

非线性正规模初值化原则在有限区模式的实现

薛纪善 李璨玢 王志明

(广东省热带海洋气象研究所, 广州, 510301)

提 要

本文在普遍情况下导出了与非线性正规模初值化方法等价的, 用模式变量表达的初值化准则与运算迭代公式。由于模式的正规模态在初值化计算中不明显地出现, 故本文的结果对于正规模态难以求得的有限区模式的初值化有重要意义。试验实例表明, 按本文的方案作初值处理, 对于消除初值中的不平衡是十分有效的。

关键词: 初值化; 有限区模式。

一、引 言

70年代末, 分别由 Baer^[1]与 Machenhauer^[2]等人提出的非线性正规模初值化方法(NNMI)是数值天气预报模式的初值处理方面的重大进展。它的基本思想是对初值中的重力波成分做调整, 使得经过调整后的初始时刻的重力波分量对时间的倾向为零。这一处理有效地抑制了存在于初值中的风、压场间的不协调以及初值与模式的不协调所造成的模式积分过程中的大振幅高频振荡。NNMI在近10年中又有了很大发展, 例如非绝热项已被引入, 从而改进了模式积分早期垂直环流与降水预报等。NNMI取得的成功使得它目前几乎已被世界上各个主要气象中心所采用, 并成为一种普遍的初值处理方法。

为了达到对重力波分量作调整的目标, 必须事先确切地知道模式的重力波模态。这对于全球与半球模式都是不困难的, 但当模式范围缩小到有限区时, 由于正规模态依赖于边界条件, 同时在某些地图投影的直角坐标中, 线性化的预报方程在水平方向不再是变量可以分离的, 正规模态的求得是难以实现的, 因而 NNMI 至今只在一些特殊的场合才被运用到有限区域模式中。

NNMI的运算是在经过线性化的模式方程的特征函数空间中进行的。如果有可能把 NNMI 的准则直接用模式变量表达出来, 即从特征函数空间返回真实的物理空间, 那末初值化处理就不再依赖于一组预先知道的模式正规模态, 因而运用到有限区模式的障碍就被消除了。

Leith^[3]与 Bourke^[4]都朝这个方向做了努力, 但他们的工作只限于一些相当特殊的

1990年3月17日收到, 1991年2月1日收到修改稿。

情况,如地转参数 f 不随纬度而变等.最近Temperton^[9]与Juranon du Vachat^[10]做了新的讨论,但前者限于离散化的线性算子是对称的情况,而后者则对边界条件作了一定的限制.

本文中我们将在一般条件下导出与NNMI相当的若干初值化准则.结果表明Bourke等的滤波条件B可以推广到一般情况.由于这里给出的准则完全是以模式变量来表达的,因而可以做为在有限区域内初值化的基础.本文的后半部分将给出一个按此方案作初值化的实例.

二、重力波与 Rossby 波的分离

考虑一个浅水方程系统,并将方程写成,

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \beta D = N_{\zeta} \\ \frac{\partial D}{\partial t} - f\zeta + \nabla^2 \phi = N_D \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \Phi D = N_{\phi} \end{cases} \quad (1)$$

这里 ζ 、 D 、 ϕ 分别为涡度、散度与位势高度, Φ 为 ϕ 的平均值, f 为科里奥利参数(不要求它为常数), N_{ζ} 、 N_D 、 N_{ϕ} 表示方程中的非线性项, β 效应包含在 N_{ζ} 与 N_D 中.为了简单起见,(1)式中省略了地图投影系数.(若包括地图投影系数并没有大的困难.)下面先回顾一下模式的两类基本模态,引入以下记号:

$$\begin{cases} \vec{x} \equiv (\zeta, D, \phi)^T \\ \vec{N} \equiv (N_{\zeta}, N_D, N_{\phi})^T \\ L \equiv \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ -f & 0 & \nabla^2 \\ 0 & \Phi & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

从而将(1)式写成,

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} + L\vec{x} = \vec{N}, \quad (3)$$

算子 L 的特征函数称为模式的正规模态.故我们考虑以下的特征值问题,

$$L\vec{x} = \lambda\vec{x}, \quad (4)$$

直接验证可知特征值分为零与非零两类,现分别予以讨论.

