

参数化的多次散射雷达方程和它的 反演理论 II: 反演理论

邱金桓 吕达仁

(中国科学院大气物理研究所, 北京, 100029)

提 要

本文根据参数化的多次散射雷达方程, 分析了激光多次散射对激光回波信号和一次散射雷达方程反演结果的效应, 提出了迭代前向积分法和迭代后向积分法以求解参数化的多次散射雷达方程, 并根据多次散射信号对云和气溶胶的前向散射相函数的高度敏感性提出了一个从双接收视场的多次散射激光回波信号, 同时确定云和气溶胶消光系数分布和前向散射相函数的方法. 此外, 本文还根据数值试验分析了这些反演方法在地基激光雷达和空间站激光雷达两种情形下的适用性.

关键词: 反演; 前向积分法; 后向积分法; 边界条件.

一、引 言

二十多年来, 许多学者致力于研究一次散射激光雷达方程的反演算法^[1]. 由于一次散射雷达方程未能包含大气中实际存在和不可忽略的多次散射信息, 在许多情形下存在很大的误差^[2], 近年来不少学者致力于研究激光大气传输过程中的多次散射问题, 至今的研究主要侧重于发展激光多次散射计算模式以及分析多次散射对激光回波信息的影响. 如何从多次散射信息反演大气气溶胶和云的光学特性信息, 是一项具有重要应用价值的课题, 在邱金桓等人提出的参数化的多次散射雷达方程中^[3], 多次散射分量与大气消光系数分布、散射相函数以及雷达几何参数的依赖关系具有形式简单和物理意义明确等特点, 该方程对激光雷达探测气溶胶和云的参数的实际应用是较合适的. 本文主要研究该参数化的多次散射雷达方程的反演算法, 并分析这些算法在不同条件下的适用性.

二、多次散射效应

本节主要根据本工作的第一部分^[3], 即参数化的多次散射雷达方程分析激光多次散射对回波信号的贡献. 先从图1分析在地基和空间站激光雷达两种情形下多次散

1991年5月8日收到, 7月11日收到修改稿.

国家自然科学基金资助项目, 同时得到 863-205-3-2 课题支持.

射贡献随光学厚度和散射相函数的变化特性。这里假定大气具有均匀的消光系数, 其值为 $0.01 (1/\text{m})$, 图 1(a) 对应于云 C1 模式, 图 1(b) 对应于 $\gamma^* = 3$ 的 Junge 气溶胶谱分布。图中实曲线为参数化的多次散射对一次散射比, 叉线为相应的 Monte Carlo 解, 上面的曲线和叉线对应于空间对地遥感情形, 雷达的高度为 $H_0 = 700 \text{ km}$, 雷达接收视场角为 1 mrad , 下一组结果对应于地基激光遥感情形, 雷达与散射介质的距离假定为 0.1 km , 雷达的接收视场角为 4 mrad 。从图 1 可以看出如下几点:

