

边界层特征参数对边界层 顶垂直速度的影响^{*}

赵 鸣

(南京大学大气科学系, 南京 210008)

提 要

本文从正斜压及有层结时的边界层相似理论及阻力定律出发, 由边界层顶垂直速度与地面湍流应力的关系求出了层结、粗糙度、它们的水平梯度及地转风的水平梯度、斜压性对 w 的影响的解析式, 可用于模式计算。计算结果表明层结影响可使 w 差1—2个量级, 不稳定时粗糙度影响也使 w 差几倍, 除地转涡度决定 w 外, 地转风、层结稳定性和粗糙度及其水平梯度也起了重要作用, 还讨论了斜压性的影响。

关键词: 边界层特征参数; 边界层顶垂直速度; 阻力定律; 粗糙度; 稳定度参数。

一、引 言

边界层顶垂直速度的研究对边界层与自由大气的相互作用、天气系统的发展等动力学问题关系至关重要。多年来沿用经典的 Charney-Eliassen 公式 (以下简称 C-E 公式), 它是由边界层运动方程在湍流交换系数为常数的假定下推得的。由于假定简单, 除了地转涡度的影响外, 不能得到 w 与边界层各种性质, 如层结性、粗糙度、斜压性等因素的影响。近代中尺度模式的发展已能对边界层结构作出详细的描述, 显然, 在计算 w 时简单的 C-E 公式已不能解决问题, 建立一个考虑各种因子影响下的计算方法是十分必要的。文献[1]对湍流交换系数采用了近代边界层理论中较详细的参数化方案, 求解边界层方程得到 w 除正比于地转涡度外, 还与地转风速成正比, 并可考虑进去粗糙度的影响, 这些结果在物理上是完全合理的。但该工作仅考虑层结为中性, 且不计其斜压性的影响, 原因是迄今为止, 尚无可用于任意层结条件下的边界层风场的解析解 (极端情况除外) 以计算 w 。以前虽然有些工作计入了层结^[2], 但对层结的处理过于简单, 且主要用于理论研究。通过运动方程由速度场求 w 的一个缺点是由于风速公式中含地转风速 G 及边界层的内参数, 当求 $\partial u / \partial x$ 时一般只计入 $\partial G / \partial x$ 而不计其内参数的水平变化, 因此仍是不严格的 (C-E 公式及文献[1]均如此)。文献[3]使用中性层结时风场的解析解求 w 时计入了内参数的水平变化, 结论是内参数的水平变化对 w 影响很小, 主要是地转风水平变化的影响, 但此结论只适用于中性层结, 该工作仍假设层结及粗糙度为水平均

1993年1月19日收到, 7月28日收到修改稿。

^{*} 国家自然科学基金资助项目。

一, 对非中性层结且其边界层特征有水平变化时的一般情况仍不清楚。因此用求运动方程解析解的方法来求 w 就有相当的局限性。Bernhardt^[4]曾用阻力定律直接求 w , 但只限于理论探讨, 没有提出用于实际计算的方法, 而且稳定度及粗糙度的水平变化, 斜压性等影响也未考虑。本文用边界层相似理论和阻力定律的方法, 考虑影响边界层结构的各特征参数及其水平变化以及斜压性的影响, 给出能适用于气象数值模式的, 由气象模式参数(边界层外参数)表示的解析表达式。由于考虑的因子全面, 因此项数较多, 但物理概念清晰、合理。且由于是显式表达, 因而通过各项所代表的物理意义能清楚看出不同因子对 w 的影响。

二、模 式

w 与地面湍流应力的关系式是^[5]

$$\vec{w} = \frac{1}{f} \nabla \times \vec{\tau}_0, \quad (1)$$

$\vec{\tau}_0$ 是地面水平湍流应力矢量(不计密度), $\vec{\tau}_0 = u_* \vec{u}_*$, u_* 为摩擦速度, 是内参数, 其与地转风速 G 、粗糙度 z_0 和稳定度的关系在边界层的阻力定律中已研究得比较充分, 在斜压边界层中也有研究成果。因此可用来研究 w , 还能以此研究地转风、稳定度及粗糙度水平不均匀的影响; 而用运动方程的解由连续方程求 w 的传统方法就很难讨论上述这些复杂影响。

将 $\vec{u}_*$ 在 $\vec{G}$ 和 $\vec{k} \times \vec{G}$ 为坐标轴的直角坐标中进行分解, $\vec{k}$ 为铅直单位矢量, 则

$$\vec{u}_* = \vec{G} \frac{u_*}{G} \cos \alpha + \vec{k} \times \vec{G} \frac{u_*}{G} \sin \alpha, \quad (2)$$