第一类: $\lambda=0$,这时显然有

$$D=0, \nabla^2 \phi = f\zeta. \quad (5)$$

这是一类准静止的无辐散地转运动,称之为 Rossby 模态.

第二类: $\lambda \neq 0$. 这时有

$$\begin{cases} \Phi \zeta_g = f \phi \\ D = \frac{f}{\Phi} \phi \\ (\Phi \nabla^2 - f^2 - \lambda^2) \phi = 0 \end{cases} \quad (6)$$

容易证明 $\lambda^2 < 0$, 即可令

$$\lambda_k = \pm i \sigma_k, \quad (7)$$

这里下标 K 表示第 K 个特征值. (6) 式中的第一式表示相对位涡度 $\zeta - \frac{f}{\Phi} \phi$ 为零.

故这是一类振荡的、有辐散的、相对位涡度为零的运动, 称之为重力波模态.

设有一个观测场, 记为 $\vec{x}_a = (\zeta_a, D_a, \phi_a)^T$. 我们求出它的 Rossby 模态¹与重力波模态分量(分别以下标 r 与 g 表示), 即令

$$\vec{x}_a = \vec{x}_r + \vec{x}_g, \quad (8)$$

由(5)式可知:

$$D_g = D_a, \quad (9)$$

$$\nabla^2 \phi_g - f \zeta_g = \nabla^2 \phi_a - f \zeta_a. \quad (10)$$

以(6)式代入, 则有

$$\left(\nabla^2 - \frac{f^2}{\Phi} \right) \phi_g = \nabla^2 \phi_a - f \zeta_a. \quad (11)$$

而

$$\zeta_g = -\frac{f}{\Phi} \phi_g. \quad (12)$$

结合(9)、(11)、(12)式可以由 x_a 求出 $\vec{x}_g$. 有趣的是这些关系均不包含特征值与特征向量, 故可以不必先解出特征值问题, 而直接完成形如(8)式的分解. 容易验证 $\vec{x}_a = \vec{x}_r + \vec{x}_g$ 满足(5)式.

需要说明的是两类模态的具体定义依赖于线性模式的具体形态. 例如在 β 平面上和在球面上所定义的 Rossby 模态的特征频率并不为0, 因而也不能用非零的特征频率来定义重力波. 但这些具体定义的差异并不具有实质性的意义. 重要的是两类模态的基本性质, 即频率的量级、涡度与散度的相对大小有着极大差别, 这种差别是区分两类模态的物理基础. 我们这里所采用的线性化系统, 使这种区分变得极其明了. 由此可能造成的问题将在本文的最后一部分予以讨论.

三、初值化的新准则

本节中我们利用上一节的结果把 NNMI 的初值化准则与迭代公式用模式变量表达出来. NNMI 要求对初值作调整, 从而达到

$$\frac{\partial \vec{x}_g}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

并且在调整过程中维持

$$\Delta \vec{x}_r = 0, \quad (14)$$

这里 $\Delta \vec{x}_r$ 表示 $\vec{x}_r$ 的调整值. 由(13)、(14)式可以得到 Machenhauer 的初值化迭代关系,

$$\begin{cases} \Delta \vec{x}_{gk}^{n+1} = \frac{1}{\lambda_{gk}} \frac{\partial \vec{x}_{gk}^n}{\partial t}, \\ \Delta \vec{x}_r^{n+1} = 0, \end{cases} \quad (15)$$

这里

$$\vec{x} = \vec{x}_r + \vec{x}_g = \sum_j x_{rj} \vec{e}_{rj} + \sum_k x_{gk} \vec{e}_{gk}. \quad (16)$$

$\vec{e}_{rj}$ 与 $\vec{e}_{gk}$ 分别是与第 j 个 Rossby 模态及第 k 个重力波相应的特征向量, 上标表示迭代次数. 故

$$\Delta \vec{x}^{n+1} = \sum_k \frac{1}{\lambda_{gk}} \frac{\partial x_{gk}^n}{\partial t} \vec{e}_{gk}, \quad (17)$$

以 L 作用于上式两端, 并考虑到(15)式与(4)式, 得到

$$L \Delta \vec{x}^{n+1} = \frac{\partial \vec{x}_g^n}{\partial t}. \quad (18)$$

(18)式是与 Machenhauer 方案等价的, 用模式变量表达的初值化准则.