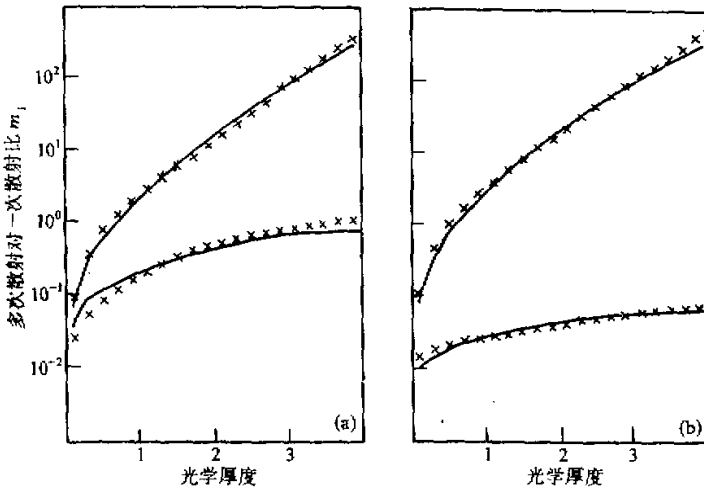


图 1 多次散射对一次散射比随光学厚度的变化

1. 参数化结果和 Monte Carlo 解具有很好的吻合;
2. 在空间遥感的情形下, 多次散射贡献远比 $H_0 = 0.1 \text{ km}$ 的地基激光遥感的情形重要。例如对于气溶胶模式, 在光学厚度为 4 处, 当 $H_0 = 0.1 \text{ km}$ 时, 多次散射对一次散射比只有 0.07, 然而当 $H_0 = 700 \text{ km}$ 时, 该比值约为 380, 多次散射成分远比一次散射大;
3. 多次散射贡献密切依赖于相函数。特别是对 $H_0 = 0.1 \text{ km}$ 的情形, 云 C1 的多次散射贡献远比气溶胶情形为大, 这是因为在这种情形下几何消光因子很大, 约为 0.93, 意味着一个处于接收锥内的光子沿任意方向散射时都具有很大概率留在该锥内并贡献多次散射信息给接收器。而当 $H_0 = 0.1 \text{ km}$ 时, 几何消光因子小得多, 约为 0.003, 只有沿向前方向散射的光子才有大的概率留在接收锥内, 因此多次散射分量对前向相函数峰的幅度特别敏感。根据我们的研究, 当几何消光因子小于 0.1 时, 多次散射分量对前向相函数是很敏感的, 而当大于 0.8 时, 敏感性较弱。

从图 2 可以进一步看出多次散射贡献对散射相函数以及几何消光因子的依赖关系。图中, m_1 表示在光学厚度 $\tau = 1$ 处的多次散射对一次散射比, $g_{\tau=1}$ 为在 $\tau = 1$ 处的几何消光因子值, 方块、点、叉和圆分别对应于 Diermendjian L 谱、云 C1、水云 C3 和褐铁

矿云 C3 四种相函数情形^[4], 当距离 $r < H_0$ 时, 大气消光系数设为零, 而当 $r > H_0$ 时, 大气消光系数设为常数 σ_0 , g_{0i} 的五个值在 0.00093 和 0.926 之间变化, 对应不同的 (H_0, σ_0) 组合, 即 $H_0 = 0.012, 0.1, 1, 6$ 和 700 km , σ_0 均为 0.01 (1/m) . 如图所示, 对所有四个相函数, 多次散射对一次散射比 m_1 总是随着几何消光因子的增大而增大, 前者的变化可达一个数量级, 它对几何消光因子的变化是非常敏感的. 又因为几何消光因子是随着雷达的接收视场角的增大而增大, 不同视场角的激光回波信号包含着不同的多次散射信息. 此外, 多次散射贡献密切依赖于前向相函数特性, 特别是当几何消光因子较小时, 在四个相函数中, 云 C1 具有最大的前向相函数峰, 多次散射贡献在 $g_{0i} < 0.2$ 时总是最大, 霏·L 具有最小的前向相函数峰, m_1 也最小. 水云 C3 和褐铁矿云 C3 具有几乎一样前向相函数峰, 但前者具有小得多的后向散射相函数, 而两者的 m_1 却基本相等. 可见, m_1 对后向散射相函数是较小敏感的, 因此从多次散射信息有可能提取前向散射相函数的信息. 后面论及的双接收视场角激光回波信号反演技术正是根据这个特点提出的.

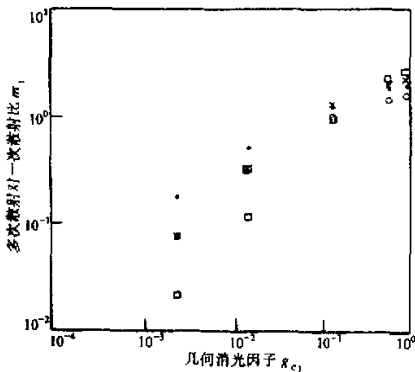


图2 在光学厚度等于1处多次散射对一次散射比 m_1 随几何消光因子 g_{0i} 的变化

三、反演算法

具有 Mie 和瑞利双散射成分的参数化多次散射雷达方程可表为

$$I(r) = C [1 + m(r)] \frac{\beta_M(r) + \beta_R(r)}{r^2} e^{-2 \int_0^r [\sigma_M(r') + \sigma_R(r')] dr'}. \quad (1)$$

方程(1)中, $I(r)$ 为距离 r 的激光回波信号, $\sigma_M(r)$ 和 $\sigma_R(r)$ 分别为 Mie 和瑞利消光系数, $\beta_M(r)$ 和 $\beta_R(r)$ 则分别为 Mie 和瑞利后向散射系数, C 为激光雷达常数, $m(r)$ 即参数化的多次散射对一次散射比, 其表达式见参考文献 [3].

令 $V(r) = \frac{I(r)}{1 + m(r)}$, 则方程(1)可变为

$$V(r) = C \frac{\beta_M(r) + \beta_R(r)}{r^2} e^{-2 \int_0^r [\sigma_M(r') + \sigma_R(r')] dr'}. \quad (2)$$

方程(2)和一次散射雷达方程具有完全一样的形式, 因此, 本文采用迭代前向积分法和迭代后向积分法以求解多次散射雷达方程.

