气候噪声估计的一种方法

马 开 玉 李 北 群
(南京大学大气科学系, 210008) (南京气象学院)

提 要

本文利用气候要素观测序列的最小样本方差和有效独立样本数理论，提出了一种估计气候噪声的方法. 按照这一方法求得的气候噪声估计值介于 Trenberth 和 Hosihai 方法的估计值之间.

关键词: 气候噪声;气候信号.

一、引 言

气候通常具有天气平均的含义，因此一般以有限时段气象变量的平均代表该时段的气候状态. 气象部门整编的日、月、年平均温度、湿度、风、气压、降水总量等资料常用来研究气候和气候变化. 由于每日天气波动非常激烈，通常会在时间平均值中产生相当的统计误差，显示出虚假的气候变化，因此估计气候噪声，检测由于外部和内部边界条件引起的气候变化信号是一项重要的工作，也是气候诊断、模拟和预测成功与否的关键问题.

在气候噪声的估计中，统计处理常遇到许多困难，如样本资料的独立性、平稳性以及样本容量的大小限制等. Madden[1,2] 曾在马尔科夫过程的假设下研究频率域中低频白噪声的估计. Straus 和 Halen[3]曾用大气环流模式结果和观测资料讨论了噪声的估计，指出用马尔科夫过程作假设是不适当的. Trenberth[4] 讨论气候噪声的估计方法时考虑了有效独立样本数，但他用了多年气候资料序列方差的平均值代替噪声的方差. Hosihai[5] 估计月平均温度的气候噪声时用历年最小月方差进行，但他在用样本值估计方差时没有考虑有效独立样本的问题.

针对上述两种方法存在的问题，本文提出了一种气候噪声的估计方法，并用这一方法计算了北京、长春等 16 个测站年平均温度的气候噪声.

二、方 法 推 导

设某气象要素第 j 年第 i 日的观测值为

$$X_{ij} = a_i + S_{ij} + n_{ij} + e_{ij} \tag{1}$$

其中 a_i 是与年际变化无关的气候值，S_{ij} 是由于外部或内部边界条件变化引起的气候变

1993 年 4 月 6 日收到，5 月 27 日收到修改稿.

化值，n_{ij} 是在外部或内部边界条件下气候系统内部动力学引起的变化，e_{ij} 是观测误差和局地不规则变化。若取某一时段平均，如候或旬，则 e_{ij} 可以忽略不计，即

$$X_{ij} = a_i + S_{ij} + n_{ij}, i = 1,2,\cdots,N; j = 1,2,\cdots,L \tag{2}$$

这时 i 代表某气象要素第 j 年中第 i 时段。

令

$$X_{ij} = X_{i.} + X_{ij}^* \quad S_{ij} = S_{i.} + S_{ij}^* \quad n_{ij} = n_{i.} + n_{ij}^*$$

其中附下标 $i\cdot$ 表示该要素第 i 时段的多年平均值，右上角附星号 * 表示离差即异常值。因此

$$X_{ij}^* = S_{ij}^* + n_{ij}^* \tag{3}$$

年平均异常为

$$X_{.j}^* = S_{.j}^* + n_{.j}^* \tag{4}$$

根据数理统计知识，若一时间序列的总体均值为 μ，则它的样本序列 $x_1, x_2, \cdots, x_N$ 的平均值 $\bar{x}$ 的方差可以表示为

$$V(\bar{x}) = T_0\sigma^2/N \tag{5}$$

$$T_0 = \sum_{m=-N}^{N}(1-|m|/N)\rho_m \tag{6}$$

这里 ρ_m 是后延为 m 的自相关系数，T_0 是有效独立样本值之间的特征时间，σ^2 是总体方差。

由于总体均值和方差都是未知的，因此根据(4)和(5)式，求得第 j 年平均异常的样本估计方差为

$$V(X_{.j}^*) = \frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_{x.j}^2 = \frac{T_0}{N-T_0}(\hat{\sigma}_{S.j}^2 + \hat{\sigma}_{n.j}^2), \quad j = 1,2,\cdots,L \tag{7}$$