α 为地转风与地面应力矢量, 即地面风矢量间的夹角。由(1)式得

$$\vec{w} = \frac{1}{f} \nabla \times (c_g^2 G \cos \alpha \vec{G} + c_g^2 G \sin \alpha \vec{k} \times \vec{G}), \quad (3)$$

其中 $c_g = u_* / G$ 为地转拖曳系数, c_g 和 α 这两个内参数以及外参数 G 、 z_0 及稳定度(可用外参数表示)的关系已研究得相当充分。

运用矢量微分公式, 可将(3)式化为

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \frac{1}{f} [c_g^2 G \cos \alpha \nabla \times \vec{G} + \nabla (c_g^2 G \cos \alpha) \times \vec{G} + c_g^2 G \sin \alpha \nabla \times (\vec{k} \times \vec{G}) \\ &\quad + \nabla (c_g^2 G \sin \alpha) \times (\vec{k} \times \vec{G})] \\ &= \frac{1}{f} [c_g^2 G \cos \alpha \nabla \times \vec{G} + c_g^2 \cos \alpha \nabla G \times \vec{G} + G \nabla (c_g^2 G \cos \alpha) \times \vec{G} \\ &\quad + c_g^2 \sin \alpha (\nabla G \cdot \vec{G}) \vec{k} + G \nabla (c_g^2 G \sin \alpha) \cdot \vec{G} \vec{k}], \end{aligned} \quad (4)$$

其中运用了地转风矢量的散度为零。(4)式右端第一项正比于地转涡度, 即经典结果, 该项还正比于 G , 与文献[1]一致; 系数 $c_g^2 \cos \alpha$ 是稳定度、 z_0 和 G 的函数, 故这些因子的影响在(4)式第一项中已表现出来。经典工作中 w 就只有这一项, 而现在多了 4 项, 这是由于用解运动方程求 w 的经典方法未考虑内参数的水平变化之故。(4)式中 c_g^2 、 α 是内

参数, 下面将用外参数 (气象模式中的变量) 将其表出以便于实际应用。

按 Yordanov 的作法^[6], c_g 和 α 可用外参数 $Ro = G / fz_0$ 和 $S = (g / T)(\Delta\theta / fG)$ 来计算, Ro 即边界层 Rossby 数, S 为稳定度参数, 当 $Ro \in (10^4 \sim 10^{10})$, $S \in (-700 \sim 700)$ 时, 有

$$c_g = \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^2 a_k \tilde{Ro}^i \tilde{S}^j, \quad k = 3j + i, \quad (5)$$

$$\alpha = \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^2 b_k \tilde{Ro}^i \tilde{S}^j. \quad (6)$$

S 中 $\Delta\theta$ 为边界层顶底间位温差, 可以由气象模式预报出, 为外参数, 故由 $\Delta\theta$, G , f , z_0 即可求内参数 c_g 和 α , (5) 式和 (6) 式中 $\tilde{Ro} = \lg Ro$, $\tilde{S} = S / 1000$, 系数 a_k 和 b_k 见文献^[6]。

下面将推导 $\nabla(c_g^2 \cos \alpha)$ 和 $\nabla(c_g^2 \sin \alpha)$, 由阻力定律式^[5]

$$\sin \alpha = c_g \frac{A(\mu)}{\kappa}, \quad (7)$$

直接得

$$c_g^2 \cos \alpha = c_g^2 \sqrt{1 - c_g^2 \frac{A^2(\mu)}{\kappa^2}}, \quad (8)$$

其中 $A(\mu)$ 是已知相似性函数, $\mu = \kappa u_* / fL$ 为稳定度内参数, L 为 Monin-Obukhov 长度, κ 为 Karman 常数。

对 (8) 式取对数再作梯度运算:

$$\nabla(c_g^2 \cos \alpha) = c_g^2 \cos \alpha \left[(2-p) \frac{\nabla c_g}{c_g} - q \nabla \mu \right], \quad (9)$$

其中

$$p = \frac{1}{\frac{1}{c_g^2} \frac{\kappa^2}{A^2} - 1}, \quad q = \frac{p}{A} \frac{dA}{d\mu}. \quad (10)$$

(9) 式中含 $\nabla \mu$, 且 ∇c_g 中也含有稳定度、 z_0 及 G 等因子的水平变化, 于是稳定度、 z_0 及 G 等的水平变化就此被引入。

