

不同环境温度下冰云粒子的单次散射参量

杨 平 蔡启铭

(中国科学院南京地理与湖泊研究所, 南京 210008)

蒋兴安 韩志刚

(北京应用气象研究所)

提 要

本文提出了直接 Stokes 参量变换的射线追踪方案, 优化了作者过去建立的求解六角冰晶粒子散射的射线追踪模式. 在冰晶有吸收 (折射指数为复数) 的情况下, 新模式采用了有效折射指数处理粒子内的非单色折射波. 其次, 新模式还引入了有效单次散射参量, 消除了来自几何透射线的前向 δ 散射效应. 最后, 根据不同环境温度下的冰云中冰晶粒子的粒径谱分布, 本文计算了粒径谱积分平均的 3D 随机取向六角冰晶粒子的单次散射参量. 文中给出的冰晶粒子单次散射参量的数值, 对研究冰云辐射特性将有一定参考价值.

关键词: 射线; 散射; 冰晶.

一、引 言

冰云的辐射特性是当前大气物理学界较关注的问题^[1]. 研究冰云对辐射传输以及遥感和反演的影响时, 云中冰晶粒子的单次散射参量是必然要涉及的基本物理量. 自然界中冰云粒子的基本组成为六角冰晶. 由于六角冰晶的散射很难用 Maxwell 方程进行求解, Cai 和 Liou 首先采用几何光学射线追踪的方法, 计算了包括全偏振信息的六角冰晶单次散射参量^[2,3]. 近年来, 六角冰晶散射的射线追踪模式得到了进一步的完善和优化^[4-6]. 然而迄今为止, 以上这些模式都是采用电场振幅变换的方法进行射线追踪. 在数值计算中处理较繁琐并且不可避免地要涉及到复数运算. 由于在六角冰晶散射计算中, 不同几何射线间的干涉效应可以忽略^[4,5], 因而可采用直接 Stokes 参量变换进行射线追踪, 这种优化方案在数值计算中处理简便, 所需计算量较小.

在有吸收的情况下, 尽管入射光为单色光, 透入冰晶的折射光却是非单色光; 此时, 复数形式的 Snell 定律无法确定折射光的方向. 为此本文采用了有效折射指数处理冰晶内的非单色折射波, 同时也讨论了复折射指数时的几何光学近似问题. 此外, 入射线穿过两个平行的冰晶表面后, 其对散射场的贡献实际上构成 Dirac δ 函数; 包括这种效应在内所计算的单次散射参量在实际应用中会带来许多不便, 因而本文引入了有效散射参量, 消除了该 δ 效应.

冰云中冰晶粒子的粒径分布是决定冰云辐射特性的重要因子. 观测表明, 在不同的

1991年7月25日收到, 1992年1月30日收到修改稿.

环境温度下冰云粒子的粒径分布有较大差别,因而有必要搞清不同环境温度下冰云粒子的单次散射特征.

二、六角冰晶散射模式的改进

1. 有吸收冰晶内的非单色折射波的处理

(1) 有效折射指数

对波长较大的辐射,冰的折射指数虚部不可忽视.根据电磁波的边界条件可以证明,此时,射线从空气进入冰晶的 Snell 定律为

$$\sin \tilde{\theta}_i = \sin \theta_i / (m_r + j m_i), \quad j = \sqrt{-1}, \quad (1)$$

上式中 m_r 和 m_i 分别为冰折射指数的实部和虚部, θ_i 和 $\tilde{\theta}_i$ 分别为入射角和折射角. (1) 式中的 $\tilde{\theta}_i$ 为复数.对复数形式的折射角很难直观地解释,因此上面的 Snell 定律纯属一种形式,不能用于射线的追踪.对此, Cai-Liou 和 Takano 等的模式都是简单地将 (1) 式近似为 $\sin \tilde{\theta}_i = \sin \theta_i / m_r$; 对有吸收冰晶内的折射波的性质未作深入的研究.

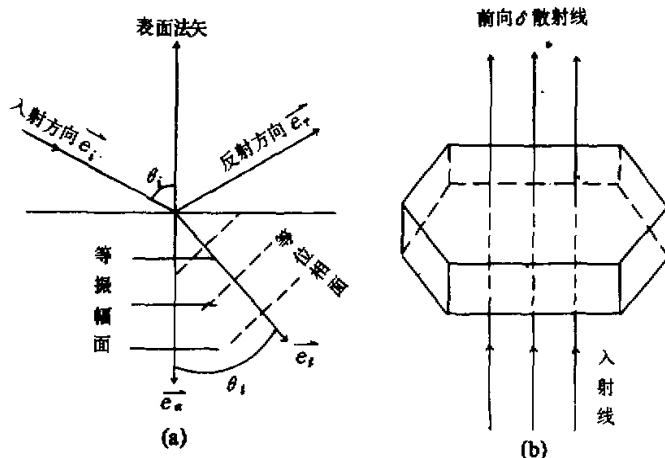


图 1 (a) 有吸收情况的非单色折射波, 其中 $\vec{e}_i$, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_t$ 和 $\vec{e}_n$ 均为单位矢量
(b) 入射线通过冰晶两平行表面后的前向 δ 散射

