

正压大气有利发展扰动型 与遥相关型的建立

李志锦 纪立人

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

提 要

本文讨论了夏季纬向不对称气候平均流下通过正压大气内部动力过程建立遥相关型的问题。首先详细描述和讨论了有利发展扰动型的概念及其计算方法, 作为对比, 对正规模不稳定进行了分析。结果表明, 正规模的不稳定增长率很小, 难以用于解释遥相关型的发展。而有利发展扰动型的计算分析表明, 最有利发展的那些扰动型的振幅增长率同实际大气遥相关型的增长率相一致, 并且这些有利发展扰动型都将演变为同实际大气相一致的遥相关型结构。从而提出了, 至少部分实际大气遥相关型可以不依赖于异常外源强迫, 而仅依赖于大气内部的正压过程即能量转换过程而建立起来。

关键词: 正压大气; 遥相关型; 有利发展扰动; 奇异值和矢量。

一、引 言

遥相关型的动力学解释一直是近年来大气动力学的一个热点, 目前仍处于争论之中。争论的一个主要焦点是关于外源强迫和大气内在稳定对大气遥相关型作用的关系。Hoskins 等^[1,2]用二维球面上的 Rossby 波的能量频散从理论上提出了异常热源产生遥相关型的机制, 并得到了实际观测的支持^[3]。然而数值试验表明, 即使没有异常外源强迫, 仍可产生同实际大气相一致的遥相关型^[4]。还有一些数值模拟表明^[5,6]不同外源强迫可以产生类似的遥相关型。这至少说明异常外源强迫不是遥相关型产生的唯一机制。从而内在不稳定机制也引起了重视。Simmons 等^[7]提出纬向非对称气候平均流的正压不稳定可以产生大气遥相关型结构。Branstator^[8]对 GCM 结果进行正规模不稳定分析也证实了这一点。但这些基于正规模的研究都表明不稳定增长率不足以解释遥相关型的发展。Frederiksen^[9]分析了完全的三维气候平均状态的正规模不稳定, 发现存在结构类似于遥相关型的正规模, 这种正压-斜压的耦合不稳定模可以比正压大气的模态具有更大的增长率, 但要解释遥相关型的发展仍然是不够的, 况且遥相关型的主要发展阶段是正压过程^[10]。尤其需要指出, 过去多是针对大气具有更大不稳定的冬季情况进行研究。其实在夏季, 遥相关型的活动也是很活跃的^[11], 但正压不稳定是很弱的。那么, 如果没有异常外源强迫, 正压过程究竟能否建立强度同实际相致的遥相关型呢?

过去对不稳定研究多是讨论正规模的增长率。但对于线性大气动力系统, 正规模可

以是非完备的, 还存在连续谱, 而且连续谱甚至可以占大气运动的主要部分^[12]。即使正规模是完备的, 它们一般也是非正交的, 因此一定的正规模的线性组合可以比单一正规模具有更大的增长率。最近, 有限时间不稳定的奇异矢量方法得到迅速发展^[13,14]。由于奇异矢量的完备正交性, 从而克服了正规模方法的缺陷。本文将这一方法用于计算振幅迅速增长的有利发展扰动型, 并研究它们的发展同遥相关型建立的关系。

二、有利发展扰动型及其计算

考虑 N 维动力系统, x 为状态矢量, 演变方程为

$$\frac{dx}{dt} = F(x). \quad (1)$$

对小扰动演变, 此时由线性方程控制, 即有

$$\frac{dx'}{dt} = Lx', \quad (2)$$

其中, L 是 t 时刻 F 的 Jacobi。沿着轨线段 $t_0 \leq t \leq t_1$ 积分, 则(2)式可以写成如下积分形式,

$$x'(t_1) = A(t_1, t_0)x'(t_0) \quad (3)$$

其中 $A(t_1, t_0)$ 称为解转移阵, 完全由 L 决定。

引进内积 $\langle \cdot, \cdot \rangle$, 其引导的范数为 $\|\cdot\|$, 我们定义

$$\sigma = \frac{\|x(t_1)\|}{\|x(t_0)\|}, \quad (4)$$

σ 表示从 t_0 至 t_1 扰动的振幅平均增长率, σ 越大, 扰动振幅增长越快。 $\sigma > 1$, 表示扰动振幅是增加的, 此时即称之为有限时间不稳定^[14]。反之 $\sigma < 1$, 称为有限时间稳定的。而 $\sigma = 1$, 称为中性稳定的。