在将(18)式演绎成具体的运算迭代上式前, 我们先将以上讨论推广到离散化的情况. 这时 L 成为一个数字矩阵. 可以求出它的特征矩阵 E , 即

$$E^{-1} L E = \Lambda, \quad (19)$$

这里,

$$\Lambda \equiv \text{diag}(\underbrace{\lambda_{r1}, \lambda_{r2}, \dots, \lambda_{rj}}_j, \underbrace{\lambda_{g1}, \lambda_{g2}, \dots, \lambda_{gk}}_k).$$

为了适应一般情况, 这里不假定 L 是对称的, 并且不象前一节中那样讨论 $\lambda_r = 0$ 的简单情况, 而只要求,

$$|\lambda_{rj}| \ll |\lambda_{gk}|, \quad (j = \overline{1, j}, \quad k = \overline{1, k}). \quad (20)$$

前 j 个特征值对应 Rossby 模态, 而后 K 个特征值对应于重力波模态. 可以将 E 、 E^{-1} 与 Λ 都分解成与 Rossby 模态及重力波模态对应的两个子矩阵

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_r & 0 \\ 0 & \Lambda_g \end{bmatrix}, \quad E = [E_r, E_g], \quad E^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{E}_r \\ \hat{E}_g \end{bmatrix}. \quad (21)$$

容易验证存在以下关系:

$$\begin{cases} L E_r = E_r \Lambda_r, \\ L E_g = E_g \Lambda_g, \\ \hat{E}_r E_r = I_j, \quad \hat{E}_g E_g = I_K, \\ \hat{E}_r E_g = O_K, \quad \hat{E}_g E_r = O_j. \end{cases} \quad (22)$$

这里 I 与 O 分别表示单位矩阵与元素全为零的矩阵, 而左右两个下标分别表示行、列数.

规模态的展开相当于如下的线性变换:

$$\begin{cases} \vec{x} = \vec{x}_r + \vec{x}_g \\ \vec{y} = \begin{bmatrix} \vec{y}_r \\ \vec{y}_g \end{bmatrix} \\ \vec{y}_r = E_r \vec{x}, \quad \vec{y}_g = E_g \vec{x} \\ \vec{x}_r = E_r \hat{E}_r \vec{x}, \quad \vec{x}_g = E_g \hat{E}_g \vec{x} \end{cases} \quad (23)$$

Machenhauer 的迭代关系为

$$\begin{cases} \Delta \vec{y}_g^{n+1} = \lambda^{-1} \frac{\partial \vec{y}_g^n}{\partial t} \\ \Delta \vec{y}_r^{n+1} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

以 $L E_r$ 乘以上的第一式, 再考虑到第二式, 可得

$$L \Delta \vec{x}^{n+1} = E_g \hat{E}_g \frac{\partial \vec{x}^n}{\partial t} = \frac{\partial \vec{x}_g^n}{\partial t} \quad (25)$$

(25)式与(18)式是相似的, 因而初值化准则(18)式或(25)式是普遍适用的关系。

现在利用上一节的结果, 给出(18)式右端的具体表达式及 $\Delta \vec{x}^{n+1}$ 的解, (18)式写成分量形式:

$$\begin{cases} f \Delta D^{n+1} = \left(\frac{\partial \zeta_g^n}{\partial t} \right) \\ -f \Delta \zeta^{n+1} + \nabla^2 \Delta \varphi^{n+1} = \left(\frac{\partial D_g^n}{\partial t} \right) \\ \Phi \Delta D^{n+1} = \frac{\partial \varphi_g^n}{\partial t} \end{cases} \quad (26)$$

以(9)、(11)、(12)各式代入, 得到

$$\begin{cases} (\Phi \nabla^2 - f^2) \Delta \varphi^{n+1} = \Phi \frac{\partial D^n}{\partial t} \\ \Delta \zeta^{n+1} = \frac{f}{\Phi} \Delta \varphi^{n+1} \\ (\Phi \nabla^2 - f^2) \Delta D^{n+1} = \nabla^2 \frac{\partial \varphi^n}{\partial t} - f \frac{\partial \zeta_g^n}{\partial t} \end{cases} \quad (27)$$