从雷达位置至近端边界点 r_0 的大气光学厚度一般是小的, 根据参数化多次散射雷达方程, 在 $r < r_0$ 的范围内多次散射贡献是很小的, 可近似取 $m(r_0) = 0$. 因此, 在

Mie 消光对后向散射比为常数 K 的情形下, 求解多次散射雷达方程的迭代前向积分法建议如下:

$$\sigma_M(r) = -\alpha \sigma_R(r) + \left\{ S(r) \exp \left[-2(\alpha-1) \int_{r_0}^r \sigma_R(r') dr' \right] \right\} / \left\{ S(r_0) / [\sigma_M(r_0) + \alpha \sigma_R(r_0)] - 2 \int_{r_0}^r S(r') \cdot \exp \left[-2(\alpha-1) \int_{r_0}^{r'} \sigma_R(r'') dr'' \right] dr' \right\}, \quad (3)$$

其中

$$S(r) = \frac{I(r)r^2}{1+m(r)}, \quad \alpha = K_M/K_R,$$

这里 K_R 为分子消光对后向散射比, $m(r)$ 采用迭代方式加以确定, 即先取 $m(r_i) = m(r_{i-1})$ ($m(r_0) = 0$), 根据方程 (3) 确定 $\sigma_M(r_i)$, 再根据参数化的 $m(r)$ 表达式重新计算 $m(r_i)$, 接着再由方程 (3) 确定 $\sigma_M(r)$ 作为最终的解. 步长 Δr_i 通常是小的. 一次迭代足矣.

在激光遥感光学上稠密大气时, 前向积分法一般是很不稳定的, 因此我们建议采用如下的迭代后向积分法以求解方程 (2), 即

$$\sigma_M^{(n)}(r) = -\alpha \sigma_R(r) + \left\{ S^{(n-1)}(r) \exp \left[2(\alpha-1) \int_r^{r_N} \sigma_R(r') dr' \right] \right\} / \left\{ S^{(n-1)}(r_N) / [\sigma_M(r_N) + \alpha \sigma_R(r_N)] + 2 \int_r^{r_N} S^{(n-1)}(r') \cdot \exp \left[2(\alpha-1) \int_{r'}^{r_N} \sigma_R(r'') dr'' \right] dr' \right\}, \quad (4)$$

$$S^{(n-1)}(r) = \frac{I(r)r^2}{1+m^{(n-1)}(r)}, \quad (5)$$

$$\delta_e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[1 - \frac{\sigma_M^{(n-1)}(r_i)}{\sigma_M^{(n)}(r_i)} \right]^2}. \quad (6)$$

上标 n 表示迭代次数, 并取 $m^{(0)} = 0$, 即第一步不考虑多次散射贡献求解雷达方程得到一消光系数分布解, 接着计算 $m^{(1)}(r)$ 再重新确定消光系数分布. 当 δ_e 足够小时, 迭代中止.

因为 $m(r)$ 函数与云或气溶胶的相函数特性有关, 因此只有已知相函数的条件下, 上述两个迭代算法方可应用. 从前一节分析可以知道, 多次散射对一次散射比 $m(r)$ 主要密切依赖于大气相函数的前向散射峰, 由多次散射信息有希望确定前向散射因子 P_f , 进而确定云和气溶胶的谱分布. 此外, 如图 2 所示, 多次散射贡献随几何消光因子的增大而增大, 而几何消光因子又随着雷达的接收视场角的增大而增大. 因此我们考虑采用双接收视场角的激光回波信号以同时确定消光系数分布和前向散射相函数. 拟采用的目标函数建议如下:

$$S(\sigma_c, P_f) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - R_i^*/R_i)^2}, \quad (7)$$

$$R_i = I(t_{21}, r_i) / I(t_{21}, r_1),$$

$$R_i^* = I^*(t_{22}, r_i) / I^*(t_{21}, r_1).$$

上式中, σ_c 为 $r_1 - r_N$ 距离区间内平均大气消光系数, P_f 为前向散射因子, $I(t_{21}, r_i)$ 表示接收视场角为 t_{21} 的激光回波信号, $I^*(t_{21}, r_i)$ 则为同一视场角下根据参数化的多次散射雷达方程计算的多次散射回波信号, $I(t_{22}, r_i)$ 和 $I^*(t_{22}, r_i)$ 具有同样的物理意义, 但对应于接收视场角 t_{22} 的情形.