现在看 ∇c_g , 由阻力定律另一表达式^[5]

$$\ln Ro = B(\mu) - \ln c_g + \sqrt{\frac{\kappa^2}{c_g^2} - A^2(\mu)}, \quad (11)$$

其中 $B(\mu)$ 为另一已知相似性函数, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\nabla G}{G} &= \frac{1}{f} \nabla f - \frac{1}{z_0} \nabla z_0 \\ &= -\frac{\nabla c_g}{c_g} \left(1 + \frac{\kappa^2}{c_g^2 A} \sqrt{p} \right) - \left(A \frac{dA}{d\mu} \frac{1}{\sqrt{\frac{\kappa^2}{c_g^2} - A^2}} - \frac{dB(\mu)}{d\mu} \right) \nabla \mu. \end{aligned} \quad (12)$$

在通常情况下, 设 z_0 和 G 在 10^6 m 量级的距离上变化的数量等于其自身的大小, 即 $O(\frac{\nabla z_0}{z_0}) = 10^{-6}$, $O(\frac{\nabla G}{G}) = 10^{-6}$, 而在中纬地区, $O(\frac{\nabla f}{f}) = 10^{-7}$, 故在(12)式中可略去 $\nabla f/f$, 有

$$m \frac{\nabla c_g}{c_g} = -\zeta \nabla \mu - \frac{\nabla G}{G} + \frac{\nabla z_0}{z_0}, \quad (13)$$

其中

$$m = 1 + \frac{\kappa^2}{c_g^2 A} \sqrt{p}, \quad \zeta = \frac{dA}{d\mu} \sqrt{p} - \frac{dB}{d\mu}. \quad (14)$$

将(17)式代入(9)式得

$$\nabla(c_g^2 \cos \alpha) = c_g^2 \cos \alpha \left\{ (2-p) \left[-\frac{\nabla G}{mG} + \frac{\nabla z_0}{mz_0} \right] + \left[(p-2)\frac{\zeta}{m} - q \right] \nabla \mu \right\}. \quad (15)$$

(15)式右端 $c_g^2 \cos \alpha$ 已用外参数表达, 但在 $\nabla \mu$ 中仍含内参数, 且在 p, ζ 中也含内参数 μ , 若将 μ 用外参数表示, 则(15)右端即可全部用外参数计算。

仍用 Yordanov 的结果^[6], 得

$$\mu = \begin{cases} \sum_{i=0}^3 (c_i \tilde{R} o^i) S & \text{当 } S < 0, \\ 0.147 S & \text{当 } S > 0. \end{cases} \quad (16)$$

系数 c_i 见文献[6], 由(16)式, 当 $S < 0$, 可求出

$$\frac{\nabla \mu}{\mu} = \frac{0.43 c_1 \frac{\nabla R o}{R o} + 2.043 c_2 \lg R o \frac{\nabla R o}{R o} + 3.043 (\lg R o)^2 \frac{\nabla R o}{R o}}{\sum_{i=0}^3 c_i \tilde{R} o^i} + \frac{\nabla S}{S}. \quad (17)$$

取长度尺度 10^6 m, 在 z_0 水平变化不是很大的海上或陆上, 可认为 $\frac{\nabla R o}{R o} \sim \frac{\nabla S}{S} \sim 10^{-6}$, 根据文献[6]的 c_i 数值及 $R o$ 的大小可证明(17)式右端第一项相对于第二项可忽略, 于是有

$$\frac{\nabla \mu}{\mu} = \frac{\nabla S}{S}. \quad (18)$$

而当 $S > 0$ 时, 则可由(16)式直接得(18)式。对于 z_0 水平梯度很大的情况, 将在后面讨论。

这样, (15)式成为

$$\nabla(c_g^2 \cos \alpha) = c_g^2 \cos \alpha \left\{ (2-p) \left(-\frac{\nabla G}{mG} + \frac{\nabla z_0}{mz_0} \right) + \left[(p-2)\frac{\zeta}{m} - q \right] \frac{\mu}{S} \nabla S \right\}. \quad (19)$$

至此, 我们已全部用外参数来表达 $\nabla(c_g^2 \cos \alpha)$ 。

由(7)式可得

$$\frac{\nabla(c_g^2 \sin \alpha)}{c_g^2 \sin \alpha} = \frac{3}{c_g} \nabla c_g + \frac{dA}{d\mu} \frac{\nabla \mu}{A} \quad (20)$$

