

台风移动准地转正压模式计算方案 精度检验的一种方法*

罗哲贤 马镜娴

(南京气象学院, 南京 210044)

提 要

本文根据台风能量频数生成系统的对称性质,提出了一种台风移动数值模式计算方案精度检验的方法,并给出了计算的实例。

关键词: 台风; 移动; 数值模式; 精度检验; 对称性质.

一、引言

对数值模式的计算方案进行精度检验,是模式设计和数值研究的一个重要环节,这关系到模拟结果是否可信和是否精确。曾庆存等^[1]用 RH 波检验了 IAP 模式的水平差分格式。张学洪等^[2]将传统的 RH 波方法推广到斜压情形,用非线性 RH 波检验了斜压模式的差分格式。袁重光等^[3]用大地形绕流线性理论的结果,检验了有地形条件下水平差分格式的性能。

对于大尺度形势场的数值模式而言, 选取几组 RH 波的参数值即可用来分别检验超长波和长波等模态的相应精度。这已成为 RH 波检验模式精度的惯用方法。

对于台风移动的数值模式而言,由于所研究的对象——台风涡旋,它的空间尺度一般仅为几百公里,它的涡度空间分布急剧地变化。对于这种涡旋运动的流型,必须要用为数众多的模态来描述它。我们用双 Fourier 展开方法拟合台风初始场时,就用了 1521 个模。我们很难从这些模中选出几个有代表性的模来描述台风涡旋的特征流场,并进而决定几组相应的 RH 波的参数。因此,难以直接应用 RH 波的途径来检验台风移动模式的计算精度。

本文根据台风能量频散生成系统的对称性质, 提出了一种适用于台风移动模式的精度检验方法, 并给出计算实例。

二、台风能量频散生成系统的对称性质

在 Chan 和 Williams^[4]、Fiorino 和 Elsberry^[5]、李天明和朱永提^[6]及罗哲贤^[7]的工作

1992年11月21日收到, 1993年2月21日收到修改稿。

* 国家八五科技攻关 85-906-07 资助项目.

中, 台风数值模式的出发方程均为准地转正压涡度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

式中 ψ 为地转流函数, $\beta = df/dy$, f 为科里奥利参数。

将 (1) 式线性化, 并令基本气流处处为零, 则扰动流函数 $\psi'(x, y, t)$ 满足方程 (略去“'”)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

令

$$\bar{\psi}(k, l, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, y, t) e^{i(kx + ly)} dx dy, \quad (3)$$

则

$$\psi(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\psi}(k, l, t) e^{-i(kx + ly)} dk dl, \quad (4)$$

这里, k, l 分别为沿 x, y 方向的波数。

再令

$$\bar{\psi}(k, l, t) = \bar{\psi}(k, l, 0) e^{i\omega t}, \quad (5)$$

将 (4)、(5) 两式代入 (2) 式, 可得频散关系

$$\omega = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2}, \quad (6)$$

以及线性条件下流函数场随时间的演变

$$\psi(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\psi}(k, l, 0) \exp\{-i(kx + ly)\} \exp\left\{-\frac{i\beta k t}{(k^2 + l^2)}\right\} dk dl. \quad (7)$$

注意到 $\xi(x, y, t) = \nabla^2 \psi(x, y, t)$, 从 (7) 式又可得到涡度场随时间演变的表达式

$$\begin{aligned} \xi(x, y, t) = & -\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\psi}(k, l, 0) (k^2 + l^2) \exp\{-i(kx + ly)\} \\ & \times \exp\left\{-\frac{i\beta k t}{(k^2 + l^2)}\right\} dk dl. \end{aligned} \quad (8)$$

如已知初始流函数场 $\psi(x, y, 0)$, 在 (3) 式中令 $t=0$, 则可用 (3) 式求出 (7)、(8) 式中的 $\bar{\psi}(k, l, 0)$, 也可直接用 $\xi(x, y, 0)$ 求出 $\bar{\psi}(k, l, 0)$ 代入 (8) 式之中。