对(3)式两边取内积,

$$\|x'(t_1)\|^2 = \langle A(t_1, t_0)x'(t_0), A(t_1, t_0)x'(t_0) \rangle. \quad (5)$$

从而有

$$\|x'(t_1)\|^2 = \langle A^*(t_1, t_0)A(t_1, t_0)x'(t_0), x'(t_0) \rangle, \quad (6)$$

其中 A^* 是 A 的共轭算子。

尽管 A 一般是非对称阵, 但易证 A^*A 是正定对称阵。引进特征值问题

$$A^*Av = \lambda v. \quad (7)$$

(7)式也称为 A 的奇异值问题, v 称为奇异矢量, λ^2 称为奇异值。由泛函知识可知, 存在 $v_j (j = 1, 2, \dots, N)$, 在内积空间中是正交的。它们在内积空间中组成了一组完备正交基。记相应的奇异值为 $\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_N^2$ 。设 v_j 已标准归一化, 奇异值按从大到小的顺序排列。

对 $x'(t_0)$ 进行完备正交展开

$$x'(t_0) = \sum_{j=1}^N a_j v_j, \quad (8)$$

其中 $a_j = \langle x'(t_0), v_j \rangle$, 称为 $x'(t_0)$ 在 v_j 上的投影。(8)式代入(6)式, 利用 v_j 的正交归一性, 得

$$\|x'(t_1)\|^2 = \sum_{j=1}^N a_j^2 \lambda_j^2. \quad (9)$$

从而有

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^N a_j^2 \lambda_j^2 / \|x'(t_0)\|^2. \quad (10)$$

对(8)式取内积, 利用 v_j 的正交归一性得

$$\|x'(t_1)\|^2 = \sum_{j=1}^N a_j^2. \quad (11)$$

由(10)和(11)式可知: 有限时间扰动振幅的增长率决定于奇异值和初始扰动在不同奇异矢量上的投影(前者反映了基本场的作用, 后者反映了初始扰动本身结构的作用), 初始扰动在那些相应于大的奇异值的奇异矢量上投影越大, 扰动的振幅增长率就越大。

由(10)式还可以看到, 当 $x'(t_0)$ 平行于 v_j 时, 则

$$\sigma_j^2 = \lambda_j^2. \quad (12)$$

这就表明, 当初始扰动取为相应于大的 λ_j^2 的奇异矢量时, 扰动的振幅增长率就大。我们把相应于那些最大奇异值的奇异矢量称为有利发展扰动模。另外由(7)式可得

$$AA^*(Av) = \lambda^2(Av). \quad (13)$$

由于 AA^* 也是正定对称阵, 故以 v_j 为初值的扰动在演变过程中仍保持正交。这一正交性允许我们独立地逐一讨论 v_j 为初始扰动的演变。

奇异值问题(7)式的计算可以有两种方法。一种我们称之为直接法: 对方程(2)进行积分, 逐列求出 A (如文献[15]), 然后根据内积的定义求出 A^* , 再直接解 A^*A 的特征值问题。现在广泛采用的方法, 我们称之为共轭方程法。在以下计算中就采用这一方法。