(27)式给出了由模式变量的倾向计算模式变量调整值的迭代公式, 也就是我们所要求的与 NNMI 等价的, 体现 NNMI 原则的, 完全用模式变量表达的初值化迭代格式。显然 (27)式适合于有限区模式的初值化问题。(27)式与 Bourke 的过滤条件B 相当。它表明过滤条件B 可以在比 Bourke 导出时所定的条件更广泛的情况下成立。

四、初值化的实施

对于斜压模式, 首先应做水平与垂直变量分离。为此需求取在各个垂直模态上的投

影,再应用上一节的关系作初值化处理.在采用地形坐标(σ -坐标)条件下,还要引入合成高度($P=\phi+R=(\sigma)\ln p_s$)做为新的位势高度变量,这里 $\bar{T}(\sigma)$ 是一个仅与 σ 有关的标准大气温度, p_s 是地面气压.此时应取相应的垂直模态特征值.按照NNMI的通常做法,初值化只对相当深度 $H=\Phi/g$ 较大的几个垂直模态进行.解(27)式时,边界条件可以简单地取边界上 ΔD^{n+1} 与 $\Delta \phi^{n+1}$ 为 0.当由 ΔD^{n+1} 与 $\Delta \zeta^{n+1}$ 求取速度势与流函数的调整量时,可以按Bourke 的建议,前者取Neuman 条件,而后者取 Dirichlet 条件.这意味着在边界上只调整切向速度而保持法向速度不变.

物理过程可以很容易地被包含在方程(27)的右端项中,但必须注意由此带来的迭代收敛性方面的问题.

由于初值化是对合成高度 P 的某些垂直模态分量进行的,因而初值化订正值还需要返回真实的位势高度 ϕ 与地面气压 P_s (或温度 T 与 P_s).一般说这是一个没有确定解的问题.我们的做法是利用线性化的模式方程建立 ΔP 与 $\Delta \phi$, ΔP_s 或 ΔT , ΔP_s 的直接联系.具体做法将在下一节中讨论.

五、初值化方案应用于有限区数值预报模式的结果

做为以上初值化方案的应用实例,我们将此方案用于广东省热带海洋气象研究所的热带有限区数值预报模式(TL-6)^[7]中去.这是一个 σ -坐标的初始方程模式,包含地面至 100hPa 间的 6 个等距 σ 层.模式区域如图 1.模式在水平方向采用半跳点的 Arakawa 的 B 格点.模式的热力学变量取为对一个静止参考大气的偏差值.

线性化的模式方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u_k}{m} \right) - \frac{f v_k}{m} + \delta_y \bar{\phi}_k^{\wedge \sigma} + R \bar{T}_k \delta_x \ln \pi = N_u \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v_k}{m} \right) + \frac{f u_k}{m} + \delta_x \bar{\phi}_k^{\wedge \sigma} + R \bar{T}_k \delta_y \ln \pi = N_v \\ \frac{\partial T_k}{\partial t} + \frac{C_p^2}{R} \frac{\pi}{p_k} \sum_{k'=1}^K m^2 \beta_{k'k} \left[\delta_x \left(\frac{\bar{u}_k^y}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\bar{v}_k^x}{m} \right) \right] \Delta \hat{\sigma}_k = N_\pi \\ \varphi_{k+\frac{1}{2}} = \varphi_{k-\frac{1}{2}} - \frac{R\pi}{p_k} T_k \Delta \hat{\sigma}_k \\ \frac{\partial \ln \pi}{\partial t} = - \sum_{k=1}^K m^2 \left[\delta_x \left(\frac{\bar{u}_k^y}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\bar{v}_k^x}{m} \right) \right] \Delta \hat{\sigma}_k = N_\pi \end{cases} \quad (28)$$

这里,

$$\begin{cases} \pi = p_i - p_r, & p_r = 100\text{hPa} \\ \beta_{k'k} = \begin{cases} 1 & k' < k \\ 0.5 & k' = k \end{cases} \\ \Delta \hat{\sigma}_k = \sigma_{k+\frac{1}{2}} - \sigma_{k-\frac{1}{2}} \\ \Delta \sigma_k = \sigma_k - \sigma_{k-1} \\ \sigma_k = \frac{p_k - p_I}{\pi} \end{cases} \quad (29)$$

