最大,流函数的极值也出现在中低层,只有加热廓线 2 时非常缓慢传播的不稳定扰动例外。实际大气中,一些中尺度系统往往在低层明显,这与上述结果是相吻合的。

我们还发现,不稳定扰动的结构与其传播的相速有密切关系,相速同量级的那些不稳定扰动的垂直结构基本相似。当相速量级为 $O(10^{-2}) \text{m/s}$ 时,扰动在垂直方向出现波动;当相速量级为 $O(10^0) \text{m/s}$ 时,扰动在低层明显;当相速量级为 $O(10^1) \text{m/s}$ 时,扰动在中层达到极值。无论采用那种加热廓线,扰动场的结构总可以分为以上 3 类。即扰动的结构按相速的大小分类,扰动传播越快,其垂直结构越简单。而加热廓线的不同影响了扰动的相速和结构。

2. 不稳定扰动的二维结构

所谓扰动的二维结构,是指在垂直于基本气流平面内 y 方向一个波长中的扰动结构。

图 4 为取加热廓线 1 时向南传播的不稳定扰动的二维结构,流函数向冷区倾斜,极值中心在低层, u 场、 θ 场低层则向暖区倾斜,且在低层各有一个极值中心。此时,向北缓慢传播快速增长的不稳定扰动,其流函数也向冷区倾斜,但它倾斜度比向南传播的不稳

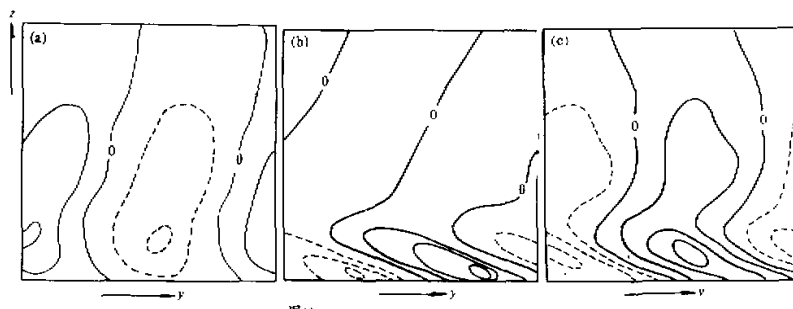


图 4 加热廓线 1 时, 向南传播不稳定扰动二维结构

实线正值区, 虚线负值区

(a) 流函数, (b) θ 场, (c) u 场

定扰动要大, 且其值在垂直方向正负相间; θ 场和 u 场则向冷区倾斜, 它们上下各有一个极值中心, 而快速向北传播, 缓慢增长的不稳定扰动, 流场、 θ 场和 u 场都是一致的向暖区倾斜, 中层各有一个中心(图均略)。

加热廓线 2 时, 所有的不稳定扰动都向南传播, 快速传播的不稳定扰动流函数的结构与加热廓线 1 时向南传播的不稳定扰动流函数的结构类似, 都是向冷区倾斜的环流。缓慢向南传播的不稳定扰动的流函数结构与加热廓线 1 时向北缓慢传播的不稳定扰动的流函数结构类似, 都是向冷区倾斜且其值在垂直方向出现正负相间的分布。加热廓线 3 时, 3 个向南传播的不稳定扰动的结构非常类似, 其流函数均与加热廓线 1 时, 向南传播的不稳定扰动流函数的结构类似, 也向冷区倾斜, 两个向北传的不稳定扰动的结构则分别与加热廓线 1 时两个向北传的不稳定扰动结构类似(图均略)。

五、结 束 语

综合以上对存在凝结加热时非静力平衡的完全非弹性模式中的对称不稳定的研究, 可得以下几点有意义的结果。

(1) 凝结加热通过 CISK 机制可以产生传播的对称不稳定扰动, 而在绝热条件下, 只能有原地增长而不传播的对称不稳定扰动, 在有摩擦耗散的情况下, 最不稳定波长出现在中尺度范围内。

(2) 对某一固定波长, 加热廓线的不同, 不稳定扰动出现的个数不同, 传播方向及增长率也不同。

(3) 凝结加热也是产生最不稳定波长选择性的重要因子。

(4) 加热振幅增大, 最不稳定波长减小, 增长率增大, 增长率对加热振幅非常敏感。

(5) 加热廓线的不同, 对不稳定扰动的结构影响很大, 这点与 Emanuel 的静力平衡模式不同。此外, 不稳定扰动的结构以相速的大小分类, 同量级的相速, 扰动具有相似的结构。

当不稳定扰动向暖区传播时, 由于传播方向水汽充沛, 潜热反馈强, 不稳定扰动发

展明显;而向北传播的不稳定扰动,由于水汽条件的限制,发展就不很明显,故而实际观测到的不稳定扰动多是向暖区传播的。相应于加热廓线 1,向南传播的不稳定扰动的模态应是实际天气中常见的模态,并可解释飑线的生成。

众所周知,冷锋的加速是触发产生重力惯性波的一种机制。锋面抬升造成最初的垂直运动并在合适的环境中产生对流凝结加热,这时对称不稳定条件容易满足,这样不稳定的重力惯性波将发展并离开冷锋以几个 m/s 的速度向暖区移动。当波动振幅大到一定程度时非线性机制将起作用,波动继续发展下去就会产生间断,形成飑线。这时对流凝结加热的作用是重要的。若无非绝热加热,即使有不稳定的重力惯性波发展,它也只能在原地增长而不会离开冷锋。

最后要指出的是,本文采用的是线性模式,其仅适用于不稳定扰动发展的初始阶段。当扰动振幅大到一定程度时就必须考虑非线性作用,因而研究非线性对称不稳定是很有必要的。

致谢:本文是在杨国祥教授的关怀和帮助下完成的。曾庆存先生也给本文提出了宝贵意见,在此向他们表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] Hoskins, B. J., 1974, The role of potential vorticity in symmetric stability and instability, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 100, 480—482.
- [2] Bennetts, D. A. and B. J. Hoskins, 1979, Conditional symmetrical instability-possible explanation for frontal rainbands, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 105, 945—962.
- [3] Emanuel, K. A., 1984, Symmetric instability, *Dynamics of mesoscale Weather systems*, 145—158.
- [4] Zhang Kesu, 1988, Mesoscale instability of a baroclinic basic flow Part I: Symmetric Instability, *AMS*, 2, 135—145.
- [5] Emanuel, K. A., 1982, interial instability and mesoscale convection systems, Part II: Symmetric CISK in a baroclinic flow, *J. Atmos. Sci.*, 39, 1080—1097.
- [6] 曾庆存等, 1990, 正压原始方程模式的谱点和谱函数, *大气科学*, 14, 第二期, 129—142.
- [7] 张立凤, 张铭, 1989, 存在凝结加热反馈时对称不稳定的研究, *空军气象学院学报*, 10, 第 4 期, 38—47.
- [8] 张可苏等, 1980, 非静力平衡模式中重力惯性波的频谱、结构和传播特征, 第二次全国数值天气预报会议论文集, 科学出版社, 196—206.

Wave-CISK and Symmetric Instability

Zhang Lifeng Zhang Ming

(Air Force Institute of Meteorology, Nanjing, 211101)

Abstract

In this paper the symmetric instability is studied when the condensation heating existing. The wave-CISK parameterized scheme is used in the convection condensation heating term. The calculation results show that the disturbance, of propagating symmetric instability is produced through CISK mechanism and the propagating direction, the growing rate and the structure of disturbance are affected by convection condensation heating.

Key words: Convection condensation heating; Symmetric instability.