引进(2)式的共轭方程

$$-\frac{dx^*}{dt} = L^* x^*, \quad (14)$$

其中 L^* 是 L 的共轭算子, x^* 是 x' 的共轭。对(14)式在 $t_1 \geq t \geq t_0$ 上反向时间积分, 则积分形式方程

$$x^*(t_0) = S(t_0, t_1) x^*(t_1). \quad (15)$$

(2)式对 $x^*(t)$ 取内积减去(14)式对 $x'(t)$ 取内积, 则得

$$\frac{d}{dt} \langle x'(t), x^*(t) \rangle = 0. \quad (16)$$

从而有

$$\langle x'(t_1), x^*(t_1) \rangle = \langle x'(t_0), x^*(t_0) \rangle. \quad (17)$$

将(3)式和(15)式代入(17)式, 则有

$$\langle A(t_1, t_0)x'(t_0), x^*(t_1) \rangle = \langle x'(t_0), S(t_0, t_1)x^*(t_1) \rangle. \quad (18)$$

因此有

$$A^*(t_1, t_0) = S(t_0, t_1). \quad (19)$$

由(19)式, 对给定 $x'(t_0)$, 可以通过积分线性方程(2)和相应的共轭方程(14)求出 $A^*Ax'(t_0)$ 的值. 具体计算如下: 以 $x'(t_0)$ 为初值积分方程(2)到 t_1 , 把积分得到的值作为共轭方程 $t = t_1$ 时的初值, 时间反向积分到 t_0 , 积分值即为 $A^*Ax'(t_0)$.

由此, 利用求特征值的幂正交化方法^[16], 就可以不象直接法那样具体求出 A 和 A^* 而解奇异值问题(7)式. 幂正交化方法的计算可归纳如下:

给定初始猜测阵 $Y^0 = [x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0M}]$, 其中 x_{0j} 按列置, 且两两正交, M 是所要求的特征值个数, 且 $M \leq N$. 计算

$$U^1 = A^*AY^0,$$

用 Gram-Schmidt 正交化方法, 对 U^1 正交化, 相当于进行如下计算:

$$Y^1 = U^1 R_1^{-1}.$$

R_1 称为正交化阵, 它是一个上三角阵.

然后再迭代, 即

$$U^{n+1} = A^*AY^n,$$

$$Y^{n+1} = U^{n+1} R_{n+1}^{-1},$$

n 是迭代步, 迭代直到 R_{n+1} 成为对角阵, R_{n+1} 的对角元即为按从大到小的顺序排列的奇异值, Z_{n+1} 的列即是相应的奇异矢量. 一般说来, 奇异值从大到小下降很快, 讨论有利发展扰动只要求较少几个奇异矢量, 这时这一方法可以比直接法的计算量小, 尤其当模式很复杂, N 特别大时, 这一方法更为有效.

三、基本模式

考虑具有强迫耗散的正压涡度方程

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + J(\psi, \zeta + f) + k \nabla^4 \zeta + \gamma \zeta = 0, \quad (20)$$

其中相对涡度 $\zeta = \nabla^2 \psi$, 其他符号同常用. 方程已无量纲化, 时间 t 由地球自转速度倒

数 Ω^{-1} 无量纲化, 长度由地球半径 a 无量纲化, 而流函数由 $a^2\Omega$ 无量纲化。相应于某一纬向不对称气候平均流, (20)式的线性化方程为

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + J(\bar{\psi}, \zeta') + J(\bar{\psi}', \bar{\zeta} + f) + k \nabla^4 \zeta' + \gamma \zeta' = 0, \quad (21)$$

这里“ $-$ ”表示气候平均, “ $'$ ”表示对气候平均的距平。

引进涡度拟能内积

$$(\zeta'_a, \zeta'_b) = \frac{1}{S} \int_S \zeta'_a \zeta'_b dS, \quad (22)$$

S 表示对全球积分, 在这内积下, (21)式的共轭方程为

$$-\frac{\partial \zeta^*}{\partial t} = J(\bar{\varphi}, \zeta^*) + \Delta^{-1} [J(\zeta^*, \bar{\zeta} + f)] - k \nabla^4 \zeta^* - \gamma \zeta^*, \quad (23)$$