如图 1(a) 所示, 考虑射线从空气入射于冰晶的情况. 空气中的入射和反射波矢量均为实数, 将它们分别记为 $\vec{K}_i = k_0 \vec{e}_i$ 和 $\vec{K}_r = k_0 \vec{e}_r$; 而在冰晶有吸收时, 折射波矢量应为复矢量, 将其记为 $\vec{K}_t = k_0 \vec{e}_t + j \xi \vec{e}_n$; 因而各电矢量为

$$\begin{cases} \text{入射波: } \vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{A}_i e^{j(k_0 \vec{r} \cdot \vec{e}_i - \omega t)}, \\ \text{反射波: } \vec{E}_r(\vec{r}, t) = \vec{A}_r e^{j(k_0 \vec{r} \cdot \vec{e}_r - \omega t)}, \\ \text{折射波: } \vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{A}_t e^{j[(k_0 \vec{e}_t + j \xi \vec{e}_n) \cdot \vec{r} - \omega t]}, \end{cases} \quad (2)$$

上式中 $\vec{A}_i$, $\vec{A}_r$ 和 $\vec{A}_t$ 均为振幅矢量; ω 为电磁波的角频率; 变量 t 为时间变量; $\vec{r}$ 为位矢. 引入有效折射指数实部 $N_r = k_i/k_o$ 和参量 $\eta = \xi/k_o$, 由于在边界面上 ($\vec{r} = \vec{r}_i$), (2)式中的各电矢量的位相应相等, 因而有,

$$N_r(\vec{e}_i \cdot \vec{r}_i) + j\eta(\vec{e}_s \cdot \vec{r}_i) = (\vec{e}_i \cdot \vec{r}_i), \quad (3)$$

上式两端实部和虚部分别相等, 则给出

$$\begin{cases} N_r(\vec{e}_i \cdot \vec{r}_i) = (\vec{e}_i \cdot \vec{r}_i), \\ (\vec{e}_s \cdot \vec{r}_i) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

结合图 1(a)的几何关系, 不难看出(4)式中的第一式即 $\sin \theta_i = \sin \theta_r / N_r$. 这表明 $\vec{e}_r$ 的方向同样可由 Snell 定律决定; 但下面将看到, 一般 $N_r \neq m_r$. (4)式中的第二式说明 $\vec{e}_s$ 和界面垂直, 由(2)式中折射波的表达式可知 $\vec{e}_s$ 是等振幅面的方向, 在斜入射时 $\vec{e}_i \neq \vec{e}_r$, 因而折射波为非单色波^[7]. 由于折射波应满足电磁波动方程, 即

$$\nabla^2 \vec{E}_i(\vec{r}, t) = \frac{(m_r + jm_i)^2}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_i(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (c \text{ 为光速}) \quad (5)$$

由此可得

$$\begin{cases} N_r^2 - \eta^2 = m_r^2 - m_i^2, \\ N_r \eta \cos \theta_i = m_r m_i. \end{cases} \quad (6)$$

引入有效折射指数虚部 $N_i = \eta \cos \theta_i$, 联立(4)和(6)式, 则可得到如下解:

$$\begin{cases} N_r = \left\{ \frac{m_r^2 - m_i^2 + \sin^2 \theta_i + [(m_r^2 - m_i^2 - \sin^2 \theta_i)^2 + 4m_r^2 m_i^2]^{1/2}}{2} \right\}^{1/2}, \\ N_i = m_r m_i / N_r. \end{cases} \quad (7)$$

因此折射波矢可以表示为

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{A}_i e^{-k_o N_i l} e^{i(k_o N_r \vec{e}_i \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad (8)$$

其中 $l = (\vec{e}_o \cdot \vec{r}) / \cos \theta_i$ 是射线沿 $\vec{e}_i$ 方向传输的距离.

以上所述表明, 折射波相速度方向 $\vec{e}_i$ 可由 N_r 按 Snell 定律决定, 而折射波的衰减则用 N_i 计算. 不难证明, 当 $m_i = 0$ 时, N_r 和 N_i 退化为 $N_r = m_r$ 和 $N_i = 0$.

(2) 有吸收冰晶内的折射波的几何光学近似

射线追踪法求解散射问题, 实质上是用几何光学渐近形式对电磁波理论的一种近似. 这种渐近方法中的射线方向是指 Eikonal 方程决定的几何波前传播的方向^[7]. 以下将说明在几何光学意义下, 上节所述的由有效折射指数 N_r 决定的方向 $\vec{e}_i$ 就是几何射线方向.