其中

$$\hat{\sigma}_{x.j}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_{ij}'^2 \qquad \hat{\sigma}_{S.j}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} S_{ij}'^2$$

$$\hat{\sigma}_{n.j}^2 = \frac{1}{N}\Sigma n_{ij}'^2 \qquad X_{ij}' = X_{ij}^* - X_{.j}^*$$

$$S_{ij}' = S_{ij}^* - S_{.j}^* \qquad n_{ij}' = n_{ij}^* - n_{.j}^*$$

且假定 S_{ij}' 与 n_{ij}' 独立无关。

(7)式中 $T_0\hat{\sigma}_{n.j}^2/(N-T_0)$ 的平方根称为气候噪声。由于 $\hat{\sigma}_{n.j}^2$ 应不随 j 而变化，或者变化很小可以忽略不计，因此可令

$$\hat{\sigma}_n^2 = \hat{\sigma}_{n.j}^2$$

于是(7)式变为

$$V(X_{.j}^*) = \frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_{x.j}^2 = \frac{T_0}{N-T_0}(\hat{\sigma}_{S.j}^2 + \hat{\sigma}_n^2), \quad j = 1,2,\cdots,L \tag{8}$$

由(8)式可知，各年 $V(X_{.j}^*)$ 的不同由 $\hat{\sigma}_{S.j}^2$ 的变化产生。若 $\hat{\sigma}_{S.j}^2 = 0$，则第 j 年的 $V(X_{.j}^*)$ 应当最小。如果样本资料年代足够长，则可以用最小 $V(X_{.j}^*)$ 的平方根作为气候噪声的

估计值，即有

$$\frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_n^2=\min_j\{V(X_{\cdot j}^*)\}=\frac{T_0}{N-T_0}\min_j\{\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2\} \tag{9}$$

当样本观测资料相互独立时，后延 $m\geqslant 1$ 的自相关系数 $\rho_m=0$，特征时间 $T_0=1$，则(8)式变为

$$V(X_{\cdot j}^*)=\frac{1}{N-1}\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2=\frac{1}{N-1}(\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2+\hat{\sigma}_n^2)$$

当样本容量 N 相当大时，(8)式可近似为

$$V(X_{\cdot j}^*)=\frac{T_0}{N}\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2=\frac{T_0}{N}(\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2+\hat{\sigma}_n^2)$$

有了气候噪声的估计值，就可由

$$\frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2=V(X_{\cdot j}^*)-\frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_n^2$$

开平方求得第 j 年气候信号的估计值，进而求得信噪比和最大信噪比。

Trenberth[4] 用 $\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2$ 的多年平均作为 $\hat{\sigma}_{n\cdot j}^2$ 的估计。根据(7)或(8)式可以看出，这些方法估计的 $\hat{\sigma}_{n\cdot j}^2$ 中包含了 $\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2$ 的多年平均，因而对气候噪声作出了偏大的估计。

Hosihai[5] 在假定观测误差和局地不规则变化 e_{ij} 可以忽略不计的条件下，用每日观测温度估计月平均温度气候噪声时，求得公式

$$V(X_{\cdot j}^*)=\frac{T_0}{N}\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2 \tag{10}$$

并用最小 $V(X_{\cdot j}^*)$ 开平方作为月平均温度气候噪声的估计。显然(10)式只是一个近似，Hosihai 在用样本值估计方差时，没有考虑有效独立样本的问题。当用这一公式以每日观测值估计气候要素月平均值的气候噪声时包含了观测误差和局地不规则变化的影响；以某一时段平均值估计气候要素年平均值的气候噪声时，则会作出偏小的估计。当 $N=30$，$T_0=3$ 时，由 Hosihai 方法求得的气候噪声估计值比由(8)式求得的估计值要小 5%。

设

$$\hat{\sigma}_{x\cdot k}^2=\min_j\{\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2\}$$

则有

$$\frac{T_0}{N}\hat{\sigma}_{x\cdot k}^2<\frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_{x\cdot k}^2<\frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_{x\cdot\cdot}^2 \tag{11}$$

这里 $\hat{\sigma}_{x\cdot\cdot}^2$ 是 $\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2$ 的多年平均值。

由(11)式可知，根据(8)式取最小求得的气候噪声估计值介于 Hosihai 和 Trenberth 方法计算的估计值之间。

由于 Trenberth 用 $\hat{\sigma}_{x\cdot j}^2$ 的多年平均估计 $\hat{\sigma}_{n\cdot j}^2$ 时，包含了 $\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2$ 的多年平均，使计算的气候信号减小，以及由于

$$\frac{T_0}{N}\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2<\frac{T_0}{N-T_0}\hat{\sigma}_{s\cdot j}^2 \tag{12}$$