其中 Δ^{-1} 表示拉普拉斯 ∇^2 的逆算子。 ζ^* 是 ζ 的共轭。

考虑球面大气, 用球谐函数谱方法求解方程(21)和(23)。采用三角截断近似, 那么有展开式

$$\zeta' = \sum_{m=0}^J \sum_{n=m}^J [(\zeta_n^m)^R \cos(m\lambda) + (\zeta_n^m)^I \sin(m\lambda)] P_n^m(\sin\theta), \quad (24)$$

$$\zeta^* = \sum_{m=0}^J \sum_{n=m}^J [(\zeta_n^{*m})^R \cos(m\lambda) + (\zeta_n^{*m})^I \sin(m\lambda)] P_n^m(\sin\theta). \quad (25)$$

记 $x = [\zeta_0^0, \zeta_1^0, \dots, (\zeta_n^m)^R, \dots, (\zeta_n^m)^I, \dots]$, 相应 $x^* = [\zeta_0^{*0}, \zeta_1^{*0}, \dots, (\zeta_n^{*m})^R, \dots, (\zeta_n^{*m})^I, \dots]$, 其中取 $m=1, 2, \dots, 21$ 。求解中, 采用了快速傅利叶变换和谱格点转换方法。

在谱截断近似下, (22)式成为

$$(x_a, x_b) = x_a^T x_b = x_b^T x_a, \quad (26)$$

即为欧几里德内积。由于讨论发展问题往往采用动能范数和流函数平方范数更合适, 为此引进更一般性的内积。

$$\langle x_a, x_b \rangle = (x_a, D x_b) \quad (27)$$

这里 D 为正定对称阵。如果 D 取如下值: 当 $i \neq j$ 时, $D_{ij} = 0$, 当 $i = j$ 且 $m=0$ 时, $D_{ij} = 1/2C_j^{2(2-s)}$, 当 $i = j$ 且 $m \neq 0$ 时, $D_{ij} = 1/C_j^{2(2-s)}$, 其中 $C_j = j(j+1)$ 。那么当 $s=0$, $\|x\|^2$ 表示全球平均流函数平方, 当 $s=1$ 时, $\|x\|^2$ 表示2倍全球平均动能, 当 $s=2$ 时, $\|x\|^2$ 表示全球平均涡度拟能。把它们统称为广义能量范数。

由上述讨论, 我们可以把求广义能量范数下前 M 个有利发展扰动模的计算过程归纳如下:

(1) 设初始猜测值 $y^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_m^{(0)})$, 使 $x_j^{(0)}$ 两两正交, 一般取 $x_j^{(0)} = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$ 即可。

(2) 以 $y^{(0)}$ 为 $t=0$ 时初值, 积分(21)式的谱方程到 t_1 , 得到 $U^{(1)}$, 计算 $V^{(1)} = D U^{(1)}$ 。

(3) 以 $V^{(1)}$ 为 $t=t_1$ 时的初值, 反向时间积分共轭方程(23)的谱方程到 $t=t_0$, 得

到 $Z^{(1)}$ 。

(4) 将 $Z^{(1)}$ 正交化, 即 $y^{(1)} = Z^{(1)} R_1^{-1}$ 。

重复步骤 1—4, 直到收敛精度。此时 R 的对角元即为由大到小排列的特征值, 而有利发展扰动模为 $x = D^{-1}y$ 。

四、正规模分析

对方程(21)的谱方程, 利用 Hoskins^[1]所用的技术总可以写成如下形式

$$\frac{dx}{dt} = Lx, \quad (28)$$

其中系数阵 L 由气候平均状态所决定, 反映了基本场的作用。 L 是一个密矩阵, 一般是非对称的, 由于采用三角截断的球谱函数谱模式 T21, x 的维数为 $N = (21 + 1)(21 + 2) = 506$ 。

