# 大气中大尺度扰动超熵的产生和广义 Lyapunov 稳定性及其应用

罗德海

（成都气象学院气象研究所，成都 610041）

## 提　要

本文把大气中的大尺度扰动与背景场分开，由于扰动与背景场又有能量交换，因而扰动可作为一个开放系统，尔后将耗散结构理论应用于研究大气中大尺度扰动的特性，并指出：大气中大尺度扰动超熵的产生表征了大气中扰动有效位能的增减．在此基础上，得到了一个 Lyapunov 函数，而这个 Lyapunov 函数的时间导数表征了大尺度扰动总能量的增减，另外，还按 Glandsdorff 和 Prigogine 的工作引入了一个广义 Lyapunov 函数，这个函数的时间偏导可以与大尺度 E－P 通量联系起来，最后还用大尺度扰动超熵的产生讨论了阻塞形势的发展和衰减过程．

**关键词**：超熵；Lyapunov 函数；E－P 通量．

## 一、引　言

近年来，耗散结构、协同学和突变理论已引起了广泛的注意，在气象科学方面也得到了足够的重视，1975 年 Paltridge[1] 首先将非平衡态热力学中的最小熵原理用于研究一维气候模式得到了许多与实际观测相一致的结论．随后 G．Nicolis 和 C．Nicolis[2] 研究了类似于 Budyko-Sellers 模式的熵平衡气候模式，指出气候系统的定态解并不对应最小熵．Shutts[3] 按照 Paltridge 的想法，构造了一个适合于准地转模式的熵产生率表达式，并用变分原理研究了纬向平均地面风，其结果与实际情况是一致的．后来伍荣生[4] 研究了最小熵的产生和涡度守恒的关系，指出从运动方程出发，利用广义熵产生的最小原理，可直接得到涡度守恒方程．柳崇键[5] 研究了大气系统中的广义 Lyapunov 稳定性问题，得到了一些新结果，但他得到的一些结果物理意义不太明确，本文将大气中的扰动场与背景场分开，重新对这个问题进行了研究，并将广义 Lyapunov 函数的时间偏导与 E－P 通量联系起来，其结果加深了我们对大尺度运动特性的认识．

## 二、超熵的产生

由于本文将大气系统分为扰动场与背景场，而扰动与背景场有能量交换，因此我

1989 年 12 月 6 日收到，1991 年 4 月 17 日收到再改稿．

们可以把大气扰动场看成是一个开放系统，按照 Prigogine 的非平衡态热力学理论[6]，超熵为

$$\delta^2 S_e = -\frac{c_v}{T^2}(\delta T)^2 - \frac{R}{\rho^2}(\delta\rho)^2, \tag{1}$$

其中 $\delta^2 S_e$ 称为超熵，$c_v$ 为定容比热，$T$ 为大气温度，$\rho$ 为大气密度．

这里我们考虑的大尺度系统在水平方向上是 $\beta$ 平面，于是我们可假定在经向方向上 $y=y_1$、$y_2$ 为刚性边界．垂直方向上上下边界亦为刚性边界，因此系统中的超熵可写为

$$\delta^2 S = \frac{1}{L_x}\int_0^{L_x}\int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}} \delta^2 S_e \, dzdydx$$

$$= \frac{1}{L_x}\int_0^{L_x}\int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}}\left[-\frac{c_v}{T^2}(\delta T)^2 - \frac{R}{\rho^2}(\delta\rho)^2\right] dzdydx, \tag{2}$$

其中对于任何变量 $A$ 有 $A|_{x=0}=A|_{x}=L_x$，$L_x$ 为纬向周期长度．$A|_{z=0}=A|_{z=\overline{H}}$、$\overline{H}$ 为大气上界高度．

对于不可压缩流体，绝热的热力学方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla T + \gamma_d w = 0, \tag{3}$$

其中 $\vec{V}=u\vec{i}+v\vec{j}+w\vec{k}$，其他符号见文献 [6]．对(3)式进行 $\delta$ 算子的运算，则有

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} + \delta\vec{V}\cdot\nabla T + \vec{V}\cdot\nabla\delta T + \gamma_d \delta w = 0, \tag{4}$$

