

月海平面气压场的自相关性与其可预报性*

曹鸿兴 孙力强

(中国气象科学研究院, 北京 100081)

刘生长

(气象出版社, 100081)

提 要

本文从推导的大气运动自忆性方程来说明研究气象场自相关结构的意义。文中给出了 1950—1989 年的北半球海平面气压(p)场、自回归模型拟合($\hat{p}$)场, 差值 $\Delta p = p - \hat{p}$ 场的 40 年平均图以及 1950—1959, 1960—1969, 1970—1979, 1980—1989 年的平均图。分析了这些场的地理分布特征, 指出利用自相关分析可以对气候进行诊断。

从时间序列角度定义了实际可预报性, 根据自回归系数计算了气压场的可预报性, 分析了它的地理分布和季节变化特征。总的来说, 气压场的实际可预报性是小的。

关键词: 记忆; 自相关; 海平面气压; 气候可预报性。

一、引 言

在天气和气候分析中运用相关系数计算来揭发天气、气候事实已有很长历史。通过计算不同地点海平面气压的相关, 沃克发现了四大涛动。Wallace 用计算一个点与半球其它格点的相关系数, 发现了遥相关型的重要事实。这些工作其基本着眼点在于揭露全球气象场在不同空间点上的联系, 即气象场的空间相关结构。

在本文中, 我们则着眼于某空间点上要素自身的前后联系, 也就是着重在分析全球气象场的自相关结构。首先我们导出了大气运动的自忆性方程, 然后把问题归结到对某一空间点建立自回归模型, 再分析实测场、自回归模拟场和两者之差的差值场的特征。本文不仅为气候诊断分析提供了一种新途径, 也对海平面气压场的自相关性进行了初步探讨。

资料用 1950—1990 年北半球海平面格点值, 纬度从 15° — 85°N , 5° 一个值; 经度 1° — 360° , 10° 一个值, 共计 $16 \times 36 = 576$ 个格点值。

二、原 理

大气运动方程可写为^[1,2]

1993 年 2 月 5 日收到, 4 月 20 日收到修改稿。

* 气象基金资助项目。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = F(x, \lambda, t) \quad (1)$$

式中 x 为预报量, 通常为物理量, λ 为物理参数, t 为时间, (1) 式左边为预报量的局地变化项, 右边表示在时刻 t 的空间项或扰源函数。记 r 表示空间, 用 $\beta(r, t)$ 作为权重乘 (1) 式两边, 并对 t 作积分

$$\int_{t_0}^t \beta(r, \tau) \frac{\partial x}{\partial \tau} d\tau = \int_{t_0}^t \beta(r, \tau) F(x, \lambda, \tau) d\tau \quad (2)$$

对左边用分部积分得

$$\int_{t_0}^t \beta(r, \tau) \frac{\partial x}{\partial \tau} d\tau = \beta(r, t)x(t) - \beta(r, t_0)x(t_0) - \int_{t_0}^t x(\tau)\beta'(r, \tau)d\tau \quad (3)$$

对 (3) 式右边运用微积分中的中值定理

$$- \int_{t_0}^t x(\tau)\beta'(r, \tau)d\tau = -x(t_m)[\beta(r, t) - \beta(r, t_0)] \quad (4)$$

式中 t_m 为 t_0 与 t 之间的中值, 即 $t_0 < t_m < t$ 。将 (3) 和 (4) 式代入 (2) 式, 得

$$\begin{aligned} \beta(r, t)x(t) - \beta(r, t_0)x(t_0) - [\beta(r, t) - \beta(r, t_0)]x(t_m) \\ = \int_{t_0}^t \beta(r, \tau)F(x, \lambda, \tau)d\tau \end{aligned} \quad (5)$$

这是一个差分-积分方程, 可进一步改写为

$$x(t) = \varphi_0 x(t_0) + \varphi_1 x(t_m) + \int_{t_0}^t \theta(r, \tau)F(x, \lambda, \tau)d\tau - SM + OE \quad (6)$$

式中 $\varphi_0 = \beta(r, t_0)/\beta(r, t)$, $\varphi_1 = [\beta(r, t) - \beta(r, t_0)]/\beta(r, t)$,