若存在数 λ 和矢量 v 满足

$$Lv = \lambda v, \quad (29)$$

则称 λ 为特征值, v 为特征矢量。如果 A 非对称, λ 和 v 可以是复的。

考虑 L 存在 M 个线性无关特征矢量 $v_1, v_2, \dots, v_m$, 相应特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ 。设有如下展开式:

$$x = \sum_{j=1}^M x_j v_j. \quad (30)$$

将(30)式代入(28)式, 得

$$\sum_{j=1}^M \frac{dx_j}{dt} v_j = \sum_{j=1}^M x_j \lambda_j v_j. \quad (31)$$

由于 $v_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 线性无关, 则可得

$$\frac{dx_j}{dt} = \lambda_j x_j. \quad (32)$$

则有

$$x_j(t) = x_j(0)e^{\lambda_j t}. \quad (33)$$

从而有

$$x(t) = \sum_{j=1}^M x_j(0)e^{\lambda_j t} v_j. \quad (34)$$

解(33)式即称为正规模。而 $\lambda_j = \sigma_j + i\omega_j$, σ_j 是 λ_j 的实部, 称为正规模的增长率, ω_j 是 λ_j 的虚部, 是正规模的振荡频率。

由(33)式和(34)式可知, 当 $\sigma_j > 0$ 时, 正规模振幅将指数增长。此时即称之为正规模不稳定。反之, $\sigma_j \leq 0$ 时, 称为中性稳定和稳定。

下面将计算 σ_j , 以表明正规模不稳定是否可以解释夏季遥相关型的发展。在以下的计算中, 包括下一节的计算, 基本状态取北半球 7 月份 300 hPa 的气候平均流, 资料

来自欧洲中期天气预报中心的 1980—1989 年的 10 年平均风场。其中取流函数南半球同北半球反对称。取耗散系数 $k=2.386 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ ，相当于模式中的最小波衰减时间为 4 天。而 Rayleigh 摩擦系数 γ 作为可调参数，讨论不同取值对结果的影响。在这里，分别取 γ 为 0 和相当于 e-折衰减时间 11 天进行了计算。

计算结果表明，用正规模不稳定不可能解释遥相关型的发展。表 1 中给出了 γ 取值为零时的最大前 12 个 σ_j ，从表中可以看到，即使是第 1 个最不稳定模态，e-倍增长时间达 33.6 天之多，而到第 10 个已变成负值，正规模态是稳定的，Simmons 等^[7]认为正规模增长率表示总体增长率，局地增长率可以更大些，但要大到足以解释遥相关型的发展无疑是困难的。其实，实际大气具有摩擦，当 Rayleigh 摩擦的 e-折衰减时间小于 33.6 天，所有正规模都是稳定的了。例如表 2 给出了 $\gamma=11 \text{ d}^{-1}$ 的计算结果，此时不仅每一正规模都稳定，而且还有相当大的衰减率。

表 1 $\gamma=0$ 时正规模增长率

序 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
增长率 ($10^{-2} \Omega$)	0.473	0.379	0.350	0.270	0.113	0.063	0.031	0.024	-0.014	-0.078	-0.122	-0.182
e-倍时间 (d)	33.6	41.9	45.3	58.7	140.1	252.1	507.4	651.9	-999.8	-203.6	-140.0	-87.0

表 2 $\gamma=11 \text{ d}^{-1}$ 时正规模增长率

序 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
增长率 ($10^{-2} \Omega$)	-0.937	-1.050	-1.081	-1.144	-1.304	-1.355	-1.356	-1.361	-1.378	-1.393	-1.459	-1.521
e-倍时间 (d)	-18.7	-15.9	-15.4	-14.6	-12.8	-12.4	-12.3	-12.2	-12.1	-12.0	-11.4	-11.0