再用(13)、(18)式得

$$\nabla(c_g^2 \sin \alpha) = c_g^2 \sin \alpha \left[3 \left(-\frac{\nabla G}{mG} + \frac{\nabla z_0}{mz_0} \right) + \left(\eta - \frac{3\xi}{m} \right) \frac{\mu}{S} \nabla S \right], \quad (21)$$

其中

$$\eta = \frac{1}{A} \frac{dA}{d\mu}. \quad (22)$$

故(21)式右端亦已全部由外参数表示。对于 $A(\mu)$ 、 $B(\mu)$ ，我们用文献[6]的结果，并以此推导 $dA/d\mu$ 、 $dB/d\mu$ ，则

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{10}{\sqrt{|\mu|}}, & B &= \ln |\mu| - \frac{4.2}{\sqrt{|\mu|}} + 0.4, \\ \frac{dA}{d\mu} &= \frac{5}{|\mu|^{3/2}}, & \frac{dB}{d\mu} &= -\frac{1}{|\mu|} - \frac{2.1}{|\mu|^{3/2}}, \end{aligned} \right\} \mu < 0, \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= 2.6\sqrt{\mu}, & B &= \ln \mu - 2.6\sqrt{\mu} - 0.7, \\ \frac{dA}{d\mu} &= \frac{1.3}{\sqrt{\mu}}, & \frac{dB}{d\mu} &= -\frac{1}{\mu} - \frac{1.3}{\sqrt{\mu}}, \end{aligned} \right\} \mu > 0, \quad (24)$$

现在(4)式成为

$$\begin{aligned} \vec{w} = \frac{1}{f} \bigg\{ & c_g^2 \cos \alpha G \nabla \times \vec{G} + c_g^2 \cos \alpha \nabla G \times \vec{G} \\ & + G c_g^2 \cos \alpha \left[(2-p) \left(-\frac{\nabla G}{mG} + \frac{\nabla z_0}{mz_0} \right) + \left((p-2)\frac{\xi}{m} - q \right) \frac{\mu}{S} \nabla S \right] \times \vec{G} \\ & + c_g^2 \sin \alpha \nabla G \cdot \vec{G} \vec{k} \\ & + G c_g^2 \sin \alpha \left[3 \left(-\frac{\nabla G}{mG} + \frac{\nabla z_0}{mz_0} \right) + \left(\eta - \frac{3\xi}{m} \right) \frac{\mu}{S} \nabla S \right] \cdot \vec{G} \vec{k} \bigg\} \end{aligned} \quad (25)$$

(25)式再经过合并整理可写成下面几个分量之和:

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 + \vec{w}_4 + \vec{w}_5 + \vec{w}_6 + \vec{w}_7 \\ &= \frac{1}{f} \bigg\{ c_g^2 \cos \alpha G \nabla \times \vec{G} + c_g^2 \cos \alpha \nabla G \times \vec{G} + c_g^2 \sin \alpha \psi \nabla G \cdot \vec{G} \vec{k} \\ &+ G c_g^2 \cos \alpha \varphi \nabla z_0 \times \vec{G} + G c_g^2 \sin \alpha \gamma \nabla z_0 \cdot \vec{G} \vec{k} + G c_g^2 \cos \alpha \lambda \frac{\mu}{S} \nabla S \times \vec{G} \\ &+ G c_g^2 \sin \alpha \xi \frac{\mu}{S} \nabla S \cdot \vec{G} \vec{k}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 1 + \frac{p-2}{m}, & \psi &= 1 - \frac{3}{m}, & \varphi &= \frac{2-p}{mz_0}, & \gamma &= \frac{3}{mz_0}, \\ \lambda &= (p-2)\frac{\xi}{m} - q, & \xi &= \eta - \frac{3\xi}{m}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

(26)式中 w_1 即是经典结果,由地转涡度产生,并同时与 G 成正比,其系数 $c_g^2 \cos \alpha$ 受稳定度及粗糙度影响; w_2 和 w_3 是由地转风的梯度产生,反映了内参数 u_* 的水平变化,在经典工作及文献[1]中均未计及。 w_4 和 w_5 是由粗糙度的水平变化产生, w_6 和 w_7 是稳定度的水平变化引起,由于 z_0 和 S 都影响边界层结构,影响风场,故其水平非均匀必然引起水平风场的梯度,产生 w 。已知气压场以及稳定度 S 和 z_0 的水平分布(它们可由气象模式提供),即可由(26)式计算 w 。由(26)式还可看出, w_1 至 w_7 均受稳定度及粗糙度的影响。