选择不同的 σ_c 和 P_f 值用于计算目标函数, 使得目标函数取最小值的 σ_c 和 P_f 值作为待求的解, 记为 $\bar{\sigma}_c$ 和 $\bar{P}_f$, 于是 $r_1 - r_N$ 区间内光学厚度为

$$\tau(r_1, r_N) = (r_N - r_1) \bar{\sigma}_c. \quad (8)$$

又假设分子散射可忽略(在激光探测光学上稠密大气情形下此假设适用), 由方程(1)又可推得

$$y = \int_{r_1}^{r_N} \frac{I(r)r^2}{1+m(r)} dr = \frac{C}{2K_M} [e^{-2\tau(0, r_1)} - e^{-2\tau(r_1, r_N)}],$$

$$\frac{C\sigma_M(r_N)}{K_M} = \frac{I(r_N)r_N^2}{1+m(r_N)} e^{2\tau(0, r_N)},$$

这里 K_M 为 Mie 消光系数对后向散射系数比. 由上述两式可推得远端边界条件如下:

$$\sigma_M(r_N) = \frac{I(r_N)r_N^2}{2[1+m(r_N)]y} [e^{2\tau(r_1, r_N)} - e^{2\tau(0, r_1)}]$$

$$\approx \frac{I(r_N)r_N^2}{2[1+m(r_N)]y} [e^{2\tau(r_1, r_N)} - 1], \quad (9)$$

最后消光系数分布可确定如下:

$$\sigma_M(r) = \frac{S(r)}{1/\sigma_M(r_N) + 2 \int_r^{r_N} S(r') dr'}, \quad (10)$$

$$S(r) = I(r)r^2 / [1 + m(r)],$$

这里计算 $m(r)$ 时, 消光系数取 $\overline{\sigma_e}$, 并认为不随 r 变.

对于必须考虑分子散射情形, 类似的结果可推得, 但要知道 Mie 消光系数对后向散射系数比, 才能确定远端边界值和消光系数分布.

四、反演结果

1. 迭代前向积分法

图 3 表示在激光空间遥感大气气溶胶垂直分布情形下的反演结果. 这里激光波长为 $0.53 \mu\text{m}$, 正确的气溶胶和分子消光系数垂直分布取自 Elterman 的结果^[4], 其在地面至 30 km 高度的光学厚度分别为 0.196 和 0.107, 图 3 中的实曲线即表示正确的消光系数分布. 雷达的高度为 800 km, 激光发散角和雷达接收视场角均为 1 mrad. 气溶胶谱为 $v=3$ 的 Junge 谱. 在这些条件下根据参数化的多次散射雷达方程计算的多次散射比对一次散射比示于图 4. 在近地面, 该比值约为 18.9%. 图 3 中, 圆点表示不考虑多次散射的解, 叉线表示考虑多次散射采用迭代前向积分法的解. 如图所示, 不考虑多次散射的气溶胶消光系数分布解具有很大的误差, 特别是在对流层顶和近地面. 最大的偏差可高达一个数量级. 然而考虑多次散射的解在地面至 30 km 高度范围下与正确的分布均有很好的吻合. 因此, 在激光空间遥感情形下, 即使对光学上不稠密的晴天大气, 也必须考虑多次散射, 否则解可存在很大偏差.

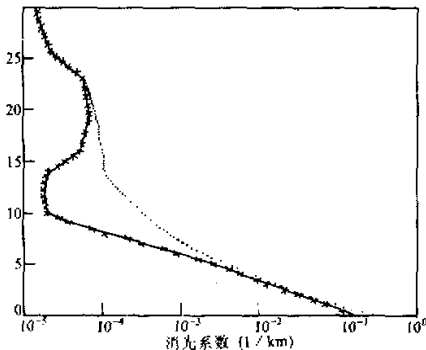


图 3 消光系数反演结果

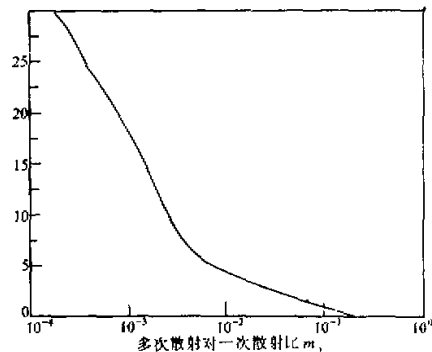


图 4 多次散射比对一次散射比随高度变化

图 5 表示另一数值试验结果, 但对应于地基激光雷达遥测云天的情形, 云为 C1 云, 云高为 1000 m, 云下大气消光系数为 0, 云中消光系数为常数, 等于 $0.01 (1/\text{m})$, 激光波长为 $0.7 \mu\text{m}$, 雷达接收视场角为 2 mrad. 图 5a 对应于近端边界值无误差情形. 图 5b 为边界值具有 10% 误差情形. 图中圆点表示不考虑多次散射的解, 叉线为考虑