由于 A 的非对称性，一般说来线性无关的特征矢量的个数 M 小于线性方程组的维数 N ，也就是线性无关的特征矢量不是一组完备正交基底。而且这 M 个矢量一般是非正交的。这样正规模方法就有两个缺陷：一是正规模方法不能刻划任意初值的不稳定增长，二是几个正规模的线性组合的增长率可以比单个正规模的增长率更大。由于奇异矢量是完备正交的，从而克服了这些缺陷，并可望有利发展扰动的增长率比正规模可大得多。

五、有利发展扰动型分析

在以下有利扰动型的计算中，均取 $\gamma=11 \text{ d}^{-1}$ ，这一取值同许多研究中的取值相近(如文献[2,13])。观测研究表明，遥相关型一般在一周时间内完全建立^[10]。为此我们分别计算演变时间即 $t_1 - t_0$ 为 4 天、6 天和 8 天的有利发展扰动。计算中都取动能范数。

表 3 给出了演变时间分别为 4 天、6 天和 8 天的相应于前 12 个扰动模 v_j 的平均增幅增长率 σ_j 。对 4 天的演变可以看到，前 12 个扰动模都是增长的。其中第 1 个振幅增长到

表 3 演变时间为 4 天、6 天和 8 天前 12 个扰动模增幅增长率

序 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4 天	2.54	2.26	2.21	2.12	2.03	1.92	1.87	1.70	1.61	1.55	1.43	1.36
6 天	3.01	2.72	2.34	2.01	1.93	1.80	1.70	1.42	1.41	1.32	1.30	1.26
8 天	3.26	2.85	2.19	1.90	1.79	1.64	1.51	1.37	1.26	1.19	1.14	1.10

初值的 2.54 倍, 而前 5 个都增长到了两倍以上。演变时间为 6 天时, 前 12 个也都是增长的, 第 1 个已增长到 3.00 倍, 前 4 个超过了两倍, 而第 5 个近于两倍。当演变时间为 8 天, 前 12 个模还都是增长的, 其中第 1 个增到了 3.25 倍, 前 3 个在两倍以上。

从这些结果可以看到, 同正规规模的振幅都是衰减根本不同, 有利发展扰动分析表明了许多初始扰动是发展的, 且具有相当大的增长率。前 4 到 5 个扰动模的增长率接近于实际大气中遥相关型的发展。由于 σ_j 是平均增长率, 实际上局部区域的增长率还将更大(这在后面还将具体讨论)。因此, 那些最有利发展扰动型的增长率同实际大气的遥相关型发展相一致。

那么有利发展扰动型有什么特征呢? 图 1 到图 5 分别给出了演变时间为 8 天的前 5 个有利发展扰动模及其演变到第 8 天的状态。从图 1a 和图 2a 可以看到, 前 2 个有利发展扰动模的主要扰动位于东南亚到中太平洋区域, 其中第 1 个模同第 2 个模除位相差 $1/4$ 外结构基本相同。这一主要扰动区正是位于中太平洋到东亚的主要急流区南侧, 从图 3a 和 4a 可以看到, 第 3 和第 4 个有利发展扰动模的主要扰动位于南美到大西洋中部的区域, 这两个模态扰动也差 $1/4$ 位相。而这些扰动区位于大西洋急流的南侧。图 5a 是第 5 个模态, 主要扰动位于非洲北部, 它也位于急流中心的南侧。这些有利发展扰动模中的扰动结构具有很有意义的共同特征: 呈所谓的“导式结构”, 扰动尺度较小, 相当纬向 6—7 波的波长。这些结构特征正是波包理论^[17,18]所预言的。波包理论表明扰动的这种结构特征, 有利于它从基本流获取动能而迅速发展。