将(8)式的折射波改写为如下形式

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{e}(\vec{r}) e^{i k_o \omega(\vec{r})} e^{-j\eta l}, \quad (9)$$

其中 $\vec{e}(\vec{r}) = \vec{A}_i e^{-N_i k_o l}$, $\varphi(\vec{r}) = N_r \vec{e}_i \cdot \vec{r}$. 与(9)式电场相应的磁场记为

$$\vec{H}_i(\vec{r}, t) = \vec{h}(\vec{r}) e^{i k_o \varphi(\vec{r})} e^{-t\omega t} \quad (10)$$

根据 Maxwell 方程, 则可以得出:

$$\begin{cases} \nabla\varphi \times \vec{h} + \varepsilon \vec{e} = -\frac{1}{jk_0} \nabla \times \vec{h}, \\ \nabla\varphi \times \vec{e} - \mu \vec{h} = -\frac{1}{jk_0} \nabla \times \vec{e}, \\ \vec{e} \cdot \nabla\varphi = -\frac{1}{jk_0} \nabla \cdot \vec{e}, \\ \vec{h} \cdot \nabla\varphi = -\frac{1}{jk_0} \nabla \cdot \vec{h}, \end{cases} \quad (11)$$

上式中 ε 和 μ 分别为冰的介电常数和磁导率. 冰为非铁磁性物质, 则有 $\mu=1$ 以及 $\sqrt{\varepsilon} = m_r + jm_i$.

在射线追踪法成立的波长范围内, 冰的复折射指数虚部远小于实部, 因而(11)式中的虚数项相对于实数项是相当小的量. 引用近似 $\sqrt{\varepsilon} = N$, 将(11)式的虚数项舍去. 则得到:

$$\begin{cases} \nabla\varphi \times \vec{h} + N^2 \vec{e} = 0, \\ \nabla\varphi \times \vec{e} - \vec{h} = 0, \\ \vec{e} \cdot \nabla\varphi = 0, \\ \vec{h} \cdot \nabla\varphi = 0. \end{cases} \quad (12)$$

(11)式到(12)式的过渡实质上就是电磁波动力学用几何光学近似的结果^[8]. 由(12)式进一步有

$$(\nabla\varphi)^2 = N^2, \quad (13)$$

(13)式即为几何光学原理的 Eikonal 方程; $\varphi(\vec{r})$ 为常数的曲面就是几何射线波前. 因而几何射线的传输方向 $\vec{S}$ 为

$$\vec{S} = \nabla\varphi / |\nabla\varphi| = \vec{e}_t, \quad (14)$$

上式说明 $\nabla\varphi$ 的方向即为几何射线的方向, 因此(12)中的后两式即为几何射线波的横波条件. 利用(12)式还可证明几何射线波在边界面的反射和折射系数如下(下式中脚标 r 和 t 分别表示 TE 偏振态和 TM 偏振态).

$$\begin{cases} T_t = \frac{2\cos\theta_i}{N_r \cos\theta_t + \cos\theta_i}, & T_r = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_t + N_r \cos\theta_i}, \\ R_t = \frac{N_r \cos\theta_t - \cos\theta_i}{N_r \cos\theta_t + \cos\theta_i}, & R_r = \frac{\cos\theta_t - N_r \cos\theta_i}{\cos\theta_t + N_r \cos\theta_i}. \end{cases} \quad (15)$$

(15)式表明, 在介质有吸收的情况下, 尽管真实的电磁波在界面上的反射系数和折射系数为复数^[7], 但相应的几何射线波的反射、折射系数却为实数. 这是电磁波动力学用几何光学近似引入的误差, 亦即真实电磁波与几何射线波的差异. 由于射线追踪散射模式存在这一固有缺陷, 因此对很强吸收的粒子的散射, 模式计算的结果将对实际散射情况有一定的失真.

2. 直接 Stokes 参量变换法

对六角冰晶散射计算, 散射场的 Stokes 参量可视为各射线 Stokes 参量的直接叠加,

而不考虑射线间的干涉效应^[4,5];因此采用直接 Stokes 参量变换追踪射线将是简捷的途径. 根据 Stokes 参量的定义^[9]和 Fresnel 公式,可证明入射线和反射线的 Stokes 参量满足如下变换:

$$(I', Q', U', V')^* = R \cdot (I, Q, U, V)^+, \quad (16)$$

上式中上标⁺表示取转置; I, Q, U 和 V 分别为四个 Stokes 分量;反射矩阵 R 为如下形式

$$R = \begin{bmatrix} \frac{|R_I|^2 + |R_r|^2}{2} & \frac{|R_I|^2 - |R_r|^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{|R_I|^2 - |R_r|^2}{2} & \frac{|R_I|^2 + |R_r|^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{Re}(R_I R_r^*) & \operatorname{Im}(R_I^* R_r) \\ 0 & 0 & -\operatorname{Im}(R_I^* R_r) & \operatorname{Re}(R_I R_r^*) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