三、实例计算

从(26)式可见,各 w 的组成部分中参数由于变化范围很大,因此 w 各组成部分变化也很大,为看出典型 w 的大小和特征,我们进行一些个例计算,稳定度、粗糙度、地转风等取代表性数值。例如稳定度、粗糙度各取代表较强的稳定及不稳定以及代表陆地和海洋的数值。具体说 S 取 ± 400 , z_0 分别取 10^{-4} m(代表海)和 0.05 m(代表平坦陆地),而 S 和 z_0 介于上述两个数值之间的情况便可间接推断出来。气压场取气旋,这是一种典型的天气形势。因此虽然计算是个例,但可窥见 w 特征的大致情况。设气旋的无量纲位势场偏差是

$$\varphi = -(1 - \frac{a}{2} r^2) e^{-\frac{a}{2} r^2}, \quad (28)$$

r 为无量纲半径, $a=0.5$,设长度尺度 $L=10^6$ m, $f=10^{-4}$ s $^{-1}$,速度尺度 $v=13$ m/s。由于个例计算是较强的稳定和不安定,此时风速不应太大,上述 v 值即为此目的而设,这样得到的 G 值在 $r=0.4, 0.6, 0.8$ 和 1.0 处分别为 $4.9, 6.8, 8.1, 8.8$ m/s,研究气旋中沿纬圈方向半径上各点的 w 场,即 X 轴上的 w 场,由(28)式可得

$$G = arv(2 - \frac{ar^2}{2}) e^{-\frac{1}{2} ar^2},$$

得到 $\partial G / \partial r$ 后可计算出

$$\nabla \times \vec{G} = \left(\frac{G}{r} + \frac{\partial G}{\partial r} \right) \vec{k},$$

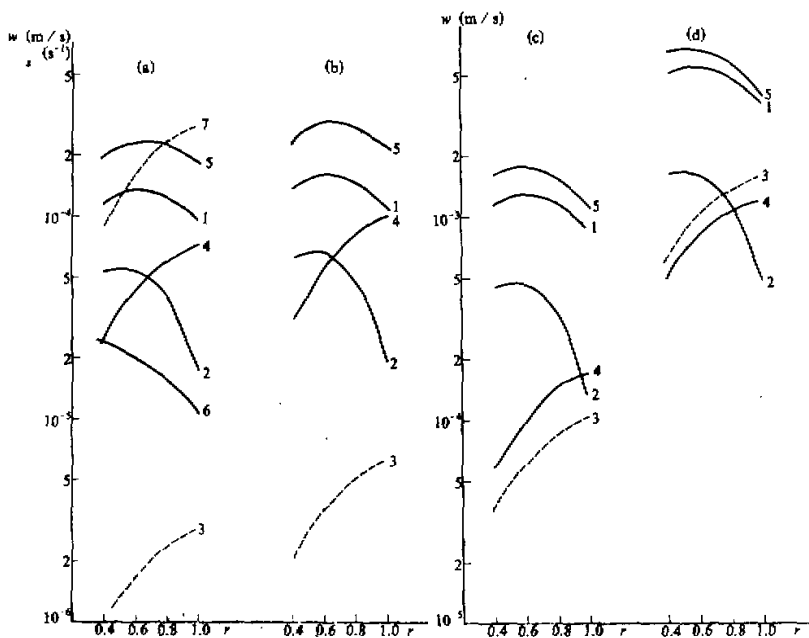
再设 ∇z_0 和 ∇S 沿 X 轴,有

$$\nabla G \times \vec{G} = G \frac{\partial G}{\partial r} \vec{k}, \quad \nabla G \cdot \vec{G} = 0, \quad \nabla S \times \vec{G} = \frac{\partial S}{\partial x} G \vec{k},$$

$$\nabla z_0 \times \vec{G} = \frac{\partial z_0}{\partial x} G \vec{k}, \quad \nabla S \cdot \vec{G} = 0, \quad \nabla z_0 \cdot \vec{G} = 0.$$

故(26)中 $w_3 = w_5 = w_7 = 0$,图1a至图1d是在前述两个 S 值和两个 z_0 值下,在 $r=0.4$ 至 $r=1$ 间 w_1, w_2, w_4, w_6 ,及 w 的分布, $\partial z_0 / \partial x$ 和 $\partial S / \partial x$ 取值见图1的说明。