下面将表明, 这些最有利发展扰动模都演变到相应于实际大气遥相关型的结构。从图 1b 和图 2b 可以看到, 第 1 和第 2 模态演变到第 8 天时, 最大振幅扰动中心主要位于东北太平洋到北美, 此时扰动尺度已明显加大, 纬向变成约为 4 波。分析扰动的逐日演变, 当扰动从西太平洋向东北传播到东北太平洋后, 主要扰动中心就准静止在东北太平洋, 不再有明显的移动。这些特征表明, 它们同实际观测到的位于北太平洋的遥相关型十分一致^[19,20]。从图 3b 和 4b 可以看到, 第 3 和第 4 模态演变到第 8 天, 最大振幅的

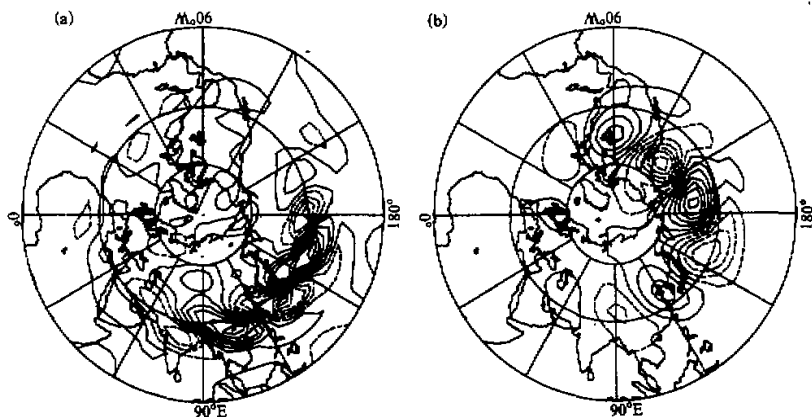


图 1 演变时间为 8 天

(a) 第 1 有利发展扰动模; (b) 演变到第 8 天的遥相关结构

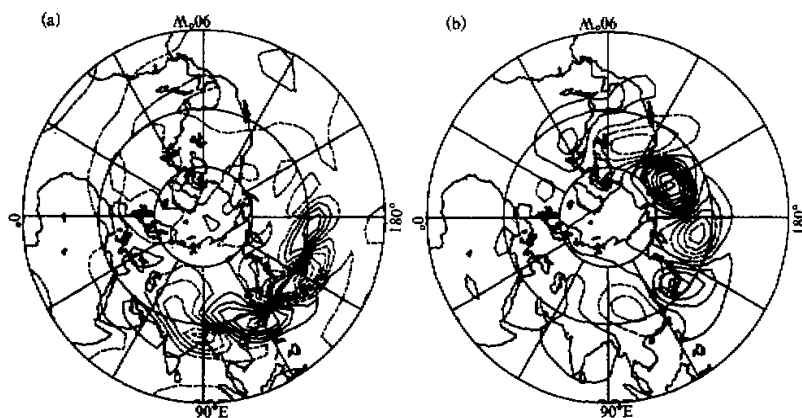


图2 第2有利发展扰动模

其他同图1

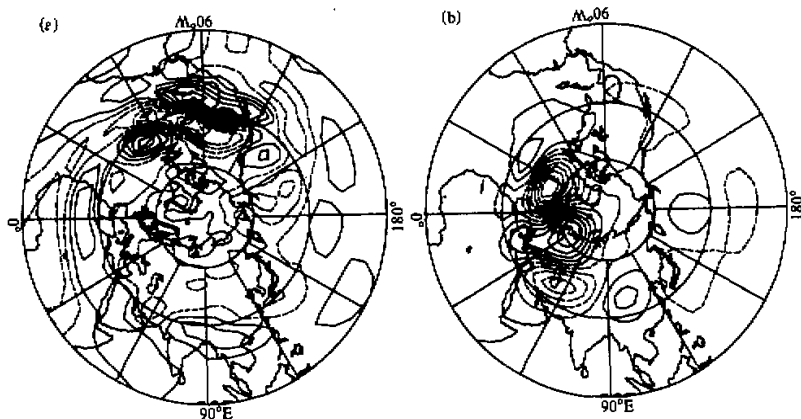


图3 第3有利发展扰动模

其他同图1

扰动主要位于东北大西洋和欧洲北部,此时尺度也增大到纬向约为4波,我们也分析其逐日演变,当主要扰动向东北传播到东北大西洋和欧洲北部以后,也变成准静止状态。这些特征表明第3和第4扰动模演变成了北大西洋遥相关型^[19,20]。由图5b可以看到,第5模态演变到第8天,最主要的扰动位于西太平洋的急流南侧。逐日分析表明,初始位于非洲北部的主要扰动,沿着急流南侧,不断向东传播,振幅不断加大。这些特征相应于南欧亚大陆型遥相关型,这支遥相关型最近受到较大重视^[20,2]。