为了实现垂直与水平方向的变量分离, 静力方程也要做线性化, 这只需引入以下近似,

$$\frac{\pi}{p} \doteq \frac{\bar{\pi}}{\sigma\bar{\pi} + p_T}, \quad (30)$$

$\bar{\pi}$ 是一个不随水平坐标而改变的常数, 这里取为913hPa. 线性化的方程可以用矢量形式表示:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{u}}{m} \right) - \frac{f\vec{v}}{m} + \delta_x \vec{p}^* = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{v}}{m} \right) + \frac{f\vec{u}}{m} + \delta_y \vec{p}^* = 0 \\ \frac{\partial \vec{p}^*}{\partial t} = \gamma \left\{ m^2 \left[\delta_x \left(\frac{\vec{u}}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\vec{v}}{m} \right) \right] \right\} \end{cases}, \quad (31)$$



图1 模式的水平区域

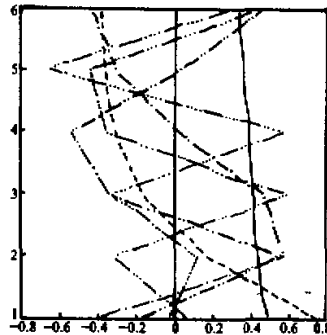


图2 垂直模式廓线

这里 γ 是一个常数矩阵, $\vec{p}^*$ 是新引进的假高度, 其定义为

$$\vec{p}^* = \vec{\phi} + R\vec{T} \ln \pi, \quad (32)$$

而

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_6)^T,$$

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_6)^T,$$

$$\vec{\phi} = \left(\frac{1}{2} (\phi_{\frac{1}{2}} + \phi_{1\frac{1}{2}}), \dots, (\phi_{i\frac{1}{2}} + \phi_{i\frac{1}{2}}) \right)^T,$$

矩阵 D 的特征向量即模式的垂直模态, 图 2 给出模式垂直模态的廓线.

记 D 的特征矩阵为 ε , 即

$$D = \varepsilon^{-1} \Lambda \varepsilon, \quad (33)$$

Λ 是一个对角矩阵. 做线性变换:

$$\vec{P} = \varepsilon \vec{P}^*, \quad \vec{U} = \varepsilon \vec{u}, \quad \vec{V} = \varepsilon \vec{v}, \quad (34)$$

可以将原方程变为关于各个垂直模态分量的方程,

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u_k}{m} \right) - \frac{f v_k}{m} + \delta_x \bar{P}_k^y = N_{uk} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v_k}{m} \right) + \frac{f u_k}{m} + \delta_y \bar{P}_k^x = N_{vk} \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} P_k + g H_k \left\{ m^2 \left(\delta_x \left(\frac{\bar{u}_k^y}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\bar{v}_k^x}{m} \right) \right) \right\} \right] = N_{pk} \end{cases}, \quad (35)$$

这里 $-gH_k$ 是第 k 个特征值, 而 N_{uk} , N_{vk} 与 N_{pk} 是非线性项在第 k 个垂直模态上的投影.

上式与一般浅水方程相同. 为了应用(27)式还须求出 $\frac{\partial D}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$. 这只需对前 3 个模态做初值化运算. 具体步骤如下:

(1) 根据模式方程计算 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u}{m} \right)$, $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v}{m} \right)$ 与 $\frac{\partial T}{\partial t}$, $\frac{\partial \pi}{\partial t}$.

(2) 由 $\frac{\partial T}{\partial t}$, $\frac{\partial \pi}{\partial t}$ 通过静力方程计算 $\frac{\partial p^*}{\partial t}$.

(3) 做垂直模态分解, 求得 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u_k}{m} \right)$, $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v_k}{m} \right)$, $\frac{\partial}{\partial t} P_k$,

$$k = 1, 2, 3.$$

(4) 由 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u_k}{m} \right)$, $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v_k}{m} \right)$, 求 $\frac{\partial \zeta_k}{\partial t}$, $\frac{\partial D_k}{\partial t}$.

(5) 根据(27)式做初值化运算, 求出 ΔP , $\Delta \zeta$, ΔD .

(6) 由 $\Delta\zeta$ 、 ΔD 求出 $\Delta\psi$ 、 $\Delta\chi$ 并进而求出 Δu 、 Δv . 这里 ψ 、 χ 分别是流函数与速度势.

(7) 订正 u_k 、 v_k 与 P_k , 并进行垂直模态合成.