其中 $\delta\vec{V}=\vec{i}\delta u+\vec{j}\delta v+\vec{k}\delta w$．对于质量连续方程，同样有

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + \delta\vec{V}\cdot\nabla\rho + \vec{V}\cdot\nabla\delta\rho = 0. \tag{5}$$

由(2)式并利用(4)和(5)式可得

$$\frac{\partial(\delta^2 S/2)}{\partial t} = \frac{1}{L_x}\int_0^{L_x}\int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}}\left\{\frac{c_v}{T^2}\left[\delta T\times(\delta\vec{V}\cdot\nabla T) + \vec{V}\cdot\nabla\left(\frac{(\delta T)^2}{2}\right)\right]\right.$$

$$\left. + \frac{R}{\rho^2}\left[\delta\rho(\delta\vec{V}\cdot\nabla\rho) + \vec{V}\cdot\nabla\left(\frac{(\delta\rho)^2}{2}\right)\right]\right\} dzdydx, \tag{6}$$

其中 $T$，$\rho$，$\vec{V}$ 表示平衡态的值，而 $\delta\vec{V}$，$\delta T$，$\delta\rho$ 均为扰动值．

假定 $\vec{V}=\vec{i}\,\overline{u}(y,z)$，$T=\overline{T}(y,z)$，$\rho=\overline{\rho}(z)$，并令 $\delta T=T'$，$\delta\rho=\rho'$，$\delta\vec{V}=u'\vec{i}+v'\vec{j}+w'\vec{k}$，在 Boussinesq 近似下，(6)式可变为

$$\frac{\partial(\delta^2 S/2)}{\partial t} = \int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}}\left[\frac{c_v}{\overline{\overline{T}}^2}\left(\overline{T'v'}\,\frac{\partial\overline{T}}{\partial y} + \overline{T'w'}(\gamma_d-\gamma)\right]dzdy, \tag{7}$$

其中 $(\overline{\ \ }) = \frac{1}{L_x}\int_0^{L_x}(\ \ )dx$ 表示纬圈平均.

对于大尺度运动，一般有 $|\overline{v'T'}\ \partial\overline{T}/\partial y| \gg |\overline{w'T'}(\gamma_d-\gamma)|$，在这种近似下，(7)式可简化为

$$\frac{\partial(\delta^2S/2)}{\partial t} = \int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}} \frac{c_v}{\overline{T}^2}\,\overline{v'T'}\,\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}\,dzdy. \tag{8}$$

在大气中，一般有 $\partial\overline{T}/\partial y<0$，因此对于向北移动的暖平流，向南移动的冷平流，有 $\overline{v'T'}>0$，在这种情况下有 $\partial(\delta^2S/2)/\partial t<0$，这时扰动容易出现不稳定，也就是说当扰动的温度槽落后于气压槽时，扰动是不稳定的．这与实际情况是一致的，根据能量法也可以得到这样的结论．许多学者如 Fox[7] 认为 $\delta^2S$ 并不能看作是一个 Lyapanov 函数，因此用这里所得到的超熵产生的表达式(7)来判断大气中大尺度扰动的稳定性是不全面的，只有把热力学和动力学结合起来考虑才能得到大尺度扰动不稳定发展的判据．为此，Glansdorff 和 Prigogine[6] 引入了一个新的 Lyapunov 函数．

## 三、Lyapunov 函数和稳定性问题

按照 Glansdorff 和 Prigogine 的工作[6]，Lyapunov 函数为

$$L=\rho\delta^2S_v - T^{-1}\rho(\delta v)^2 = -\frac{\rho c_v}{T^2}(\delta T)^2 - \frac{R}{\rho}(\delta\rho)^2 - T^{-1}\rho(\delta v)^2, \tag{9}$$

其中 $(\delta v)^2 = \sum_{k=1}^{3}(\delta v_k)^2$.