其中 $\operatorname{Re}(\quad)$ 和 $\operatorname{Im}(\quad)$ 分别表示取实部和虚部;*表示取复共轭; R_I 和 R_r 表示两种偏振态的 Fresnel 系数.在反射不为全反射的情况下,(17)式变为

$$R = \begin{bmatrix} \frac{R_I^2 + R_r^2}{2} & \frac{R_I^2 - R_r^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{R_I^2 - R_r^2}{2} & \frac{R_I^2 + R_r^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_I R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_I R_r \end{bmatrix}. \quad (18)$$

(18)式对应的透射矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} \frac{T_I^2 + T_r^2}{2} & \frac{T_I^2 - T_r^2}{2} & 0 & 0 \\ \frac{T_I^2 - T_r^2}{2} & \frac{T_I^2 + T_r^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_I T_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_I T_r \end{bmatrix}. \quad (19)$$

上面的透射矩阵是考虑了能量守恒后的形式^[9],即 $T_I = (1 - R_I^2)^{1/2}$, $T_r = (1 - R_r^2)^{1/2}$.

在全反射的情况下,反射系数为复数,即

$$\begin{cases} R_I = e^{i\Delta_I}, \\ R_r = e^{i\Delta_r}. \end{cases} \quad (20)$$

并且 $\Delta = \Delta_r - \Delta_I$ 满足如下关系

$$\operatorname{tg} \Delta / 2 = \cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - N_r^2} / \sin^2 \theta_i. \quad (21)$$

因此全反射的反射矩阵为

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Delta & \sin \Delta \\ 0 & 0 & -\sin \Delta & \cos \Delta \end{bmatrix}. \quad (22)$$

在射线追踪过程中,涉及到电矢量表述的参照系变换.当参照系由 lor 转动为 $l'or'$ 时(对两坐标系,沿坐标轴正向的单位矢量分别记为 $\hat{l}, \hat{r}$ 和 $\hat{l}', \hat{r}'$), Stokes 参量的变换为

$$(I', Q', U', V')^+ = Y \cdot (I, Q, U, V)^+, \quad (23)$$

上式中

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\hat{r} \cdot \hat{r}')^2 - (\hat{r} \cdot \hat{l}')^2 & -2(\hat{r}' \cdot \hat{r})(\hat{r}' \cdot \hat{l}) & 0 \\ 0 & 2(\hat{r} \cdot \hat{r}')(\hat{r}' \cdot \hat{l}) & (\hat{r} \cdot \hat{r}')^2 - (\hat{r} \cdot \hat{l}')^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

根据射线追踪原理^[2-5],外反射线对散射 Stokes 参量的贡献可表示为

$$(I^{(1)}, Q^{(1)}, U^{(1)}, V^{(1)})^+ = Y^{(1)} R^{(1)} Y^{(0)} (I', Q', U', V')^+, \quad (25)$$

其中 $Y^{(0)}$ 和 $Y^{(1)}$ 分别为将 Stokes 参量转动到入射面和散射面所需进行的转动矩阵变换.经过内反射的散射线对散射 Stokes 参量的贡献为

$$(I^{(n)}, Q^{(n)}, U^{(n)}, V^{(n)})^+ = \beta^{(n)} Y^{(n)} T^{(n)} Y^{(n-1)} R^{(n-1)} \dots \dots R^{(2)} Y^{(1)} T^{(1)} Y^{(0)} (I', Q', U', V')^+, \quad (26)$$

其中 $n \geq 2$; $\beta^{(n)} = \exp(-k_0 N_1 \sum_{i=1}^{n-1} l_i)$ 是冰晶对射线的吸收因子; l_i 为第 $i-1$ 次到第 i 次内反射间,反射线传输的几何路程长度.因此各级射线对散射相矩阵的贡献为

$$\begin{cases} P^{(1)} = Y^{(1)} R^{(1)} Y^{(0)}, \\ P^{(n)} = \beta^{(n)} Y^{(n)} T^{(n)} Y^{(n-1)} R^{(n-1)} \dots \dots R^{(2)} Y^{(1)} T^{(1)} Y^{(0)}, \quad n \geq 2. \end{cases} \quad (27)$$

至此不难看出,与传统射线追踪方案相比较,直接 Stokes 参量变换法是相当简捷的途径.在仅计算散射相矩阵第一个元素,即相函数时,(27)式的结果可以进一步简化,这是由于

$$\begin{aligned} P_{11}^{(1)} &= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 Y_{1i}^{(1)} R_{ij}^{(1)} Y_{j1}^{(0)} \\ &= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \delta_{ij} R_{ij}^{(1)} \delta_{j1} = R_{11}^{(1)} \quad (\text{式中 } \delta_{ij} \text{ 是 Kronecker 符号}). \end{aligned} \quad (28)$$

同理

$$P_{11}^{(n)} = \beta^{(n)} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 T_{1i}^{(n)} (Y^{(n-1)} R^{(n-1)} \dots \dots R^{(2)} Y^{(1)})_{ij} T_{j1}^{(1)}. \quad (29)$$

以上两式说明,只计算相函数 P_{11} 时可省去两次矩阵变换,并且整个射线追踪过程中所需计算的矩阵元素明显地减少.