(8) 求 $\Delta\pi$ 与 ΔT , 订正 π 与 T , 完成一次迭代.

(9) 重复(1)–(8)式, 完成下一次迭代.

由 ΔP^* 求 ΔT 与 $\Delta\pi$ 的思路如下. 线性化热力学方程与连续方程可以写成矢量形式,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} + S_1 \left\{ m^2 \left[\delta_x \left(\frac{\vec{u}}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\vec{v}}{m} \right) \right] \right\} &= 0, \\ \frac{\partial \ln \pi}{\partial t} + \vec{S}_2^T \left\{ m^2 \left[\delta_x \left(\frac{\vec{u}}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\vec{v}}{m} \right) \right] \right\} &= 0, \end{aligned} \quad (36)$$

这里 S_1 、 S_2 是常数矩阵与向量, 但由(31)式得

$$m^2 \left[\delta_x \left(\frac{\vec{u}}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\vec{v}}{m} \right) \right] = \varepsilon^{-1} \Lambda^{-1} \varepsilon \frac{\partial \vec{P}^*}{\partial t}. \quad (37)$$

故

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} = -S_1 \varepsilon^{-1} \Lambda^{-1} \varepsilon \frac{\partial \vec{P}^*}{\partial t} \\ \frac{\partial \ln \pi}{\partial t} = -\vec{S}_2^T \varepsilon^{-1} \Lambda^{-1} \varepsilon \frac{\partial \vec{P}^*}{\partial t} \end{cases}, \quad (38)$$

即 $\vec{T}$ 与 $-\vec{S}_1 \varepsilon^{-1} \Lambda^{-1} \varepsilon \vec{P}^*$, $\ln \pi$ 与 $-\vec{S}_2^T \varepsilon^{-1} \Lambda^{-1} \varepsilon \vec{P}^*$ 都分别只差一个积分常数. 由此可以导出

$$\begin{cases} \Delta \vec{T} = -S_1 \varepsilon^{-1} \left(\frac{\Delta P_1^*}{-gH_1}, \frac{\Delta P_2^*}{-gH_2}, \dots \right)^T \\ \Delta \ln \pi = -\vec{S}_2^T \varepsilon^{-1} \Lambda^{-1} \Delta \vec{P}^* = -\vec{S}_2^T \varepsilon^{-1} \left(\frac{\Delta P_1^*}{-gH_1}, \frac{\Delta P_2^*}{-gH_2}, \dots \right)^T \end{cases} \quad (39)$$

利用 1986 年 8 月 1 日 20 时的客观分析值做为未经初值化的场. 初值化步骤(1)–(9)重复作 5–6 次. 用全区域的 $\frac{\partial D}{\partial t}$ 与 $\frac{\partial}{\partial t} (\zeta - \nabla^2 \phi)$ 的均方值做为动力学平衡程度的

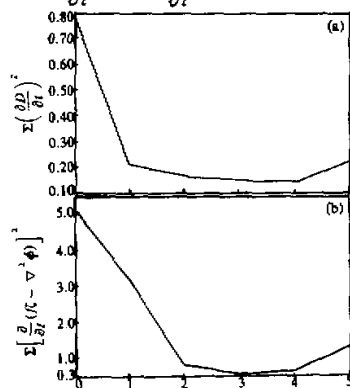


图 3 迭代过程中 $\Sigma \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)^2$ (a) 与 $\Sigma \left[\frac{\partial}{\partial t} (\zeta - \nabla^2 \phi) \right]^2$ (b) 的变化

指标, 图 3 给出在各次迭代过程中这两个指标的数值. 由图可见经过初值化处理, 平衡程度有很大的改善, 特别是在第一、第二次迭代过程中, 散度倾向与地转偏差的倾向都急剧下降. 但在后几次迭代中, 这两个指标数值变化都很微弱. 值得注意的是迭代次数继续增加, 显出有发散的倾向, 这点已为不少初值化问题的研究者注意. 我们估计是与第三个垂直模态相联系, 因为它的振荡频率较低, 在初值化迭代中收敛性可能较差.