$\theta(r, \tau) = \beta(r, \tau)/\beta(r, t)$, $SM = \varphi_0 x(t_0) + \varphi_1 x(t_m)$,

$OE = \int_{t_0}^t \theta(r, \tau)F(x, \lambda, \tau)d\tau$ 。

我们把权重 $\beta(r, t)$ 称为记忆函数, 因为它起了记忆起报时刻 t_0 前的局地点 r_0 和其它空间点的观测值作用。称 SM 为自忆项, 因它只涉及局地点 r_0 的初始时刻 t_0 和中间时刻 t_m 的预报量。称 OE 为他效项, 即其他空间点对局地点的累计效应。(6) 式的物理意义是: 局地点在时刻 t 的预报量等于本点过去预报量值的自忆效应加上空间项与记忆函数乘积的累计和。

若考虑三个时刻 t_0, t_1, t , 令 $x(t_m) = x(t_1)$, 积分用求和代替, 则 (6) 式变为

$$x(t) = \varphi_0 x(t_0) + \varphi_1 x(t_1) + \sum_{i=0}^1 \theta(r, t_i)F(x, \lambda, t_i)\Delta t_i \quad (8)$$

令 B_i 替代 (8) 式的最后一项得

$$x(t) = \varphi_0 x(t_0) + \varphi_1 x(t_1) + B_i \quad (9)$$

若考虑大气运动为马尔柯夫过程, $x(t)$ 只与前一时刻的值 $x(t_1)$ 有关, 与更前时刻的值无关, 即忽略掉 $x(t_0)$, 则 (9) 式变为

$$x(t) = \varphi_1 x(t_1) + B_i \quad (10)$$

若有 p 个时刻, 则不难将 (9) 式推广为

$$x(t) = \sum_{i=0}^{p-1} \varphi_i x(t_i) + B_t \quad (11)$$

尽管(11)式在形式上与 p 阶自回归模型相同,但其含意是不同的,因为 φ_i 是由 p 个时刻的记忆函数组合而成的,具有不可逆过程中记忆特征方面的物理意义。

若考虑最简单情况,即既不考虑其他空间点影响,也不考虑其他要素影响,时间上也只考虑前后点的影响。为了能用最小二乘法来求(10)式中的系数 φ_i ,令 $B_t = a_t$,即 B_t 被假定为白噪声。

在本文中把(10)式视为一个一阶自回归模型 $AR(1)$,用它对北半球月海平面气压场进行诊断分析。虽然这种做法有过于简单之嫌,但作为工作的起步,把 AR 模型用作分析而非预报,在气象界尚属首次。

格点 i 的拟合记为

$$\hat{p}_i = \hat{x}_i(t) = \hat{\varphi}_i a_i(t_i)$$

观测值 p_i 与拟合 $\hat{p}_i$ 之差值

$$\Delta p_i = p_i - \hat{p}_i$$

平均值取为

$$\bar{z}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i$$

N 为样本量,取 40 或 10, z_i 分别表示 $p_i, \hat{p}_i$ 和 Δp_i 。

由(6)到(10)式的推导说明,自忆性方程为运用自回归模型进行气候分析提供了物理背景,因为(6)式完全导自大气的动力-热力学方程^[7]。人们可以根据(10)式计算 $AR(1)$ 模型,可根据(9)式计算 $AR(2)$ 模型,(11)式可计算 $AR(p)$ 模型。若考虑空间项 $F(x, \lambda, t)$,则可研究气象场的空间相关结构。这意味着,本文所用的诊断技术具有动力-热力学基础。

三、平均场的拟合

图 1 给出了 1950—1989 年的 1 月和 7 月海平面气压场的观测图和拟合图。对比实况与拟合,北半球气压分布型是非常一致的。

1 月份,阿留申低压、冰岛低压都用 AR 拟合得很好,连 $30-40^\circ\text{N}$ 纬带上在太平洋东部和南欧的小高压中心都完好地拟合出来了。蒙古高压的基本特征也都拟合了出来,但多了 1036hPa 线围绕的小中心。由 1 月残差场可见,残差最大值均在低压区,即阿留申低压东部和冰岛低压东部。