从(9)式可以看出，Lyapunov 函数 $L$ 总是小于零的，亦即 Lyapunov 函数恒为负值，于是在所讨论的系统中，总的 Lyapunov 函数的时间偏导可写为

$$\frac{\partial L_T}{\partial t} = -\frac{1}{L_x}\int_0^{L_x}\int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}}\left[\frac{\rho c_v}{T^2}\frac{\partial(\delta T)^2}{\partial t} + \frac{R}{\rho}\frac{\partial(\delta\rho)^2}{\partial t} + \frac{\rho}{T}\frac{\partial(\delta v)^2}{\partial t}\right]dzdydx. \tag{10}$$

对于无摩擦的大气运动，可得

$$\frac{\partial(\delta v)^2/2}{\partial t} + \vec{V}\cdot\nabla\frac{(\delta v)^2}{2} = \delta\vec{V}\cdot\delta\vec{F} - \delta\vec{V}\cdot\delta\left(\frac{1}{\rho}\nabla p\right) - \delta\vec{V}\cdot(\delta\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}), \tag{11}$$

其中 $\delta\vec{V}\cdot\delta\vec{F}=0$，$\delta\vec{F}$ 为科里奥利力的变化.

将(11)式代入(10)式，并令 $\vec{V}=\overline{u}(y,z)\vec{i}$，$T=\overline{T}(y,z)$，$\rho=\overline{\rho}(z)$，$p=\overline{p}(y,z)$，于是可得

$$\frac{\partial L_T}{\partial t} = 2\int_0^{\overline{H}}\int_{y_1}^{y_2}\left\{\frac{\overline{\rho}c_v}{\overline{T}^2}\left[\overline{v'T'}\frac{\partial\overline{T}}{\partial y} + \overline{T'w'}(\gamma_d-\gamma)\right] + \frac{\overline{\rho}}{\overline{T}}\left(g\frac{\overline{\rho'w'}}{\overline{\rho}} + \overline{u'v'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}\right.\right.$$

$$\left.\left.+\overline{u'w'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)\right\}dydz, \tag{12}$$

式中已使用了 Boussinesq 近似，并且因 $(f\overline{u}/\overline{\rho})\overline{v'\rho'}$ 较小已被略去．

将(12)式与文献 [8] 中所得到的能量方程相比较可以看出，我们这里所得到的 Lyapunov 函数的时间偏导反映了扰动动能与扰动有效位能的总和，当扰动的总能量增加时，Lyapunov 函数的时间导数恒为负，扰动容易出现不稳定，因此本文所得到的 Lyapunov 函数的时间偏导能够描述大气中扰动的稳定性问题，而超熵的产生反映的是有效位能的部分．

对于大尺度扰动(例如阻塞等一类行星尺度系统)，在(12)式中，$\overline{w'T'}$，$\overline{w'u'}$，$\overline{\rho'w'}$是小量，略去这些小量，可简化为

$$\frac{\partial L_T}{\partial t}=2\int_0^{\overline{H}}\int_{y_1}^{y_2}\left[\frac{c_v}{\overline{T}^2}\overline{v'T'}\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}+\frac{\overline{\rho}}{\overline{T}}\overline{u'v'}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}\right]dydz. \tag{13}$$

(13)式就是我们所求得的行星尺度扰动所满足的 Lyapunov 函数的时间偏导，当扰动和基本气流的结构满足(13)式右端小于零时，行星尺度扰动是不稳定的．当基本气流不存在水平切变时，(13)式可变为

$$\frac{\partial L_T}{\partial t}=2\int_0^{\overline{H}}\int_{y_1}^{y_2}\frac{c_v}{\overline{T}^2}\overline{T'v'}\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}dydz=2\frac{\partial(\delta^2S/2)}{\partial t}=\frac{\partial(\delta^2S)}{\partial t}. \tag{14}$$

很显然，对于大气中行星尺度扰动，如果基本气流是纯斜压的，那么热量的经向输送是主要的，在这种情况下，行星尺度扰动的超熵产生可以被看作是 Lyapunov 函数的时间偏导，这时 $\partial L_T/\partial t$ 的性质与 $\partial(\delta^2S/2)/\partial t$ 相同.