从 (6) 式可得沿纬圈方向的相速公式

$$c_x = -\frac{\beta}{k^2 + l^2}, \quad (9)$$

及群速公式

$$c_{gx} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2}. \quad (10)$$

设初始时刻流函数场 $\psi(x, y, 0)$ 描述的是一个轴对称的圆形台风涡旋, 这个涡旋可视为无穷多个波数为 k 和 l 的谐波分量叠加而成。由于相速与 k 、 l 的平方成反比, 台风涡旋将不断变形^[4]。由于该涡旋处在变化的科里奥利力场中, 台风涡旋的能量又将不断地向台风区域以外频散。这些频散出去的能量在基流处处为零等条件下, 会逐渐形成新的系统。

注意到 (9)、(10) 式中仅出现波数 l 的偶次幂, 因而, 尽管台风涡旋不断变形, 但涡旋应始终对称于 x 轴。同样, 因能量频散出去生成的系统也应始终对称于 x 轴。可以认为, 初始轴对称的圆形台风涡旋, 在 (7) 式或 (8) 式描述的演变过程中, 无论是台风涡旋本身, 还是因台风能量频散而生成的系统, 它们在流函数场或涡度场上关于 x 轴的对称性将始终保持。这是微分方程 (1) 式的线性化形式, 即 (2) 式所具有的一个动力学属性。这个微分方程的动力学属性理应在相应离散系统的计算过程中不受歪曲。如果这个连续系统的属性在离散系统中继续保持, 则可以认为相应的数值模式计算方案是可信的和精确的。本文以此来检验台风移动准地转正压模式数值方案的精度。

三、迭代精度对生成系统对称性质的影响

在文献[4—7]中, 准地转正压模式数值积分的每个时间步长均需进行泊松方程迭代求解的运算。迭代精度是准地转正压模式一个主要的计算参数。若这个参数的取值选取合适, 其他计算参数如时间步长、空间步长等的选取满足惯用约束, 则整个模式的计算精度一般是没问题的。

一般而言, 在台风移动的数值模拟中, 初始时刻的涡度场 $\xi_0(x, y)$ 都是给定的。如在文献[4]中, 令

$$\xi_0(r) = (2v_m / r_m)[1 - 0.5(r / r_m)]\exp(1 - r / r_m), \quad (11)$$

式中 $r = \sqrt{(x - x_\xi)^2 + (y - y_\xi)^2}$, (x_ξ, y_ξ) 为初始时刻台风中心的坐标。 v_m 为最大风速, r_m 为出现最大风速处与热带气旋中心的距离。用 (11) 式可以求出计算区域各个网格点上初始时刻的涡度值 $\xi_0(x, y)$ 。本文中用 (11) 式计算 $\xi_0(x, y)$, 令 $r_m = 100$ km, $v_m = 20$ m/s。

用泊松方程迭代求解的方法, 从 $\xi_0(x, y)$ 可以求出初始时刻的流函数场 $\psi_0(x, y)$ 。再用空间中央差方案又可以从 $\psi_0(x, y)$ 计算出涡度场 $\xi'_0(x, y)$ 。在空间步长取值合适的条件下, 若泊松方程迭代精度足够高, $\xi'_0(x, y)$ 一般可以相当精确地逼近 $\xi_0(x, y)$ 。当 $\xi'_0(x, y)$ 与 $\xi_0(x, y)$ 十分接近时, 指定的迭代精度值可能是适宜的。具体应用时, 可以对比 $\xi'_0(x, y)$ 和 $\xi_0(x, y)$ 两者输出的图形是否相似。我们首先用这种方法, 用不同的迭代精度取值计算 $\xi'_0(x, y)$, 并与 $\xi_0(x, y)$ 进行比较。

图 1 给出初始涡度场 $\xi_0(x, y)$ (图 1a) 以及 5 组迭代精度条件下的 $\xi'_0(x, y)$ (图 1b—f)。图中正方形的边长均为 5000 km, 每个格距代表 200 km。图 1b—f 与图 1a 相比,