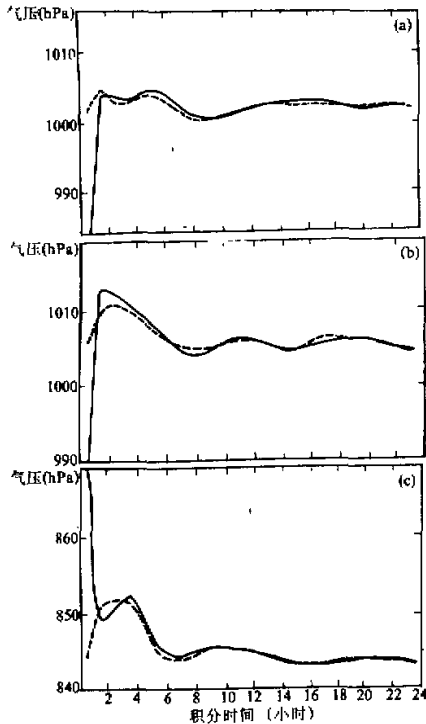


图 4 个别格点地面气压随着时间的变化

虚线: 经初值化, 实线: 未经初值化

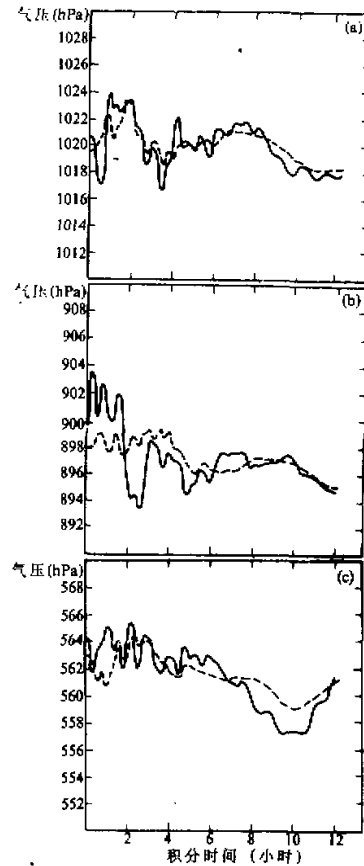


图 5 同图 4, 但系另一个有限区模式的结果

利用初值化与未经初值化的场作了短期预报时效的数值积分. 一般说初值化使模式积分过程中的大振幅高频振荡大大地减弱. 图 4 给出几个格点上地面气压随时间的演变曲线. 初值化处理使积分早期大振幅的气压变动大大地减弱, 这表明初值化的效果是十分明显的. 大约在 12 小时以后, 经过初值化与未经初值化的曲线逐渐趋于一致. 这是一个十分普遍的特点. 我们考察了相当多个点的这类积分曲线, 发现地面气压变动所反映出来的初值化处理的影响消失时间一般都在 12—24 小时之间. 需要指出的是, 尽管初值化

确实使初值的平衡性能有很大改进,并使积分曲线趋于光滑,但是本文所得到的经过初值化与未经过初值化的积分结果的对比并没有某些文献所报导的例子那么明显.估计一方面是因为模式本身对高频重力波振荡的阻尼较大,即使初值未经处理,积分结果中的高频振荡的振幅也衰减得较快.另一方面地形的存在也使某些短周期振荡难以被初值处理所消除.

为了进一步检验初值化方案的效果,我们又将这一方案用到另一个对高频振荡的阻尼相对较小的具有更高垂直分辨率(15层)的有限区模式.初值化的步骤相同.在迭代过程中 $\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)^2$ 与 $\left[\frac{\partial}{\partial t}(\xi - \nabla^2 P)\right]^2$ 的变化趋势也与图3所示相似.图5给出几个任意的代表格点上的地面气压变化的曲线.由图5可以看到,初值化使高频大振幅波动大大地减弱,约经过12个小时,经过与未经过初值化所做的预报结果趋于一致.这表明初值化的效果是十分明显的.由于作者拟对该模式的初值化作专门总结,因此不再在此叙述其细节了.

六、讨 论

(1) 本文给出了在一般情况下,将NNMI由特征函数空间返回物理空间的表达式.由此得到的(18)式或(25)式是普遍适用的,体现NNMI原则的调整关系.当重力波分量的时间倾向可用模式变量表达时,可以建立不要求明显求出正规模态,因此适用于有限区域模式且与NNMI等价的初值化方法.利用(27)式所做的试验表明了这一方案的有效性.