## 四、广义Lyapunov 函数与 E－P 通量的关系

再按照 Glansdorff 和 Prigogine 的工作 [6]，可引入一个广义 Lyapunov 函数为

$$L_g=\varepsilon^2\delta^2S-\tau^2T^{-1}\frac{(\delta v)^2}{2}, \tag{15}$$

其中 $\varepsilon^2$，$\tau^2$ 分别为两个独立的正权重函数．在大气中，我们可以引入位温 $\theta$，使得 $S=c_p\ln\theta+$ 常数，在这种情况下，我们有

$$L_g=-\varepsilon^2c_p\frac{(\delta\theta)^2}{\theta^2}-\tau^2T^{-1}\frac{(\delta v)^2}{2}<0, \tag{16}$$

可见这种广义的 Lyapunov 函数恒为负，对于系统 $V^*$，使得 $dxdydz\in V^*$，于是在系统 $V^*$内我们有

$$\frac{\partial L_g^*}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{L_x}\int_0^{l_x}\int_{y_1}^{y_2}\int_0^{\overline{H}}L_g dzdydx=-2c_p\iiint\limits_{V^*}\varepsilon^2\frac{\delta\theta}{\theta^2}\frac{\partial\delta\theta}{\partial t}dxdydz$$
$$-\iiint\limits_{V^*}\tau^2T^{-1}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{(\delta v)^2}{2}\right]dxdydz. \tag{17}$$

对于绝热无摩擦大气运动，由热力学方程可得

$$\partial\frac{\delta\theta}{\partial t}+\delta\vec{V}\cdot\nabla\theta+\vec{V}\cdot\nabla\delta\theta=0. \tag{18}$$

将(11)式和(18)式代入(17)式有

$$\frac{\partial L_g^{*}}{\partial t}=\iiint\limits_{V^{*}}\Bigg\{c_p\frac{2\varepsilon^2}{\theta^2}\delta\theta(\delta\vec{V}\cdot\nabla\theta+\vec{V}\cdot\nabla\delta\theta)+\tau^2T^{-1}\Bigg[\vec{V}\cdot\nabla\frac{(\delta v)^2}{2}$$
$$+\delta\vec{V}\cdot\delta\left(\frac{1}{\rho}\nabla p\right)+\delta\vec{V}\cdot(\delta\vec{V}\cdot\nabla\vec{V})\Bigg]\Bigg\}dxdydz, \tag{19}$$

式中$\theta$，$\vec{V}$，$T$，$\rho$可以看成是一种基本态，而$\delta\theta$，$\delta\vec{V}$、$\delta p$可以看作是一种扰动，因此我们可假定$\vec{V}=\vec{i}\,\overline{u}(x,y,z)+\vec{j}\,\overline{v}(x,y,z)$，$\theta=\overline{\theta}(x,y,z)$，$T=\overline{T}(x,y,z)$，而$\delta\theta=\theta'$，$\delta\vec{V}=\vec{i}u'+\vec{j}v'+\vec{k}w'$，$\delta p=p'$，并取$\tau^2=\overline{T}$，在这种情况下(19)式可改写为

$$\frac{\partial L_g^{*}}{\partial t}=\iiint\limits_{V^{*}}\Bigg\{c_p2\frac{\varepsilon^2}{\overline{\theta}^2}\left[\frac{f\overline{\theta}}{g}\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}u'\theta'-\frac{f\overline{\theta}}{g}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}v'\theta'+\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial z}w'\theta'\right]+(u'^2-v'^2)$$
$$\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+u'v'\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}\right)+u'w'\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}+w'v'\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}\Bigg\}dxdydz, \tag{20}$$