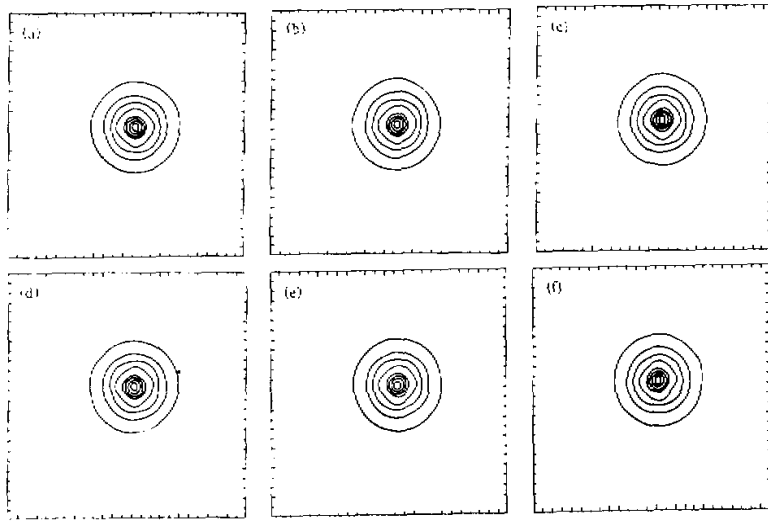


图 1 5 种迭代精度下 $\xi'_0(x, y)$ 与 $\xi_0(x, y)$ 的比较

(a) $\xi_0(x, y)$, (b)–(f) $\xi'_0(x, y)$

(b) 0.3×10^{-2} , (c) 0.3×10^{-3} , (d) 0.1×10^{-3} , (e) 0.3×10^{-4} , (f) 0.15×10^{-4}

$\xi'_0(x, y)$ 与 $\xi_0(x, y)$ 的图形看来十分相似。但是, 这 5 组迭代精度却相差很大。它们分别为 0.3×10^{-2} , 0.3×10^{-3} , 0.1×10^{-3} , 0.3×10^{-4} , 0.15×10^{-4} 。在流函数场 $\psi_0(x, y)$ 上, 台风中心处流函数的无量纲量 ψ_M 约为 0.30, 以上迭代精度分别相应于 ψ_M 的 1%, 0.1%, 0.033%, 0.01% 和 0.005%。

根据这些计算, 我们很难判别究竟选取哪一个迭代精度值最合适。这就容易出现以下情况: 或者迭代精度取值太低, 造成模拟结果不可信; 或者迭代精度取值不必要地太高, 造成机时的浪费。

其次, 我们从能量频散生成系统的对称性质这个角度来讨论。我们用准地转正压涡度方程 (1) 式的线性模式 (即令非线性模式中的平流项为零) 做了 5 组试验, 积分 7 个模式日。时间步长 10min, 空间格距 50km。计算区域内计有 100×100 个格点。南北边界处 $\psi = 0$, 东西边界取周期性边条件。初始时刻的涡度场与图 1a 相同, 相应的迭代精度值与图 1b–f 相同, 即试验 1 (0.3×10^{-2}); 试验 2 (0.3×10^{-3}); 试验 3 (0.1×10^{-3}); 试验 4 (0.3×10^{-4}); 试验 5 (0.15×10^{-4})。第 168 个模式小时的流函数场列于图 2a (试验 1) 和图 2c–f (试验 2–5)。试验 1 继续积分到 10 个模式日, 第 240 个模式小时的流函数场列于图 2b。图中正方形边长为 5000km, 每个格距代表 200km。

由图 2 可见:

(1) 试验 1 (低迭代精度) 中, 在第 7 个模式日, 初始轴对称的台风环流已经变形, 西半部区域等值线疏松, 东半部区域等值线密集。但台风环流沿 x 轴的对称性并未保持 (图 2a)。第 10 个模式日时, 台风能量频散生成的系统沿 x 轴的对称性也没有保持 (图 2b)。