由图可见,不论何种层结及 z_0 大小,各半径处均是 w_1 最大,经典工作只有地转涡度这一项,因此经典公式还是说明了 w 的主要部分。但本文区分了稳定度和粗糙度的影响,从各 w 分量看,稳定层结时 z_0 影响不大,即层结因子占有主导地位;但不稳定时,由于存在较强的湍流, z_0 不同可导致 w 相差几倍, z_0 大则 w 大。层结变化的影响则比 z_0

图 1 气旋中 w 各分量的分布

$$\frac{\partial z_0}{\partial x} = -10^{-7} \text{ (陆)}, \quad \frac{\partial z_0}{\partial x} = -10^{-10} \text{ (海)}, \quad \frac{\partial S}{\partial x} = -5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \quad \text{虚线表示 } w < 0$$

(a) $z_0 = 10^{-4} \text{ m}$, $S = 400$; (b) $z_0 = 0.05 \text{ m}$, $S = 400$; (c) $z_0 = 10^{-4} \text{ m}$, $S = -400$; (d) $z_0 = 0.05 \text{ m}$, $S = -400$.

曲线 1, w_1 ; 曲线 2, w_2 ; 曲线 3, w_4 ; 曲线 4, w_6 ; 曲线 5, w ;

曲线 6 为 ζ_g (图 1a); 曲线 7, $|\nabla z_0|$ 大时的 w_4 ; (图 1a)

变化的影响大得多, 在相同 z_0 下, 不稳定层结能比稳定时 w 大一个量级, 这是由于热力湍流随不稳定度增加而明显增强之故, 再看 w_1 本身, 从图 1a 中 ζ_g 曲线, 可见 ζ_g 随 r 减少而增加, 但 w_1 并不随 r 的减少而单调增加, 在 $r = 0.4$ 处反而降, 这是因 w_1 除正比于 ζ_g 外, 还正比于 G , $r = 0.4$ 处, 小的 G 值使 w_1 小于 $r = 0.6$ 处。这在经典的 C-E 公式中得不出如此精细的结果。

若不计 z_0 和 S 的水平变化, 则除 w_1 外, 就是由内参数水平分布不均引起的 w_2 , 在 ζ_g 小时, 它比 w_1 小好几倍, 但 ζ_g 较大时, 只比 w_1 小 2—3 倍。不同稳定度均有此性质, 因此文献[3]所得到的内参数水平变化引起的 w 可忽略的结论应只适用于 ζ_g 不大时的结果。若计入 z_0 和 S 的水平变化, 即 w_4 和 w_6 , 则 w_6 可以达到与 w_2 同量级的大小 (视稳定度不同而异)。本例中 w_4 较小是因 $|\nabla z_0|/z_0$ 取得较小 (只考虑单纯的海或陆)。现在来看当 $|\nabla z_0|$ 较大时的情况, 例如在海陆交界附近, $|\nabla z_0|$ 较大, 此时(18)式在不稳定时需作改变。此时(17)式右端第一项不再能略去, 从(17)式得 $S < 0$ 时, 则

$$\frac{\nabla \mu}{\mu} = \rho \frac{\nabla R \sigma}{R \sigma} + \frac{\nabla S}{S}, \quad (29)$$

此处

$$\rho = \frac{0.43c_1 + 0.86c_2 \lg Ro + 1.29c_3 (\lg Ro)^2}{\sum_{i=0}^3 c_i \tilde{Ro}^i}. \quad (30)$$

以(29)式替换以前推导中的 $\nabla \mu / \mu$, 即仍得(26)式, 有

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 1 + \frac{p-2}{m} + [(p-2)\frac{\zeta}{m} - q]\rho\mu, & \psi &= 1 - \frac{3}{m} + (\eta - \frac{3\zeta}{m})\mu\rho, \\ \varphi &= \frac{2-p}{mz_0} - [(p-2)\frac{\zeta}{m} - q]\mu\rho, & \gamma &= \frac{3}{mz_0} - (\eta - \frac{3\zeta}{m})\frac{\mu\rho}{z_0}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

即 $w_2 - w_5$ 均有改变。仍用图 1a 中的例, $z_0 = 10^{-4}$ m 代表海上, 但 $|\nabla z_0|$ 加大两个量级, 即 $\partial z_0 / \partial x = -10^{-8}$, 则 w_4 算出如图 1a 中的曲线 7, 可见此时 $|w_4|$ 变大了两个量级左右, 在 w 中占有最主导地位, 使总 w 产生巨大改变, 甚至符号变化。因此在 z_0 梯度特大的地区, 由 z_0 梯度引起的 w 将是主要项, 必须予以考虑。