3. 有效散射参量的引入

如图 1(b)所示,当入射线通过冰晶的两平行表面后,其传输方向没有偏离入射方

向. 这类射线实际上构成前向 δ 散射. 由于前向 δ 散射可视为未经粒子散射的部分^[6], 因此可以把这部分能量从散射场中扣出; 扣出前向 δ 散射后的散射场为粒子的有效散射场, 相应的单次散射参量为有效单次散射参量.

在几何光学渐近理论中, 粒子的散射来自衍射场和几何射线反射、折射场的叠加. 这两部分的消光效率均为 1, 即来自这两部分的消光面积均等于粒子按入射方向的几何投影面积; 设该几何投影面积为 C_s , 粒子对入射光的吸收截面为 Q_a 以及相应于前向 δ 散射的截面为 Q_δ , 因而消光截面 Q_E 和散射截面 Q_s 分别为

$$\begin{cases} Q_E = 2C_s, \\ Q_s = 2C_s - Q_a. \end{cases} \quad (30)$$

散射光中前向 δ 散射的比例为

$$f_\delta = Q_\delta / Q_s. \quad (31)$$

因此有效消光截面 Q'_E 和有效散射截面 Q'_s 则为

$$\begin{cases} Q'_E = Q_E - Q_\delta = Q_E (1 - \omega_s f_\delta), \\ Q'_s = Q_s - Q_\delta = Q_s (1 - f_\delta), \end{cases} \quad (32)$$

上式中, $\omega_s = Q_s / Q_E$ 是冰晶的单次散射反照率. 可以证明, 有效单次散射反照率 $\omega'_s = Q'_s / Q'_E$ 满足

$$\omega'_s = \omega_s (1 - f_\delta) / (1 - \omega_s f_\delta) \leq \omega_s. \quad (33)$$

设扣出前向 δ 散射场的归一化有效散射相函数为 $P'_{11}(\cos\theta)$, 则包含前向 δ 散射效应的归一化散射函数可以表示为

$$P_{11}(\cos\theta) = 2f_\delta \delta(\cos\theta - 1) + (1 - f_\delta) P'_{11}(\cos\theta), \quad (34)$$

式中 $\delta(\cos\theta - 1)$ 为 Dirac δ 函数. Takano 和 Liou 也曾讨论过前向 δ 散射问题^[6], 但是他们没有将散射相函数中的 δ 函数部分明显地分离出来, 因而在冰晶吸收很小时, 由于前向 δ 散射很显著, 所计算的相函数的前向值会有一定误差. 与 (34) 式相应的散射不对称因子有如下关系

$$g = f_\delta + (1 - f_\delta)g' \geq g'. \quad (35)$$

此外, 由于衍射场有很强的前向峰值, 如将衍射场和几何射线场叠加后通过数值积分方法计算归一化相函数, 则会引入较大误差; 因此可将归一化的衍射部分相函数¹⁾ $P^d_{11}(\cos\theta)$ 和几何射线场的相函数 $P'^{r,r}_{11}(\cos\theta)$ (已扣出前向 δ 散射值) 加权叠加得到 $P'_{11}(\cos\theta)$, 即

$$P'_{11}(\cos\theta) = f_D P^d_{11}(\cos\theta) + (1 - f_D) P'^{r,r}_{11}(\cos\theta), \quad (36)$$

$$\text{其中 } f_D = \frac{C_s}{2C_s - Q_a - Q_\delta} = \frac{1 - f_\delta(1 - \omega'_s)}{2\omega'_s(1 - f_\delta)}.$$

三、均匀粒径谱的计算个例和讨论

本文的模式中, 冰晶粒子为 3 D 随机取向; 数值计算是用作者提出的随机方法^[15]

¹⁾ 归一化的 $P^d_{11}(\cos\theta)$ 可由解析式直接计算, 而无需数值积分方法.

实现. 由于通常在辐射传输研究中只关心辐射强度而不考虑其他三个 Stokes 分量, 因此本文对散射相矩阵的计算限于第一个矩阵元素, 即相函数; 计算是针对五个太阳辐射波段, 各波段的代表波长和冰折射指数采用太阳光谱平均值^[6], 即 ($\lambda=0.55\mu\text{m}$, $m=1.311+j3.11\times10^{-9}$), ($\lambda=1.0\mu\text{m}$, $m=1.302+j1.931\times10^{-6}$), ($\lambda=1.6\mu\text{m}$, $m=1.29+j2.128\times10^{-4}$), ($\lambda=2.2\mu\text{m}$, $m=1.263+j7.994\times10^{-4}$)和 ($\lambda=3.0\mu\text{m}$, $m=1.242+j1.424\times10^{-1}$).