多次散射的解。如图所示，不考虑多次散射的解具有很大的误差，先是系统偏大、可偏大几倍，当深入云中 100m 后，解变为不合理的负值。当边界值无误差时，考虑多次散射的解与真值具有很好的吻合，均方差仅为 0.6%，当边界值具有 10% 误差时，考虑多次散射的解在离云底小于 100m 范围内，解仍有很好的精度，远比前者好，但在更高的高度（即光学厚度 >1 ）内，解也有很大的误差，甚至出现不合理的负值。因此，当光学厚度较大时，即使考虑多次散射采用迭代前向积分法也是不合适的。

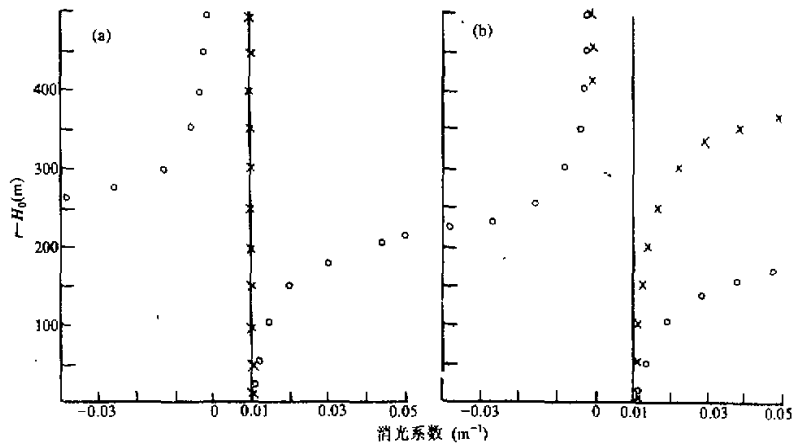


图 5 消光系数随距离的变化，—：正确分布；○：一次散射模式解；
×：多次散射模式解

2. 迭代后向积分法

先考虑散射相函数已知的情形，大气消光系数分布选用如下模式：

$$\sigma(r) = \begin{cases} 0, & \text{当 } r < H_0 \text{ 时;} \\ B1 + r \times B2, & \text{当 } r \text{ 大于等于 } H_0 \text{ 时.} \end{cases} \quad (11)$$

上式中， $B1$ 和 $B2$ 均为常数， $B1$ 单位是 m^{-1} ， $B2$ 单位是 m^{-2} 。

在迭代过程中，远端的边界值即 $\sigma^{(n)}(r_N)$ ，根据 $S^{(n)}(r)$ 函数采用斜率法加以确定。由于 $S^{(n)}(r)$ 在迭代过程中是变化的， $\sigma^{(n)}(r_N)$ 也随之改变。在采用迭代后向积分法的数值试验中，激光的发散角均取 1mrad，接收视场角均取 2mrad。

表 1 给一数值试验结果，这里 $H_0 = 700 \text{ km}$ ， $B1 = 0.01 (1/\text{m})$ ， $B2 = 0$ ， n 为迭代次数，相函数为 C1 云，云厚为 500m（云的光学厚度为 5）， δ_e 即由公式 (6) 定义的控制迭代次数的参数， $D^{(n)}$ 为经 n 次迭代的消光系数分布解对正确分布的均方差，定义为

$$D^{(n)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [1 - \sigma^{(n)}(r_i) / \sigma^*(r_i)]^2} \quad (\%) \quad (12)$$

表 1 反演精度随迭代变化

n	0	1	3	5	10	15	20	24
$\delta_e^{(n)}$		0.383	0.199	0.118	0.056	0.031	0.017	0.0097
$D^{(n)}$	84.7	75.1	58.2	44.2	26.8	16.5	14.1	12.6
τ	0.78	1.26	2.11	2.82	3.77	4.52	4.83	4.94

如表 1 所示，当 $n=0$ ，即不考虑多次散射时，消光系数和光学厚度解均存在很大的误差，前者的均方差高达 84.7%，后者比真值偏小 6 倍多。随着迭代，均方差 $D^{(n)}$ 不断变小，光学厚度趋向正确值。当 $n=24$ 时， $\delta_e^{(n)}$ 小于 0.01，消光系数均方差仅为 12.6%，光学厚度解为 4.94，与正确值只偏差 1.2%。可见，考虑多次散射并采用本文建议迭代后向积分法能大大改善反演结果。