7 月份,由于温度对比的减弱,气压变化动力因素强度的减弱以及季风因素的增强,阿留申低压与冰岛低压表现得都很弱,尤其是阿留申低压减弱最明显。而亚洲南部的低压发展得最为强大。对比实况与拟合可以看到这个低压拟合得最为完好。太平洋高压、北大西洋高压也都拟合得很好,但 1025hPa 线所围绕的小中心都未拟合出来。另外,在北欧及格陵兰的低压都有一个小低压中心未拟合出来。由 7 月残差场可见,残差最大值出现在北欧及太平洋高压东部。

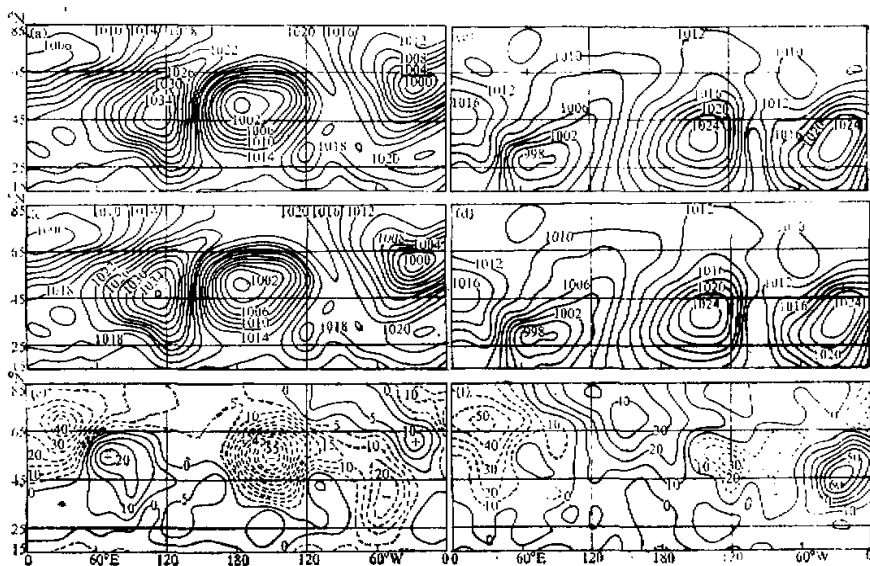


图1 1月北半球海平面气压实况(a)、拟合(c)、残差(e)和7月北半球海平面气压实况(b)、拟合(d)、残差(f)

单位: hPa; 残差图上数字为 $10 \times \text{hPa}$.

四、白噪声检验

在估计(10)式中的自回归系数 φ_i 时,假定 a_i 为白噪声,那么在 576 个格点上是否可满足白噪声要求呢? 对此进行了检验^[9].

设原假设 $H_0: a_i$ 为白噪声,以信度水平 $\alpha = 0.05$ 检验原假设. 计算

$$\begin{aligned} \hat{r}_i(n, a) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n-i} a_j a_{j+i} \\ \hat{\rho}_i(n, a) &= \hat{r}_i(n, a) / \hat{r}_0(n, a) \\ Q_k &= \sum_{i=1}^k [\sqrt{n} \hat{\rho}_i(n, a)]^2 = n \sum_{i=1}^k \hat{\rho}_i^2(n, a) \end{aligned}$$

式中 a_i 为(10)式中的残差序列, n 为样本长度, 这里 $n = 40$, $\hat{r}_i(n, a)$, $\hat{\rho}_i(n, a)$ 分别为 i 阶自协方差函数和自相关函数, 取 $k = 40/5 = 8$, 查表得 $\chi_{1,0.05}^2 = 15.507$, 当 $Q_k^2 \leq \chi_{1,0.05}^2$ 时, 肯定原假设, 认为(10)式对该格点气压序列拟合得好, 当 $Q_k^2 > \chi_{1,0.05}^2$ 时, 则否定原假设, 即认为拟合得不好. 检验结果为, 1月海平面气压场上仅有 3 点未通过, 即 $Q_k^2 > \chi_{1,0.05}^2$, 这意味着对这 3 点所建 AR 模型的残差甚大, 不能按白噪声来处理. 在 7 月海平面气压场上也有 3 点未通过. 这样对 1 月和 7 月都仅有 $3/576 = 0.5\%$ 的格点不宜用 AR 模型来拟合, 说明 AR 模型对海平面气压平均场的拟合水平是很高的, 也就是说月海