表 1 引入有效折射指数前后计算的单次散射参量的比较

散射参量	未引入有效折射指数		引入有效折射指数	
	$\lambda=2.2\mu\text{m}$	$\lambda=3.0\mu\text{m}$	$\lambda=2.2\mu\text{m}$	$\lambda=3.0\mu\text{m}$
$Q_E(\mu\text{m})^2$	63353.1	63353.1	63353.1	63353.1
$Q'_E(\mu\text{m})^2$	58606.4	63353.1	58606.4	63353.1
$Q_S(\mu\text{m})^2$	44917.5	33519.6	44917.5	33556.9
g'	0.908526	0.980781	0.908526	0.980409

* 冰晶粒子轴比为 $a/L=60\mu\text{m}/300\mu\text{m}$ (a 为冰晶半径, L 为冰晶长度).

由表 1 可见, 对波长 $\lambda=2.2\mu\text{m}$ 的情况, 由于折射指数虚部 m_i 很小, 引入有效折射指数前后的计算结果一致. 对有强吸收的波长 $\lambda=3.0\mu\text{m}$, 用有效折射指数计算的 Q'_S 值略大而 g' 值略小. 这表明由于非单色效应, 粒子对折射波的吸收减小. 波长 $\lambda=3.0\mu\text{m}$ 的有效消光截面 Q'_E 比 $\lambda=2.2\mu\text{m}$ 情况的大. 这是由于冰晶粒子吸收越强, 前向 δ 散射效应越小; 例如对 $a/L=60\mu\text{m}/300\mu\text{m}$ 的冰晶粒子在波长 $\lambda=0.55, 1.0, 1.6, 2.2$ 和 $3.0(\mu\text{m})$ 时, 前向 δ 散射的比例 f_δ 分别为 $0.146723, 0.145011, 0.126387, 0.954894\times10^{-1}$ 和 0.315834×10^{-28} (该 5 个数值均为采用有效折射指数计算).

本文的数值实验还表明: 与表 1 相应的归一化有效散射相函数 $P'_{11}(\cos\theta)$, 对引入有效折射指数前后的情况几乎没有差别. 因此, 在太阳辐射波长范围内, 冰晶吸收造成

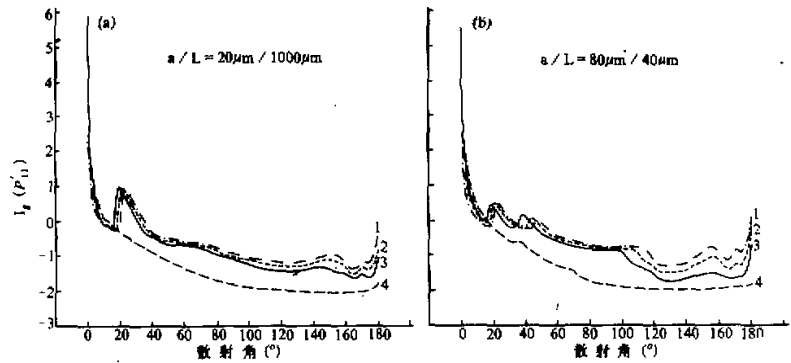


图 2 不同尺度的冰晶在不同波长的有效散射相函数. 其中 1, 2, 3 和 4 分别表示入射波长为 $0.55, 1.6, 2.2$ 和 $3.0\mu\text{m}$

的折射波的非单色效应相当小,这也说明此时对大粒子吸收冰晶的散射,上节所述的几何光学近似仍然成立.

图2给出了两种轴比的冰晶在不同波长的散射相函数,可以看到在吸收较小时,针状冰晶($a/L=20\mu\text{m}/1000\mu\text{m}$)只有 22° 左右的散射峰;而片状冰晶在 22° 和 46° 左右的散射值都比较显著.其次,在波长 $\lambda=3.0\mu\text{m}$ 时,由于冰晶有较强的吸收,六角冰晶的特征散射峰已基本上消失,相函数随散射角的变化趋于平缓.