在后面的数值试验中，一律取 $\delta_e=0.01$ 作为终止迭代的条件。表 2 罗列在同样的 C1 云相函数，不同的 H_0 值的消光系数分布下消光系数解的均方差以及光学厚度解，其中 τ_0 为在所考虑的距离区间内正确的光学厚度， τ_m 和 D_m 为只考虑一次散射的光学厚度解和消光系数解的均方差， τ_e 和 D_e 为考虑多次散射的光学厚度解和消光系数解的均方差。如表所示，在 14 组数值试验中，对于不同的 H_0 值和消光系数分布，考虑多次散射采用迭代后向积分法的解总是优于一次散射模式的解，前者的光学厚度解的误差小于 10%，消光系数解的均方差小于 15.3%，然而一次散射模式的光学厚度可比真值偏小 7 倍多，消光系数解的均方差可达 84.7%，特别是在激光空间遥感 $H_0=700\text{km}$ 情形下，一次散射解的误差非常大，在同样 H_0 的条件下，消光系数越大，一次散射解的误差也越大，当 $H_0=0.1\text{km}$ 时，一次散射解的误差较小，这些特点是由于多次散射贡献随着 H_0 和消光系数数值的增大而增大的缘故。

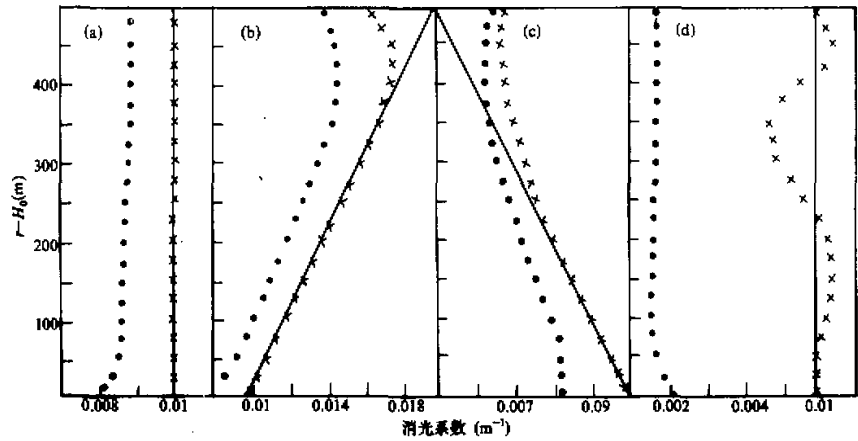


图6 消光系数反演结果，·：一次散射模式；×：多次散射模式

表 2 不同的消光系数分布下的反演结果

N_0	H_0 (km)	$B1$	$B2$	τ_0	τ_s	τ_m	D_s	D_m
1	0.1	0.01	0	5	4.10	5.00	19.2	0.3
2	0.1	0.01	0.00002	7.5	6.77	7.40	12.5	2.9
3	0.1	0.01	-0.00001	3.75	2.9	3.92	24.3	11.3
4	1	0.01	0	5	4.42	4.99	11.7	0.1
5	1	0.01	0.00002	7.5	6.23	7.30	17.1	4.5
6	1	0.01	-0.00001	3.75	3.54	3.95	11.1	12.9
7	1	0.1	0	5	3.44	4.98	31.4	0.5
8	1	0.001	0	5	4.10	5.00	19.0	0.3
9	6	0.01	0	5	3.74	4.18	25.5	0.4
10	6	0.01	0.00002	7.5	4.77	7.04	36.4	8.3
11	6	0.01	-0.00001	3.75	3.07	3.99	19.8	14.3
12	700	0.01	0	5	0.78	4.94	84.7	12.7
13	700	0.01	0.00002	7.5	1.74	7.52	72.7	9.8
14	700	0.01	-0.00001	3.75	0.71	4.11	80.9	15.3

图 6 进一步把一次散射模式的消光系数分布解(点线)和多次散射模式解(叉)作了比较。图中,实曲线为正确的消光系数分布,图 a, b, c 为 $H_0=1\text{km}$ 情形,图 d 为 $H_0=700\text{ km}$ 情形。如图所示,在四种情形下,采用迭代后向积分法的消光系数分布均与真实分布有较好的吻合,然而一次散射模式解具有较大的误差,通常能比真实的分布偏小,在 $H_0=700\text{ km}$ 情形下,消光系数分布能比真值系统偏小 6 倍左右。