平面气压场按年为序列的局地自相关是很高的。

五、气候变化

图 2 给出了 1950—1959, 1960—1969, 1970—1979 和 1980—1989 年的 7 月海平面气压平均图。作为 7 月海平面气压场提示的变化, 最明显的是印度低压的变化。50 年代印度低压弱, 1002hPa 闭合等值线只有很小的范围, 中心偏东偏北, 位于 30°N , 105°E , 这正值我国的多雨期; 而在 60 年代和 70 年代印度低压强大, 这与我国的少雨期相当; 到 80 年代, 印度低压重新减弱, 1002hPa 的小中心偏南偏西, 位于 27°N , 62°E , 80 年代我国也是多雨期。从 50 年代到 80 年代, 在 70°N , 60°E 附近出现了 1012hPa 闭合等值线的低压, 这都说明极涡在夏季的南伸, 北美低压的总趋势也在南伸扩展, 这可能与全球增暖现象有关。

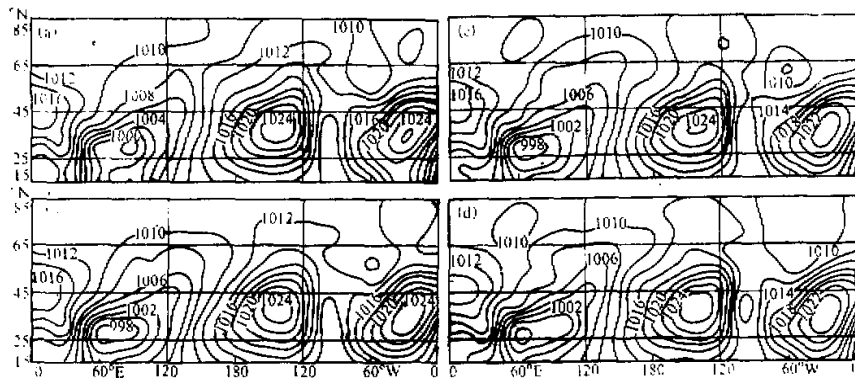


图 2 7 月海平面气压 10 年平均图

(a) 1950—1959, (b) 1960—1969, (c) 1970—1979, (d) 1980—1989, 单位: hPa.

从 50 年代到 80 年代北太平洋高压和亚速尔高压也经历了由强到弱再到强的气候振荡。

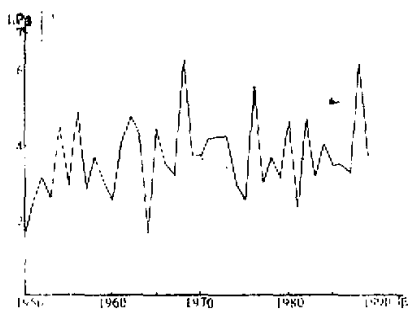


图 3 1 月北半球海平面气压总残差的逐年变化在 50°N , 200°E 处。

从 1 月海平面气压平均图上可看出 (图略), 在上述各时段中阿留申低压有明显变化。50 年代阿留申低压强大, 1004hPa 等值线出现两个闭合中心, 西边的中心位于 50°N , 180°E 处, 而东边的中心位于 53°N , 220°E 。到 60 年代及 70 年代阿留申低压相对减弱, 中心位置偏西偏南; 到了 80 年代阿留申低压重新加强, 并出现 998hPa 闭合等值线, 但中心位置东移, 约

阿留申低压的强度及中心位置的变化对我国以及整个东亚地区冬季气候都具有重大影响。从 50 年代到 80 年代阿留申低压经历了由强到弱再到强的发展阶段, 与此相应我国以及东亚地区冬季也出现由寒冷到温暖、由温暖到寒冷再到温暖的气候振荡。