四、不同环境温度下的冰云粒子散射特性

不同环境温度下,冰云中的云物理过程的差异,云中冰晶的粒径谱会有所不同.根据观测,冰云中冰晶的粒径谱可用如下分段Junge分布描述^[10],即

$$F(L)=dN/dL=\begin{cases} CA_1L^{B_1}, & L\leq L_0, \\ CA_2L^{B_2}, & L>L_0, \end{cases} \quad (37)$$

其中 N 为冰晶粒子的数密度; C 为与粒子总数有关的常数; L 为冰晶长度; A_1 、 B_1 、 A_2 、 B_2 和 L_0 都与冰云的环境温度有关^[10].此外,自然界中的冰云中冰晶粒子的长度和半径存在一定统计关系,有

$$a=0.54808L^{0.786}(\mu\text{m}). \quad (38)$$

因此对粒径谱平均的有效消光和散射截面为

$$\overline{Q'_{E,S}}=\int_{L_1}^{L_2} Q'_{E,S}(L,a)F(L)dL/\int_{L_1}^{L_2} F(L)dL. \quad (39)$$

相应的散射相函数为

$$\overline{P_{11}}(\cos\theta)=\int_{L_1}^{L_2} P_{11}(\cos\theta)Q'_S(L,a)F(L)dL/\int_{L_1}^{L_2} Q'_S(L,a)F(L)dL. \quad (40)$$

以上两式中 L_1 和 L_2 为最小和最大冰晶长度.

表2给出了 -20°C 到 -60°C 温度范围内,8个环境温度段的冰云中冰晶粒子粒径谱平均的单次散射参量.由表中数据可以看出,在冰晶吸收较小的波长($\lambda=0.55$ 、 1.0 和 $1.6\mu\text{m}$),消光截面 $\overline{Q_E}$ 和有效消光截面 $\overline{Q'_E}$ 有较大差别,这主要是由于此时的前向 δ 散射效应很强;同时前向 δ 散射效应也造成了在一些温度范围内, $\lambda=1.0\mu\text{m}$ 的有效散射截面 $\overline{Q'_S}$ 比 $\lambda=0.55\mu\text{m}$ 情况的略大.从8个温度范围内的结果来看,在 -30° — -35° 内,冰晶的消光截面 $\overline{Q_E}$ 最大.这说明在该温度范围内,冰云中的大粒径冰晶的比例较大.利用表2给出的 $\overline{Q'_E}$ 和 $\overline{Q'_S}$ 还可知在可见光区冰晶的吸收效应可忽略;但对 $\lambda=3.0\mu\text{m}$ 的红外波长,冰晶的有效单次散射反照率 $\overline{Q'_S}/\overline{Q'_E}$ 约为0.53,即约有一半的能量被吸收.此外,在可见光区冰晶散射的不对称因子约为0.8;而对 $\lambda=3.0\mu\text{m}$ 的红外辐射,不对称因子可达0.98.这说明对红外辐射,冰晶的单次散射能量更集中于前向.

表 2 不同环境温度下粒径谱平均的冰云中的冰晶粒子的单次散射参量

温度范围 (℃)	消光截面 $\overline{Q_E}$ (μm) ²	有效消光截面 $\overline{Q_E}$ (μm) ²						有效散射截面 $\overline{Q_S}$ (μm) ²						有效散射不对称因子 $\overline{g}$					
		波长 λ (μm)						波长 λ (μm)						波长 λ (μm)					
		$\lambda=0.55$	$\lambda=1.0$	$\lambda=1.6$	$\lambda=2.2$	$\lambda=3.0$	$\lambda=0.55$	$\lambda=1.0$	$\lambda=1.6$	$\lambda=2.2$	$\lambda=3.0$	$\lambda=0.55$	$\lambda=1.0$	$\lambda=1.6$	$\lambda=2.2$	$\lambda=3.0$			
-20—-25	4867.2	4134.4	4144.1	4304.0	4467.5	4867.2	4134.4	4133.3	3800.8	3528.7	2583.8	0.80946	0.81756	0.85770	0.89680	0.97955			
-25—-30	4571.4	3887.8	3896.2	4022.9	4167.3	4571.4	3887.8	3888.4	3620.8	3378.0	2426.6	0.80779	0.81582	0.85223	0.89167	0.97946			
-30—-35	6973.1	5918.7	5932.0	6154.5	6395.5	6973.1	5918.6	5917.6	5447.5	5038.9	3700.7	0.81086	0.81898	0.85933	0.90018	0.97983			
-35—-40	4627.0	3939.0	3947.1	4054.8	4188.8	4627.0	3939.0	3940.8	3713.1	3484.9	2455.8	0.80663	0.81460	0.84717	0.88638	0.97943			
-40—-45	1929.0	1650.9	1654.3	1687.8	1730.5	1929.0	1650.9	1652.4	1584.7	1516.7	1025.0	0.79777	0.80560	0.83170	0.86662	0.97807			
-45—-50	2000.4	1712.1	1715.5	1748.1	1792.0	2000.4	1712.1	1713.7	1647.2	1576.7	1062.8	0.79790	0.80572	0.83129	0.86662	0.97814			
-50—-55	1262.5	1085.9	1088.0	1100.7	1120.4	1262.5	1085.9	1087.4	1063.8	1035.2	671.5	0.78976	0.79748	0.81723	0.84989	0.97684			
-55—-60	1243.0	1069.3	1071.4	1083.3	1102.2	1243.0	1069.3	1070.9	1048.9	1021.6	661.1	0.78936	0.79707	0.81645	0.84905	0.97679			