式中已使用了热成风关系 $\frac{g}{\theta}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial y}=-f\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}$，$\frac{g}{\theta}\frac{\partial\overline{\theta}}{\partial x}=f\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}$．我们选取 $\varepsilon^2=\frac{\overline{\theta}g}{2c_p\partial\overline{\theta}/\partial z}=\frac{g^2}{2c_pN^2}$ $(N^2>0)$，略去$w'\theta'$，于是(20)式变为

$$\frac{\partial L_g^{*}}{\partial t}=\iiint\limits_{V^{*}}\Bigg\{\frac{f}{\overline{\theta}_z}u'\theta\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}-\frac{f}{\overline{\theta}_z}\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}v'\theta'+(u'^2-v'^2)\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+u'v'\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial v}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}\right)$$
$$+u'w'\frac{\partial\overline{u}}{\partial z}+v'w'\frac{\partial\overline{v}}{\partial z}\Bigg\}dxdydz, \tag{21}$$

式中$\overline{\theta}_z=\partial\overline{\theta}/\partial z$．

(1) 基本气流$\overline{u}=\overline{u}(y,z)$，$\overline{v}=0$的分布，在这种情况下，(21)式可变为

$$\frac{\partial L_g^{*}}{\partial t}=\iint\limits_{\sigma}\overline{u}\left[-\frac{\partial}{\partial y}(\overline{u'v'})+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{f}{\overline{\theta}_z}\overline{v'\theta'}\right)\right]dydz, \tag{22}$$

其中$u'w'\partial\overline{u}/\partial z$比较小已略去了，$\sigma$为经向和垂直方向上的面积．

令$\vec{E}=-\overline{u'v'}\vec{j}+(f/\overline{\theta}_z)\overline{v'\theta'}\vec{k}$，于是(22)式可变为

$$\frac{\partial L_g^{*}}{\partial t}=\iint\limits_{\sigma}\overline{u}(\nabla\cdot\vec{E})dydz, \tag{23}$$

其中 $\nabla\cdot\vec{A}=\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$ ，$\vec{E}$ 为E－P通量．

对于西风气流（$\bar{u}>0$），当E－P通量辐合时，有 $\nabla\cdot\vec{E}<0$，在这种情况下，$\partial L_g^*/\partial t<0$，因而大尺度扰动是不稳定发展的，扰动可出现耗散结构；当E－P通量辐散时，有 $\partial L_g^*/\partial t>0$，这时大尺度扰动是稳定的．对于东风气流（$\bar{u}<0$），其结果与西风气流相反．

按照prigogine的耗散结构理论，大气中大尺度扰动超熵的产生可改写为

$$\frac{\partial\delta^2 S}{\partial t}=-\iiint_{V^*}\varepsilon^2 c_p\frac{2(\delta\theta)}{\theta^2}\ \frac{\partial\delta\theta}{\partial t}\ dxdydz. \tag{24}$$

对于西风气流 $\bar{u}=\bar{u}(y,z)$，并取 $\varepsilon^2=\frac{\bar{\theta}g}{c_p\bar{\theta}_z}$（$N^2>0$），由(18)式，并略去小项我们有

$$\frac{\partial(\delta^2 S/2)}{\partial t}=\iint_{\sigma}\bar{u}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{f}{\bar{\theta}_z}\ \overline{v'\theta'}\right]dydz. \tag{25}$$

将(25)式与(22)式相比较，可以发现大尺度扰动超熵的产生是由E－P通量的垂直分量随高度变化引起的，这说明对于大尺度扰动，E－P通量的垂直分量可反映大尺度扰动超熵的产生．

（2）基本气流 $\bar{u}=\bar{u}(x,y,z)$，$\bar{v}=\bar{v}(x,y,z)$ 的分布．在(21)式中略去带有"$w'$"的小项，令 $\vec{E}_g=-(u'^2-v'^2)\vec{i}-u'v'\vec{j}+(f/\bar{\theta}_z)v'\theta'\vec{k}$，$\vec{F}=-u'v'\vec{i}-(f/\bar{\theta}_z)u'\theta'\vec{k}$，于是(21)式可变为

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_g^*}{\partial t}&=\iiint_{V^*}(\bar{u}\nabla\cdot\vec{E}_g+\bar{v}\nabla\cdot\vec{F})dxdydz\\&=\iiint_{V^*}[\bar{u},\bar{v}]\begin{bmatrix}\nabla\cdot\vec{E}_g\\\nabla\cdot\vec{F}\end{bmatrix}dxdydz.\end{aligned} \tag{26}$$