图 3 给出了 1 月北半球海平面气压总残差随年份的变化。总残差值不大。1 月最大为 1969 年, 达 6.2hPa, 最小为 1964 年, 1.6hPa, 残差逐年变化很大, 即残差的变率很大。7 月总残差小且逐年的变化也不大, 即残差变率小, 这与夏季海平面气压的变率不大有关(图略)。

六、可 预 报 性

$AR(1)$ 作 l 步预报的公式为^[10]

$$\hat{x}^l(t) = \varphi_l x(t+l-1) \quad (11)$$

预报误差为

$$e^l(t) = x(t+l) - \hat{x}^l(t) \quad (12)$$

它的方差为

$$v(l) = \text{var}[e^l(t)] \quad (13)$$

定义作 l 步预报的可预报性为

$$\lambda_l = 1 - \frac{v(l)}{\sigma^2} \quad (14)$$

式中 σ^2 为 $x(t)$ 过程的方差, 其估计为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x(t) - \bar{x})^2 \quad (15)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x(t)$$

上述(14)式表示用 AR 作预报能对过程方差作解释的份数^[6]。对一阶 AR 模型, 它的一步预报的可预报性可以求得

$$\lambda_1 = \varphi_1^2$$

若作 l 步预报则为

$$\lambda_l = \varphi_1^{2l} \quad l = 1, 2, \dots \quad (16)$$

这说明可预报性随着时间以几何级数递减。

图 4 给出了 $AR(1)$ 的一步预报可预报性 λ 的地理分布。由图可见只有局部范围 λ 值比较大, 如 1 月在中国东部有大的可预报性, 中心在 $\lambda = 0.30$ 以上, 在格陵兰北部有 $\lambda = 0.20$ 的闭合等值线。7 月在中国东南部有大的可预报性, $\lambda = 0.35$ 以上, 在北美洲中部有 $\lambda = 0.15$ 的闭合等值线。在北半球中高纬度的其它地区未出现 λ 的高值区。这说明了用 $AR(1)$ 作海平面气压场预报的局限性。

为了更清楚地表明(16)式的含意, 我们分别在 1 月和 7 月的 λ 分布中各选了三个高值格点, 表 1 列出了 1 月和 7 月各格点 λ 值随预报步数 l 的变化情况。由表可以看出, 不

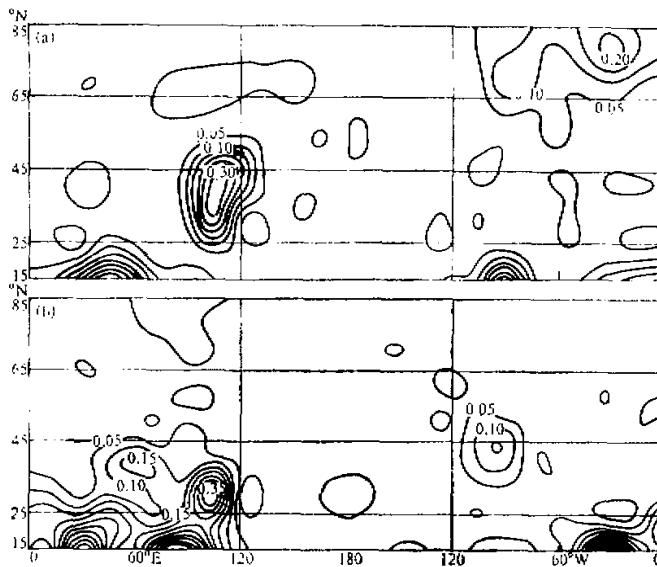


图 4 北半球平均海平面气压场 $AR(1)$ 一步预报可预报性的地理分布
(a) 1 月, (b) 7 月

论是 1 月还是 7 月, 各格点的 λ 值都不一样, 有的差异很大。如 1 月份, 当 $l = 1$ 时, a 点和 b 点(分别在南亚和中国东部)的 λ 值均在 0.5 以上, 而 c 点(在北美洲)只有 0.1487。又如 7 月份, 当 $l = 1$ 时, a 点和 b 点(分别在印度和中国东南部)的 λ 值均在 0.6 以上, 而 c 点(在北美洲西部)只有 0.1203。由表 1 还可看出, 各点的 λ 值随着 l 的增大, 衰减得都很快。