因此由(8)式取最小求得气候噪声的估计值，进而求得的气候信号最强。

三、资料试算

旬平均是气候资料整编中通用的一种统计时段，各种旬平均资料常常用来研究气候及其变化。在现代气候变化的研究中，年平均温度常用来研究气候冷暖变化的特征与规律。因此我们以旬平均温度估计年平均温度的气候噪声。旬平均温度可以认为已消除了随机观测误差和局地不规则变化的影响，同时可以假定一年中各旬的平均气温都是从温度年变程的总体中随机获得的样本。根据上述方法选取北京等16个测站，用1960—1991年旬平均温度估计它们年平均温度的气候噪声。表1是用（8）式计算，然后取最小和用Hosihai 及 Trenberth 方法求得的结果。

从表中可以看出，用(8)式计算取最小值，求得的年平均温度气候噪声比 Trenberth 方法得到的值要小，比 Hosihai 方法求得的值略大。

表 1 北京等站年平均温度气候噪声(℃)不同估计方法的比较

测 站	Hosihai 方法估计值	由(8)式取最小的估计值	Trenberth方法估计值	测 站	Hosihai 方法估计值	由(8)式取最小的估计值	Trenberth方法估计值
北京	0.40	0.42	0.55	武汉	0.25	0.26	0.31
长春	0.50	0.52	0.60	长沙	0.23	0.24	0.30
沈阳	0.42	0.44	0.51	南京	0.25	0.27	0.32
乌鲁木齐	0.67	0.72	0.84	上海	0.25	0.26	0.32
西安	0.28	0.30	0.34	南昌	0.24	0.25	0.31
成都	0.25	0.26	0.30	昆明	0.23	0.24	0.31
郑州	0.27	0.29	0.33	福州	0.22	0.23	0.29
济南	0.40	0.42	0.51	广州	0.31	0.33	0.39

表2是根据(8)式和 Hosihai 及 Trenberth 方法得到的北京等站年平均温度最大气候信号的估计值。由表可以看出，用(8)式取最小估计气候噪声后求得的气候信号最强，用 Trenberth 方法求得的气候信号最弱，Hosihai 方法则介于两者之间。

由于用 Trenberth 方法估计的气候噪声最大，气候信号最弱，因此求得的气候信噪比将最小。

表 2 北京等站年平均温度最大气候信号(℃)不同估计方法的比较

测 站	Hosihai 方法估计值	由(8)式求得的估计值	Trenberth方法估计值	测站	Hosihai 方法估计值	由(8)式求得的估计值	Trenberth方法估计值
北京	0.79	0.86	0.60	武汉	0.41	0.42	0.32
长春	0.95	0.99	0.87	长沙	0.39	0.40	0.29
沈阳	0.68	0.70	0.42	南京	0.48	0.50	0.40
乌鲁木齐	1.07	1.14	0.84	上海	0.45	0.47	0.38
西安	0.39	0.40	0.32	南昌	0.37	0.38	0.26
成都	0.29	0.30	0.21	昆明	0.46	0.48	0.37
济南	0.67	0.70	0.57	福州	0.40	0.41	0.31
郑州	0.40	0.41	0.31	广州	0.49	0.51	0.40

四、结　论

本文针对 Trenberth 和 Hosihai 两种方法所存在的问题，提出一种估计气候噪声的方法，并进行了公式推导和实例计算，求得的气候噪声估计值介于 Trenberth 和 Hosihai 方法的估计值之间。

参　考　文　献

[1] Madden, R. A., 1976, Estimates of the Natural Variability of Time-Averaged Sea-Level Pressure, *Mon. Wea. Rev.*, **94**(7).

[2] Madden, R. A., and D. J. Shea, 1978, Estimates of the Natural Variability of Time-Averaged Temperatures over the United States, *Mon. Wea. Rev.*, **106**(12).

[3] Straus, D. M. and M. Halen, 1981, A Stochastic Dynamical Approach to the Study of the Natural Variability of Climate, *Mon. Wea. Rev.*, **109**(3).

[4] Trenberth, K. E., 1984, Some Effects of Finite Sample Size and Persistence on Meteorological Statistics, Part I: Autocorrelation, *Mon., Wea. Rev.*, **112**(12).

[5] Hosihai, M., 1985, An Estimate of Climatic Noise, *J. Meteo. Soci. Japan*, **63**(6).

A Method to Estimate the Climate Noise

Ma Kaiyu

(*Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University*, 210008)

Li Beiqun

(*Nanjing Institute of Meteorology*)

Abstract

In this paper, a new method to estimate the climate noise is provided by using the minimum sample variance and effective number of independent sample. The climate noise estimated by this method is larger than that by Hosihai's and smaller than that by Trenberth's.

Key words: Climatic noise; Climatic signal.