(2) 试验 2 中, 台风中心以东高值系统内圈等值线基本上是对称的, 但外圈等值

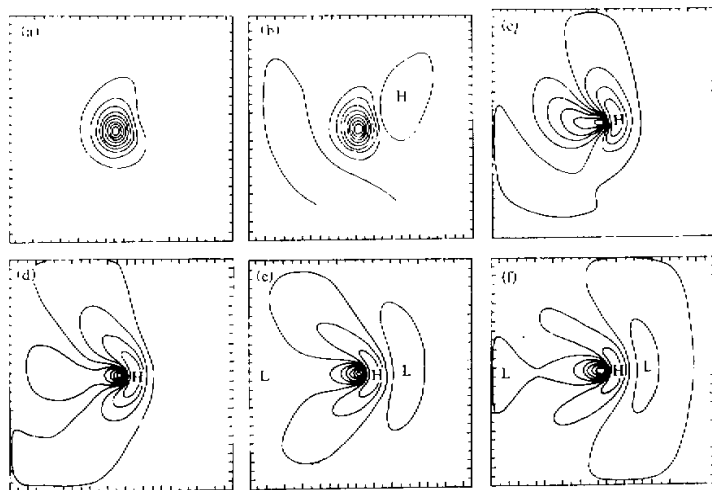


图2 试验1—5中流函数场的分布

(a) 试验1, 168 h; (b) 试验1, 240 h; (c) 试验2, 168 h; (d) 试验3, 168 h;
(e) 试验4, 168 h; (f) 试验5, 168 h

线不再对称 (图2c)。

(3) 试验3、4中, 台风环流及其东面高值系统沿 x 轴的对称性质均能维持或基本维持 (图2d, 2e)。

(4) 试验5中, 台风环流及其生成系统沿 x 轴的对称性质表现得十分清楚 (图2f)。

图2与图1比较, 两者的情况明显不同。图1中, $\xi'_0(x, y)$ 的图形对迭代精度的变化并不敏感, 难以选择哪一个迭代精度值最为合适。图2中, 台风环流及其生成系统对迭代精度的变化是敏感的。图2a—c (试验1、2) 上, 图形沿 x 轴的不对称说明, 连续系统所具有的沿 x 轴的对称属性在离散系统中已被破坏, 意味着试验1、2中迭代精度取值偏低。另一方面, 图2d—f (试验3、4、5) 上, 图形的对称性质比较清楚, 其中试验5是一种高精度的计算方案。可根据机等实际情况在这三个迭代精度中选择一个使用。

上面对比了试验1—5第168个模式小时台风及其生成系统的对称性质。如上所述, 本文试验的初始涡度场由(11)式描述。与(11)式相应的初始切向风速^[4]表明, 在距台风中心500km的台风环流边缘处, 切向风速已很微弱, 约1至2m/s。注意到计算区域为5000km×5000km, 故台风边缘距离计算区域边界约2000km。在积分开始阶段, 边界对台风的影响不会明显。在计算过程中, 每隔6个模式小时输出一流函数场。在这些输出的流函数场上, 在试验5中, 自始至终, 台风环流及其生成系统的对称性质都很清楚; 在试验1中, 积分的第2天 (这时台风边缘仍远离计算区域边界) 对称性质即已破坏。这些结果初步说明, 在上述计算中, 区域边界对生成系统对称性质的影响可能不大。但边界对数值计算结果的影响是一个很重要的问题, 本文未做更多分

析, 是欠缺之处。另外, 如从 5 个试验输出的涡度场分布来讨论迭代精度对台风环流及其生成系统对称性质的影响, 也会得到与图 2 类似的结果。

需要说明的是, 以上讨论的是线性框架内的问题。在非线性情况下, 台风环流能量频散后仍然可以生成新的系统, 形成低(台风)–高–低值型的波列; 但这些系统不再对称于 x 轴。下面继续讨论非线性模式计算的结果。

四、对称属性维持与破坏对台风移动模拟结果的影响

用非线性的数值模式实施了两组试验。

试验 6: 高精度, 迭代精度为 0.15×10^{-4} , 台风能量频散生成系统的对称性质维持。

试验 7: 低精度, 迭代精度为 0.3×10^{-2} , 该对称性质破坏。

(1) 对模式大气中台风移向的影响

试验 7 中, 台风移向约比试验 6 中偏西约 15° (图 3)。这是迭代精度不够引起的移向误差。

(2) 对模式大气中台风移速的影响

试验 7 中, 在第 6—7 个模式日, 台风移速比试验 6 中要快一倍左右。而在第 1—3 个模式日, 台风移速又要比试验 6 中慢一倍左右 (图 3)。这样明显的误差无论是模拟还是实际预报都是不能接受的。