表 1 1 月和 7 月三个格点上 λ 值随预报步数的变化

l	λ	1 月			7 月		
		a	b	c	a	b	c
1		0.6287	0.5642	0.1487	0.6472	0.6871	0.1203
2		0.3952	0.3182	0.0221	0.4188	0.4720	0.0144
3		0.2484	0.1795	0.0032	0.2711	0.3243	0.0017
4		0.0033	0.0471	0.000026	0.000085	0.000000002	0.000000002

图 5 是 1 月和 7 月各格点 λ 值随预报步数 l 的变化曲线。由图 5 可知, 各点的 λ 值都急剧衰减, 而且处在北美洲的 c 点比其它地区衰减得更快些。上述这些情况均说明海平面平均气压场的可预报性是相当有限的。

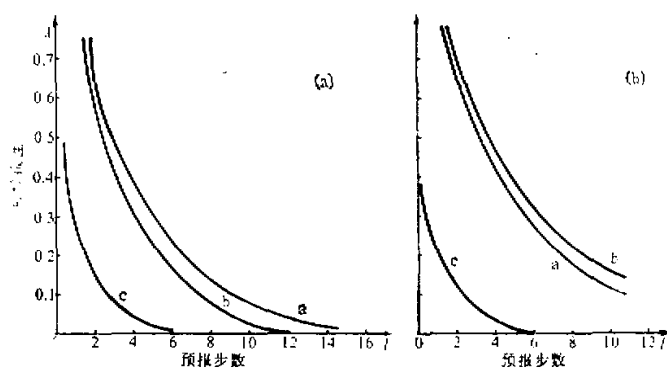


图5 北半球各格点可预报性随预报步数 l 的衰减
(a) 1 月, (b) 7 月。

七、结语和讨论

作为大气运动自忆性方程的一个应用,研究了气象场的自相关,通过对空间点建立 $AR(1)$ 模型,对 50 年代以来各时段的海平面气压场、自回归模拟场和两者之间的差值场进行了深入研究,说明利用自相关分析可以对气候进行诊断研究。

参 考 文 献

- [1] Zhu Shengming and Cao Hongxing, 1991, Preliminary study of barotropic stochastic difference model applied to weather prediction, *Acta Meteorologia Sinica*, 5, 1, 90—100.
- [2] 雷兆崇、章基嘉, 1991, 数值模式中的谱方法, 气象出版社, 13—18.
- [3] 曹鸿兴, 1993, 大气运动的自忆性方程, 中国科学, B 辑, 23, 104—112.
- [4] 安鸿志等, 1983, 时间序列的分析与应用, 科学出版社, 138—140.
- [5] Box, G. E. P and Jenkins, G. M., 1970, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Amsterdam, Holden-Day Inc., 553p.
- [6] Chu P. S. and Katz R. W., 1987, Measure of predictability with applications to the southern oscillation, *Mon. Wea. Rev.* 115, 8, 1542—1549.

Autocorrelation and predictability of Monthly Sea Level Pressure

Cao Hongxing Sun Liqiang

(*Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081*)

Liu Shengchang

(*China Meteorological Press, Beijing 100081*)

Abstract

From a derived self-memorization equation of atmospheric motions, the significance of studying the autocorrelation structure of a meteorological field is explained. Charts of the sea level pressure (p) in the Northern Hemisphere, autoregressive model fitting ($\hat{p}$) and difference $\Delta p = p - \hat{p}$ averaged for 1950—1989 and 4 periods during 1950—1959, 1960—1969, 1970—1979 and 1980—1989 are given. Their geographical characteristics are analysed. Thereby we point out that climatological diagnosis can be made by means of autocorrelation analysis.

In light of time series, actual predictability is defined. The predictability of the sea level pressure field is calculated with autoregressive coefficients and its geographical and seasonal characteristics are analysed. In general, the actual predictability of the sea level pressure field is small.

Key words: Memory; Autocorrelation; Sea level pressure; Climatic predictability.