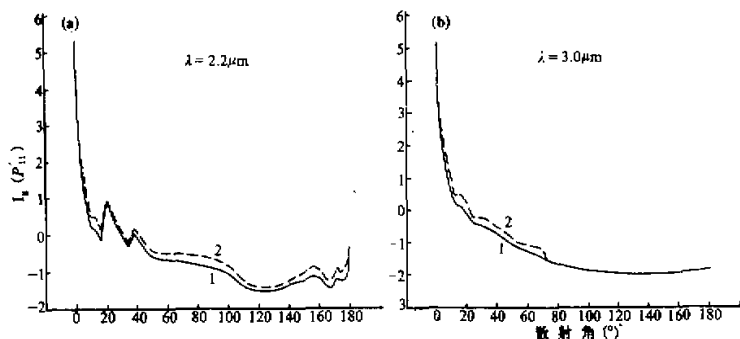


图3 不同环境温度下冰晶粒子的粒径谱平均散射相函数。其中1和2分别对应环境温度 -20°C — -25°C 和 -55°C — -60°C

图3是两种环境温度下的粒径谱平均的冰晶粒子散射相函数,可以看出不同温度下的冰云粒子的散射特性有所不同,在环境温度 -20°C — -25°C 时,由于冰云中冰晶的粒径较大,因而其前向散射较强。云中冰晶粒子的单次散射函数是决定冰云辐射特性的重要量,因而可以推知不同环境温度下的冰云对大气辐射传输和遥感、反演的影响会有所不同。

五、结 论

- (1) 从可见光到 $\lambda = 3.0\mu\text{m}$ 的红外辐射,冰晶复折射指数造成的折射波非单色效应很小。
- (2) 采用直接 Stokes 参量变换是进行射线追踪的简捷方案。
- (3) 冰晶吸收越小,前向 δ 散射效应越强,因而冰晶的有效散射能量越少。
- (4) 不同环境温度下,由于冰云中冰晶粒径的差别,粒径谱平均的冰晶单次散射参量有明显的不同。

参 考 文 献

- [1] Liou, K. N., 1986, Influence of cirrus clouds on weather and climate processes: A global perspective, *Mon. Wea. Rev.*, **114**, 1167 — 1199.
- [2] Cai, Q. M. and Liou K. N., 1982, Polarized light scattering by hexagonal ice crystals: Theory, *Appl. Opt.*, **21**, 3569 — 3580.
- [3] Cai, Q. M. and Liou K. N., 1985, Calculation on the light scattering function of hexagonal ice crystals, *Advances in Atmos. Sci.*, **2**, 446 — 454.
- [4] Takano, Y. and Jayaweera K., 1985, Scattering phase matrix for hexagonal ice crystals computed from ray optics, *Appl. Opt.*, **24**, 3254 — 3263.
- [5] 蔡启铭, 杨平, 1990, 六棱柱和三棱锥冰晶的散射相矩阵——一种矢量射线追踪方法, *气象学报*, **48**, 198 — 209.

- [6] Takano, Y. and Liou K. N., 1989, Solar radiative transfer in cirrus clouds, Part 1: Single scattering and optical properties of hexagonal ice crystals, *J. Atmos. Sci.*, **46**, 3 — 19.
- [7] Bohren, C. F. and Huffman D. R., 1983, Absorption and scattering of light by small particles, John Wiley and Sons Inc., 25 — 41.
- [8] Born, M. and Wolf, E., 1964, *Principle of Optics*, Pergamon Press, 49 — 50, 109 — 132.
- [9] Liou, K. N. (著), 周诗健等译, 1980, 大气辐射导论, 气象出版社, 71 — 76, 166 — 167.
- [10] Heymsfield, A. J. and Platt C. M. P., 1984, A parameterization of the particles size spectrum of ice clouds in terms of the ambient temperature and the ice water content, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 846 — 855.

Single Scattering of Ice Crystals in Ice Clouds with Various Ambient Temperature

Yang Ping Cai Qiming

(Nanjing Institute of Geography and Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008)

Jiang Xingan Han Zhigang

(Beijing Institute of Applied Meteorology)

Abstract

A new ray-tracing method with direct transformation of Stokes parameters is presented, and the scattering model for hexagonal ice crystals developed previously by the authors is optimized. In the new model, the effectively refractive index is used to deal with the inhomogeneous refracted-wave for the scattering of absorptive ice crystals. Next, the effective single-scattering parameters are introduced to take away the forward delta-scattering induced by geometric rays. By using the new model, computations are carried out for the single-scattering of 3D randomly oriented ice crystals with various particlesize spectra, and the data given in this paper may be useful in the study of the radiative characteristics of ice clouds.

Key words: Ray; Scattering; Ice crystals.