若图 1 的例中 ∇z_0 与 ∇S 方向相反, 则相应的 w_4 及 w_6 将反号。若 ∇z_0 和 ∇S 指向南, 则 $w_4 = w_6 = 0$, 但 w_5 和 w_7 存在, 而 w_5 和 w_7 分别与 w_4 和 w_6 有相同量级或相差不大, 此处不再叙述。

上例中 z_0 陆上取 0.05 m 代表平坦地面, 某些下垫面如森林、起伏地面其有效 z_0 要大得多。我们对图 1 的例计算了 $z_0 = 1$ m 的情况。结果与前面的陆地上的计算特征相同, 在稳定时 w 仅比 $z_0 = 0.05$ m 时略大一点, 但不稳定时 $z_0 = 1$ m 的 w 可比 $z_0 = 0.05$ m 时大 2—3 倍, 达到 1—2 cm/s 的量级。

图 1 的计算例中, 地转风取值不大, 在大值 G 时, 虽然此时层结趋近中性, 但由于风大了, ζ_g 及 G 均大, 因而 w 同样可以有较大数值。此处不再详述。

对于反气旋情况, 地转风方向与气旋时相反, 由(26)可见, w 与气旋相比, 大小相等而方向相反。

以上的例子是 w_1 占有主导地位的情况, 也有 w_1 不是主要的例子, 例如在等位势线是双曲线的变形场中 $\zeta_g = 0$, $w_1 = 0$, 但此时由于(26)中还有其他项, 即使不计稳定度和粗糙度的梯度, w 也仍然存在, 但经典工作就得出 $w = 0$, 由此也可见到本模式的优越性。实际的气压场千变万化, 本节个例当然不能包括所有特征, (26)式的解析形式可以直接研究不同气压场及边界层参数对 w 的影响。

四、斜压影响

上面讨论的均为正压情况, 斜压边界层在给定 G (地面地转风), z_0 及 S 等外参数后, 其 c_g 、 α 、 μ 等内参数均不同于正压时, 故 w 将与正压时不同。我们将用外参数和斜压参数来求 w 。公式仍为(26)式, 设给定斜压参数为

$$\eta_x = -\frac{g}{\theta} \frac{\kappa^2}{f^2} \frac{\partial \theta}{\partial y'}, \quad \eta_y = \frac{g}{\theta} \frac{\kappa^2}{f^2} \frac{\partial \theta}{\partial x'}, \quad (32)$$

κ 为 Karman 常数, x' 为沿地面风向的坐标轴。按斜压边界层阻力定律^[7], 此时仍有(7)和(11)式, 但 $A(\mu)$ 和 $B(\mu)$ 变为斜压参数 η_x 与 η_y 的函数, 按文献[7]:

$$A(\mu) = A_0(\mu) - \frac{\eta_x - \eta_y}{2A_0(\mu)}, \quad B(\mu) = B_0(\mu) + \frac{\eta_x - \eta_y}{2A_0(\mu)}, \quad (33)$$

A_0, B_0 是正压时数值, 前面已给, 故只要知道 $\partial\theta/\partial x'$ 和 $\partial\theta/\partial y'$, 即可求斜压时 A, B , 再由(7), (11)式求 c_g, α . x' 指向地面风向, 其与地转风向夹角 α 正是待求量. 设已知沿地转风向的 $\partial\theta/\partial x$ (设 x 轴沿地转风向) 以及 $\partial\theta/\partial y$, 我们可用类似文献[8]中的方法用逐步逼近法求出各内参数, 即先设定一合适的 α 值, 再由坐标变换从 $\partial\theta/\partial x$ 和 $\partial\theta/\partial y$ 找出 $\partial\theta/\partial x'$ 和 $\partial\theta/\partial y'$, 从而知 η_x 与 η_y , 由(33)得 A 和 B , 由(11)式和下式联立求 c_g 及 μ :

$$\mu = \kappa^3 S c_g^{-1} [\ln(Ro \cdot c_g) - C(\mu)], \quad (34)$$

其中 S 和 Ro 为已知输入外参数, $C(\mu)$ 见文献[6]:

$$C(\mu) = \ln|\mu| - \frac{4.2}{\sqrt{|\mu|}} + 3.2, \quad \text{当 } \mu < 0, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (35)$$