Hoskins[9] 称 $\vec{E}_g$ 为三维 $\vec{E}$ 矢量，而plumb[10] 则称 $\vec{E}_g$ 为三维E－P通量，当 $\bar{u}=\bar{u}(y,z)$，$\bar{v}=0$ 时，(26)式就变为直接与Andrews和McIntyre[11] 所得到的E－P通量相联系，当 $\nabla\cdot\vec{E}_g=0$，$\nabla\cdot\vec{F}=0$ 时，$\partial L_g^*/\partial t=0$，这时大尺度扰动处于中性状态，但 $\bar{u}\nabla\cdot\vec{E}_g+\bar{v}\nabla\cdot\vec{F}<0$ 时，$\partial L_g^*/\partial t<0$，这时大尺度扰动将出现不稳定．可见这里所得到的Lyapunov函数的时间偏导与E－P通量以及推广的三维E－P通量是相联系的，这从另一方面加深了我们对大尺度运动中波与流相互作用的认识．

## 五、应　　用

为了阐述超熵产生（Lyapunov函数的时间偏导）在大气中的应用，我们将以阻塞发展和衰减过程为例来说明，叶笃正等[12] 曾指出阻塞的发展和衰减过程主要是斜压过

程，为此我们假定基本气流是纯斜压的，因此对这种行星尺度扰动，(14)式是可以利用的．

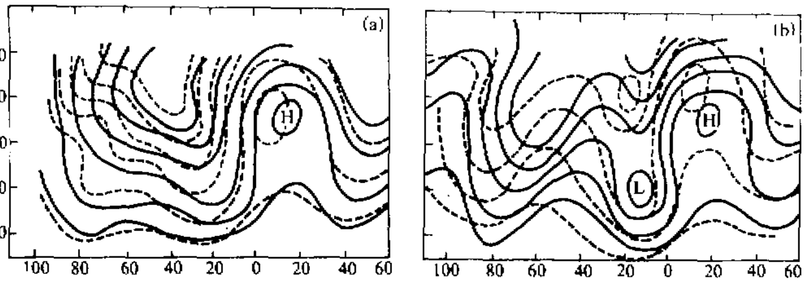


图 1　阻塞发展的一次过程

实线为等高线，虚线为等温线

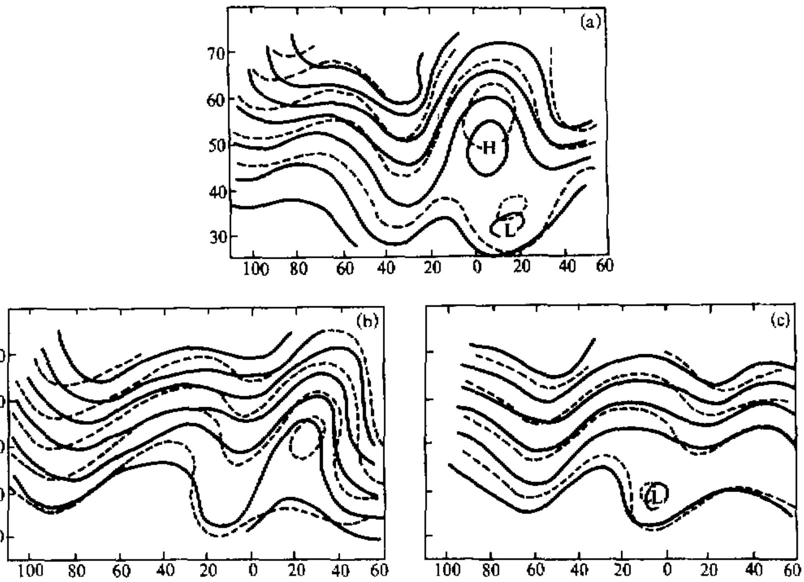


图 2　阻塞衰减的一次过程

说明同图 1

在图 1a 中，由于温度场落后于气压场，在这种情况下，$\overline{v'T'}>0$，同时由于 $\partial\overline{T}/\partial y<0$，因此对于这个阻塞系统有 $\overline{T'v'}\ \partial\overline{T}/\partial y<0$，因而有 $\partial(\delta^2 S/2)/\partial t<0$，这时扰动将要发展，这说明图 1a 中的阻塞高压将得到发展．而实际情况也确是如此，发展后的阻塞形势如图 1b 所示．