(2) (27)式尽管形式上与Bourke的过滤条件B相似,但是在更普遍情况下导出的.因而这一迭代公式可以为有限区模式普遍采用.(27)式的主要误差是 β 项被置于非线性项中.关于在求取正规模态中 β 项被略去所带来的误差Ballish^[8]曾作过分析.其影响在近赤道地区可能是不应忽视的.这是一个今后需要改进的地方.

需要说明的是(27)式可以直接由(9)、(11)、(12)各式结合 $\frac{\partial x_g}{\partial t} = 0$ 导出.但我们觉得(18)式或(25)式是更有普遍性的关系.故我们宁可先导出(18)式,再由(18)式利用(9)、(11)、(12)各式导出(27)式.

(3) 若重力波的倾向值可以通过其它途径求出,则(18)式或(25)式依然提供了一条初值化的途径.例如可以采用与模式积分的半隐式或分解算法相似的思路,计算 $\frac{\partial \bar{x}_g}{\partial t}$ 的近似值,再按(18)式或(25)式做初值调整.这可能会提供一条更简单的初值化新途径.

(4) 在对模式TL-6实施本文的初值化方案时,遇到的一个问题是静力方程的线性化.本文提供了一种简单的处理方法.但试验表明,当由 ΔP 推算 ΔT 与 $\Delta \ln \pi$ 时,在高原上,这一线性化会带来很大误差,直接影响到初值化的效果.我们试验了另一个求 ΔT 的途径,即调整后的 T 值由调整后的 φ^* 与 $\ln \pi$ 利用未经线性化的静力方程来推算.试验表明这一做法有助于改进高原地区的初值化.

(5) 高原附近的初值化效果一般比低地形地区差.原因之一是线性化过程中略去的

项, 在高原附近不一定是小项, 这一问题的解决, 有待于今后的进一步研究。

本文完成后, 作者读到 R. Errico 等的报告 "Implicit Normal Mode Initialization of PSU/NCAR Mesoscale Model", 由此知道, 类似的初始化方案已被应用于美国国家大气研究中心(NCAR)的中尺度模式。

参 考 文 献

- [1] Bear, F. and J. Tribbia, 1977, On complete filtering of gravity modes through nonlinear initialization, *Mon. wea. Rev.*, **105**, 1536—1539.
- [2] Machenhauer, B., 1977, On the dynamics of gravity oscillations in a shallow water model, with application to normal mode initialization, *Contrib. Atmos. Phys.*, **50**, 253—271.
- [3] Leith, C. E., 1980, Nonlinear normal mode initialization and quasi-geostrophic theory, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 958—968.
- [4] Bourke, W. and J. L. McGregor, 1983, A nonlinear vertical mode initialization scheme for a limited area prediction model, *Mon. Wea. Rev.*, **111**, 2285—2297.
- [5] Temperton, C., 1985, Applications of a new principle for normal mode initialization, *Preprints, Seventh Conf. on Numerical Weather Prediction*, Montreal, Amer. Meteor. Soc., 105—107.
- [6] Juranon, du vachat, R., 1986, A general formulation of normal modes for limited-area models, applications to initialization, *Mon. wea. Rev.*, **114**, 2478—2487.
- [7] Xue Jishan et al., 1988, Test of Tropical limited area numerical prediction model including effect of real topography, *Adv. Atmos. Sci.*, **5**, 1—14.
- [8] Ballish, B. A., 1979, Comparison of some nonlinear initialization techniques, *Preprints, Fourth Conference on Numerical Weather Prediction*, Amer. Meteor. Soc., 9—12.

Initialization of Limited Area Model Based on the Principle of Non-linear Normal Mode Initialization

Xue Jishan Li Canji Wang Zhiming

(Guangdon Institute of Tropical and Oceanic Meteorology, Guangzhou, 510301)

Abstract

Two general conditions of initialization for limited area model and their corresponding iterative computational formulae are derived in this paper. These conditions are equivalent to those of nonlinear normal mode initialization, but totally expressed in terms of the model variables. The fact that the normal modes of the model do not appear in those formulae makes it easy to perform in any regional model, of which the normal modes are usually difficult to derive. This proposed initialization scheme is applied to the two numerical prediction models. The results have proven that this scheme can effectively suppress the unwanted high frequency gravitational oscillation due to imbalance existing in the initial data.

Key words: Initialization; Regional model.