下面进一步从表 3 分析相函数的误差对迭代后向积分法解的效应。正确的相函数为 C1 云相函数, 0° 和 180° 的相函数值分别为 133 和 0.045。表中罗列的相函数为反演时所取相函数,分别为 Ns 云,水云 C3 和 C4, 0° 和 180° 的相函数值(记为 $P(0)$ 和 $P(180)$)列于表中。这里正确消光系数为常数 $0.01(\text{m}^{-1})$,正确的光学厚度值为 5。如表所示,反演时所取的相函数远偏离于正确的相函数。如 Ns 云 0° 相函数值为 1127,比正确值偏大约 8 倍。相函数的误差所导致的光学厚度和消光系数解的误差是明显的,如对 $H_0=700\text{km}$ 情形,取水云 C4 用于反演时,消光系数解的均方差为 45.1%,比取正确的相函数用于反演时误差偏大约 4 倍(和表 1 比较),然而不管是 $H_0=1\text{km}$ 还是 $H_0=700\text{km}$ 两种情形,考虑多次散射的误差仍优于一次散射模式解,如对 $H_0=700\text{ km}$ 情形,前者的光学厚度解的误差小于 40%,而后者比正确值偏小约 6 倍(见表 1)。

表 3 相函数的误差对反演解的效应

H (km)			1		700	
相函数	$P(0)$	$P(180)$	D_m	τ_m	D_m	τ_m
Ns 云	1127	0.043	10.6	5.42	28.9	5.57
水云 C3	17.9	0.067	3.0	4.86	24.7	4.35
水云 C4	67.5	0.052	10.5	4.47	45.1	3.03

3. 双接收视场角的激光回波反演法

如上所示, 由相函数的误差可导致消光系数分布解具有较大的误差, 为此我们研究从双接收视场角的激光回波信号以同时确定消光系数分布和前向散射相函数信息. 求解方法见《反演算法》一节, 表4给出一数值试验结果.

在表4所示数值试验中, 雷达的双接收视场角分别为2mrad和20mrad, $H_0 = 1\text{km}$, 消光系数为常数 $0.01\text{ (m}^{-1}\text{)}$, 相函数为云C1相函数, 它的前向散射因子的正确值为69. 表中 P_f 和 σ_c 为反演时迭代用的前向散射因子和消光系数值. 如表所示, 目标函数 $S(P_f, \sigma_c)$ 随 P_f 和 σ_c 的变化是很敏感的, 特别是对 σ_c 的变化. 当 σ_c 取正确值 $0.01\text{ (m}^{-1}\text{)}$, P_f 取正确值69时, 目标函数具有最小值0.001. 因此, 通过寻求由公式(5)定义的目标函数的最小值以确定前向散射因子和平均消光系数的解 $\bar{P}_f$ 和 $\bar{\sigma}_c$ 是可行的. 由此解可以进一步确定消光系数分布, 其均方差仅为2.6%.

表4 目标函数 $S(P_f, \sigma_c)$ 随 P_f 和 σ_c 变化

P_f	$S(P_f, \sigma_c)$									
13	0.651	0.440	0.228	0.100	0.102	0.283	0.501	1.27	2.52	10.38
27	0.646	0.438	0.236	0.110	0.058	0.233	0.440	1.16	2.34	9.60
41	0.643	0.437	0.249	0.119	0.034	0.207	0.409	1.11	2.28	9.27
55	0.641	0.437	0.256	0.130	0.015	0.187	0.385	1.07	2.22	9.03
69	0.640	0.438	0.263	0.140	0.001	0.171	0.366	1.05	2.18	8.84
83	0.638	0.440	0.269	0.144	0.012	0.157	0.349	1.01	2.14	8.70
97	0.637	0.442	0.275	0.158	0.022	0.148	0.335	0.99	2.11	8.58
111	0.636	0.444	0.281	0.165	0.032	0.134	0.323	0.97	2.08	8.48
124	0.636	0.446	0.285	0.173	0.041	0.125	0.312	0.95	2.06	8.40
138	0.635	0.448	0.327	0.179	0.048	0.117	0.302	0.94	2.04	8.33
291	0.630	0.469	0.333	0.230	0.108	0.076	0.245	0.84	1.94	7.95
319	0.629	0.471	0.365	0.237	0.116	0.076	0.240	0.83	1.93	7.91
513	0.626	0.491	0.370	0.273	0.158	0.099	0.229	0.79	1.91	7.79
555	0.626	0.494	0.372	0.279	0.166	0.106	0.231	0.79	1.91	7.78
σ_c	0.002	0.006	0.008	0.009	0.01	0.011	0.012	0.015	0.018	0.024