$$C(\mu) = \ln \mu - 3.9\sqrt{\mu} - 1.3, \quad \text{当 } \mu > 0.$$

求出 c_g 和 μ 后, 由(7)式求新 α , 再求新 $\partial\theta/\partial x'$ 和 $\partial\theta/\partial y'$, ... 重复, 直至收敛, 即得斜压时 c_g, α, μ 等, 再从(26)式得 w , 因 A 和 B 已不同, 故 $dA/d\mu$ 与 $dB/d\mu$ 亦相应变为

$$\frac{dA}{d\mu} = \frac{dA_0}{d\mu} + \frac{\eta_x - \eta_y}{2A_0} \frac{dA_0}{d\mu}, \quad \frac{dB}{d\mu} = \frac{dB_0}{d\mu} - \frac{\eta_x + \eta_y}{2A_0} \frac{dA_0}{d\mu}. \quad (36)$$

斜压时 G 是随高度变的, 斜压边界层阻力定律中 c_g 中的 G 及 α 等均是取地面值, 因此(26)式中 $G, \nabla G, \nabla \times \vec{G}$ 等均用地面值. 显然, 热成风的取向和大小决定了斜压的影响大小. 个例计算说明当热成风与地面地转风同向时, 因湍流略有增强, w 要比正压时大些. 但总的说斜压影响比起稳定度, 粗糙度的影响来都小, 与正压时的差别并不大, 在一级近似情况下, 可不计斜压影响. 稳定时因 w 本来就小, 故斜压影响更弱.

五、结 语

本文基于 w 与地面应力的关系, 推导了用宏观气象参数计算边界层顶垂直速度的公式, 计入了层结、粗糙度、其水平梯度、斜压性等的影响, 结果合理, 可应用于模式计算. 而传统的用边界层方程解由连续方程积分的方法却无法计入这么多的因子的影响, 这是本文方法的优点和特点. 前人经典工作只有地转涡度项, 本文证明由内参数水平变化引起的部分在涡度大时不能忽略, 而由稳定度和粗糙度水平变化引起的部分也达到了与内参数水平变化部分相当的大小, 而当粗糙度梯度大时, 其产生的 w 甚至很重要. 各 w 分量都受稳定度与粗糙度影响, 一般愈不稳定, 粗糙度愈大则 w 愈大.

参 考 文 献

- [1] Zhao Ming, 1987, On the parameterization of the vertical velocity at the top of PBL, *Adv. Atmos. Sci.*, 4,

- 233—239.
- [2] 徐银祥, 赵鸣, 1988, 半地转三段 K 模式边界层运动, 气象学报, 46, 267—275.
- [3] 赵鸣, 1990, 大地形上边界层流场的动力学研究, 气象学报, 48, 404—414.
- [4] Bernhardt, K., 1970, Der ageostrophische Massenfluß in der Bodenreibungsschicht bei beschleunigungsfreier Strömung, *Zeit. Mete.*, 21, 259—279.
- [5] Зилитинский, С. С., 1970, Динамика пограничного слоя атмосферы, Гидрометеоздат, 143, 153.
- [6] Yordanov, D., Sytakov, D. and Djolov, G., 1983, A barotropic PBL, *Boundary Layer Meteorol.*, 25, 363—373.
- [7] Йорданов, Д. Л., 1976, Об универсальных функциях в законе сопоставления бароклинного шис, ФАО, 12, 769—771.
- [8] 赵鸣, 1989, 大气运动的动能在湍流边界层中的耗散, 气象学报, 47, 348—353.

Effects of Boundary Layer Characteristic Parameters on the Vertical Velocity at the Top of Planetary Boundary Layer

Zhao Ming

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210008)

Abstract

By using the similarity theory and resistance law of PBL in barotropic and baroclinic conditions, we have derived a formula for the vertical velocity w at the top of the PBL which includes the effects of stratification, roughness, their horizontal gradients, the gradient of geostrophic wind speed and baroclinity based on the relation between w and eddy stress in the surface layer. The equation can be used in the model computation. The results show that the effects of the stratification can change w by one or two orders of magnitude; the effect of the roughness during unstable conditions can change w by several times; the horizontal gradients of the geostrophic wind, stratification parameter and the roughness all may contribute to the w besides geostrophic vorticity. The effect of baroclinity is also discussed.

Key words: characteristic parameters for PBL; the vertical velocity at the top of PBL; resistance law; roughness length; stability parameters.