如上述, 在线性框架内, 可以用能量频散生成系统的对称性质能否维持来判别迭代精度的取值是否合适。但在非线性的框架内, 我们得不到相应的判据。不过, 由图 3 可获得如下启示, 即在非线性的条件下, 可以先用满足线性判据的高迭代精度计算, 得到台风路径 (记为路径 A); 再改变迭代精度的取值进行试验, 求出其台风路径。根据这些路径与路径 A 的相似程度, 进一步判断适宜的迭代精度取值。

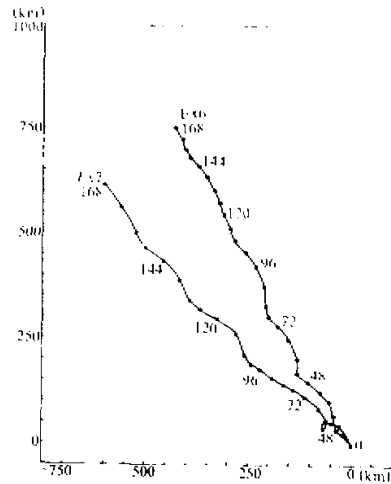


图 3 试验 6、7 中台风移动的路径
每隔 6 h 标明一次台风的位置, 数字为模式小时

五、结 束 语

80 年代后期以来, 热带气旋移动的问题已成为研究的一个重点。由于热带气旋的生命史一般为 7 天左右, 这就要求用于积分的数值模式在较长的时限内保持较好的性能, 使连续系统的属性在数值离散系统中不受歪曲。由于台风结构与大尺度的长波、超长波不同, 惯用的 RH 波检验法在台风移动数值模式的基础试验中使用有相当的难

度。本文根据台风能量频散生成系统的对称属性,提出了一种检验台风移动模式计算的方法,试算结果较为满意。尽管这种方法是在 β 平面准地转正压模式的框架内提出的,但推导和计算表明,对于球面准地转正压模式而言类似的结果仍然成立。同时,在对中高纬度大尺度涡旋的移行、发展、阻塞和崩溃的数值研究中,这种方法可能会有一定的参考价值。能量频散生成系统的对称属性能否与台风移动业务模式的基础试验联系起来,也是一个有应用价值的问题。这些值得继续研究。

参 考 文 献

- [1] 曾庆存、袁重光、张学洪、包宁, 1985, 一个大气环流模式差分格式的检验, 气象学报, 43, 441-449.
- [2] Zhang Xuehong, Zeng Qingcun and Bao Ning, 1986, Nonlinear baroclinic Haurwitz waves, *Adv. Atmos. Sci.*, 3, 330-340.
- [3] 袁重光、曾庆存, 1987, 正压地形扰动的数值试验, 大气科学, 11, 40-47.
- [4] Chan, J.C.L. and K.T. Williams, 1987, Analytical and numerical studies of beta-effect in tropical cyclone motion, *J. Atmos. Sci.*, 44, 1257-1265.
- [5] Fiorino, M., and R.L. Elsberry, 1989, Some aspects of vortex structure related to tropical cyclone motion, *J. Atmos. Sci.*, 46, 975-990.
- [6] 李天明、朱永捷, 1990, 热带气旋运动的分析和模拟, I, 中国科学, B 辑, 105-112.
- [7] 罗哲贤, 1991, 热带气旋逆时针打转异常路径的可能原因, 中国科学, B 辑, 769-775.

A Method of testing the Accuracy of Calculating Scheme in Barotropic Models of Tropical Cyclone Movements

Luo Zhexian and Ma Jingxian

(Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044)

Abstract

This paper proposes a method of testing the accuracy of calculating scheme in barotropic models of the tropical cyclone movements on the basis of the symmetric property of systems due to the energy dispersion of a tropical cyclone, and gives some computational examples.

Key words: tropical cyclone; movement; numerical model; accuracy test; symmetric property.