在图 2a 中，由于温度场超前于气压场，因此 $\overline{v'T'}\ \partial\overline{T}/\partial y>0$，这时 $\partial(\delta^2 S/2)/\partial t>0$，因而扰动是衰减的，在这种情况下，阻塞高压将减弱．而实际情况也确是如

此，衰减后的阻塞形势如图 2b — c. 可见用大气中扰动超熵的产生来判断大气中扰动的发展和衰减是可行的，这一节我们是用大气中行星尺度扰动的超熵产生来判断的，如要判断各种物理因子对阻塞发展和衰减的贡献，则必须对(12)式的各项进行计算，这是非常必要的.

## 六、结　论

本文研究了自由大气中大尺度扰动超熵的产生，并在此基础上得到了一个 Lyapunov 函数的时间偏导数，对于行星尺度扰动，当基本西风气流是纯斜压的，扰动超熵的产生和 Lyapunov 函数的时间偏导是等价的. 另外，作者还按照 Prigogine 的耗散结构理论引入了一个广义的 Lyapunov 函数，这个广义的 Lyapunov 函数的时间偏导与 E－P 通量或者推广的 E－P 通量是相联系的，这有助于我们从另一个方面认识波与流相互作用的特点.

## 参　考　文　献

[1] Paltridge, G. W., 1975, Global dynamics and climate — a system of minimum entropy exchange, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **101**, 475 — 484.

[2] Nicolis, G. and C, Nicolis, 1980, On the entropy balance of the earth-atmosphere System, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **106**, 491 — 706.

[3] Shutts, G. J., 1981, Maximum entropy production States in quasi-geostrophic dynamical Models, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **107**, 503 — 520.

[4] 伍荣生、侯志明, 1989, 局地势与涡度守恒原理, 气象学报, 第 47 卷, 第 2 期, 130 — 136.

[5] 柳崇键, 1988, 大气耗散结构理论, 28 — 58, 气象出版社.

[6] Glansdorff, P. and Prigogine, I., 1971, *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*, Wiley-Interscience, London, 306.

[7] 湛垦华、沈小峰等编, 1982, 普利高津与耗散结构理论, 陕西科学技术出版社.

[8] 郭晓岚, 1981, 大气动力学, 127 — 141, 江苏科学技术出版社.

[9] Hoskins, B. J., et al., 1983, The shape, propagation and Meanflow interaction of Large Scale Weather Systems, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1595 — 1612.

[10] Plumb, R. A., 1985, On the three-dimensional propagation of Stationary waves, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 217 — 229.

[11] Andrews, D. G. and M. E, McIntyre, 1976, Planetary waves in horizontal and vortical shear: The generalized Eliassen-Palm relation and the mean zonal acceleration, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 2031 — 2048.

[12] 叶笃正等, 1962, 北半球冬季阻塞形势的研究, 科学出版社, 129.

# The Production of Excess Entropy for the Large Scale Disturbance and the Generalized Lyapunov Stability and Its Application

Luo Dehai

(*Chengdu Institute of Meteorology*, *Chengdu* 610041)

**Abstract**

In this paper, the dissipative structure theory is applied to investigate the production of excess entropy for the large scale disturbance, and it is pointed out that the production of excess entropy actually characterizes the increasing or decreasing of the available potential energy of the large scale disturbance. On this basis, a generalized Lyapunov function is obtained, and the time derivative of generalized Lyapunov function describes the stability of the large scale disturbance in the atmosphere. Furthermore, the conculsions obtained by the excess entropy production and generalized Lyapunov stability theories are consistent with the conculsions derived by the energy method. On the other hand, the generalized Lyapunov stability is used to discuss the development and destruction process of blocking in the atmosphere.

**Key words**: Excess entropy; Lyapunov function; E−P flux.