下面进一步从表5分析在大气消光系数分布非均一条件下双接收视场角激光回波信号的反演结果. 这里正确的云(或气溶胶)消光系数分布同图6b, 消光系数值随 r 的增大而增大, 双接收视场角为2和20mrad, 五个散射相函数即云C1, 云Ns, 水云C3和C4以及 $v^* = 3$ 的Junge气溶胶谱的相函数是被考虑了. 表中 P_f 为正确的前向散射因子, $\bar{P}_f$ 为它的解. 如表所示, 对于五个相函数, 当 H_0 取 0.1 km , 消光系数分布和前向散射因子解都是较理想的, 前者的均方差小于19%, 后者的不确定因子在1以内, 如对Ns云, 前向散射因子的正确值为626.6, 解为752, 而对 $v^* = 3$ 的Junge气溶胶谱, 正确值为0.576, 解为0.35. 当 $H = 700\text{ km}$, 消光系数分布解仍具有较高精度, 均方差小于17%, 然而前向散射因子解具有很大的误差, 不确定因子大于5.

这是由于如前所述的原因，在激光空间遥感光学上稠密大气时多次散射贡献对相函数不太敏感的缘故。

表 5 消光系数解均方差和前向散射因子解

相函数	$\bar{P}_f$	H_0 (km)	D	$\bar{P}_f$	H_0	D	$\bar{P}_f$
云 C1	69.4	0.1	9.6	97	700	14.8	13.8
云 Ns	626.6	0.1	17.5	752	700	13.9	113
水云 C3	34.1	0.1	18.2	61	700	11.9	6.8
水云 C4	8.2	0.1	4.4	4.92	700	16.2	1.44
气溶胶	0.576	0.1	9.4	0.35	700	11.1	0.112

前向散射因子主要依赖于散射相函数 $P(0)$ ，对云而言，下面的近似表达式是适用的，即

$$P_f = 0.388 P^{1.05}(0), \quad (13)$$

因此，由前向散射因子还可确定云的前向散射相函数 $P(0)$ 。

五、结 论

当激光遥感光学上稠密大气或当激光雷达远离大气散射介质(激光空间遥感情形)时，多次散射是很重要的。忽略多次散射能够导致消光系数解具有不可接受的误差，采用本文建议多次散射模式和反演算法能够大大改善反演精度。

本文提出的用于求解多次散射雷达方程的三个算法适用于不同的情形，对于光学上非稠密的大气，采用迭代前向积分法是合适的，特别是在激光空间遥感晴天大气气溶胶分布的情形下，无须确定近端的边界条件，而远端的边界条件的确定较困难，采用此法较合适。对于光学上稠密的大气，采用迭代后向积分法较合适，但若选用的相函数具有很大的误差，解的精度明显变坏。若激光雷达具有多个接收视场角，采用本文建议的双接收视场角的激光回波反演算法是更适合的，在地基激光遥感情形下，消光系数分布和前向散射相函数可以同时被确定，而在激光空间遥感情形下，相函数解的误差较大。

参 考 文 献

- [1] Qiu Jinhuan, Lu Daren, 1991, On lidar application for remote sensing of the atmosphere, *Adv. Atmos. Sci.*, 8, 369 — 378.
- [2] Quenzel, H., Wiegner, M. and Qiu Jinhuan, 1990, Effects of multiple scattering on lidar remote sensing from space, Abstracts of Papers of 15th ILRC, 59 — 63.
- [3] 邱金桓, Quenzel, H. 和 Wiegner, M. 1992, 参数化的多次散射雷达方程和它的自演理论. I: 方程, *大气科学*, 16(5), 601 — 611.
- [4] Deirmendjian, D., 1969, *Electro magnetic Scattering on Spherical Polydispersions*, American Elsevier, 290.
- [5] Elterman, L., 1964, Parametefers for attenuation in the atmospheric windows for fifteen waveleugths, *Appl. Opt.*, 3, 745 — 749.

Parameterized Multiple Scatter Lidar Equation and Its Inversion Theory Part II: Inversion Theory

Qiu Jinhuan Lü Daren

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica, Beijing 100029*)

Abstract

According to a parameterized multiple-scatter lidar equation, this paper analyzes the effect of multiple scattering on laser return signals and its effect on the inversion result of lidar equation with the single scatter assumption, proposes three methods for solving the parameterized multiple scatter equation. The first two methods are the iterative forward integration method and the iterative backscatter integration method, and in the third method the cloud (or aerosol) extinction coefficient distribution and its forward scattering phase function are simultaneously determined from two-receiving width multiply scattered lidar return signals, based on strong sensitivity of the multiple scattering to the phase function. Furthermore, suitability of those methods in the two cases of ground-based lidar and spaceborne lidar is analyzed through numerical experiments.

Key words: Inversion; Forward integration algorithm; Backward integration algorithm; Boundary value.