Blackmon^[19]的观测研究表明,低频遥相关型可以分为两类:长时间尺度(大于30天)和中间时间尺度(10—30天)遥相关型。前者具有偶极子结构。后者具有波列结构,其活动中心向下游发展,沿纬向弯曲的射线传播。我们的遥相关型只是同中间时间尺度遥相关型相一致,而月平均资料中得到的遥相关型是不尽相同的。这是需要注意的。

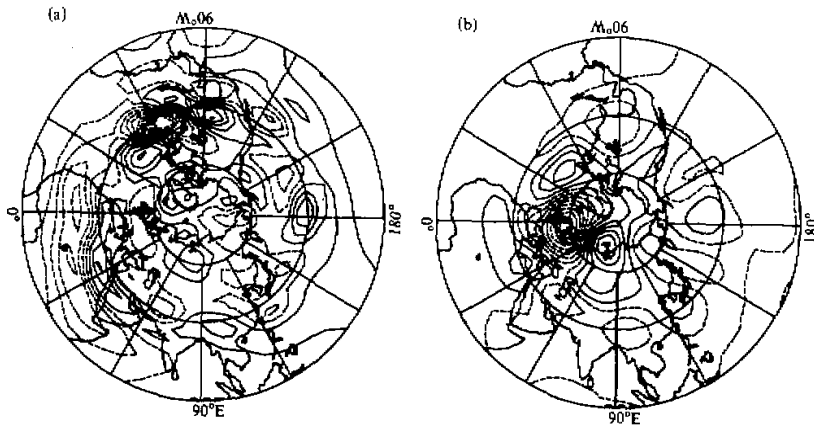


图 4 第 4 有利发展扰动模
其他同图 1

讨论有利扰动模增长率时曾指出, σ_j 表示平均振幅增长率, 而局地的扰动可以有更大的增长率。从图 1 到图 5 可以看到, 无论是有利发展扰动模的初始状态, 还是演变到第 8 天的状态, 都表现出强烈的局地特征。为了表明局地有更大增长率, 计算了前 5 个模态各自的扰动最主要的正负中心增长率。表 4 给出的是演变时间为 6 天的结果, 可以看到 5 个模态最主要扰动中心的增长率都在 3.5 倍以上, 其中第 1 个达到 4.2 倍, 而演变时间为 8 天(表 5), 5 个模态的最主要扰动中心的增长率也在 3.5 倍以上, 第 1 个达 5.3 倍。扰动中心这样的增长率, 同实际遥相关型的发展是比较一致的。

表 4 演变时间 6 天前 5 个有利发展扰动模演变
到第 6 天的扰动函数最主要正负中心增长率

序 号	1	2	3	4	5
正中心	4.20	2.88	2.95	3.60	3.40
负中心	3.85	4.00	3.75	3.31	2.61

表 5 除了演变时间为 8 天, 其他同表 4

序 号	1	2	3	4	5
正中心	5.32	4.55	3.75	3.75	3.55
负中心	4.90	4.00	3.75	3.20	1.80

六、结论与讨论

本文详细描述了计算有利发展扰动型的概念及其计算问题。把有利发展扰动型的计算提成为解一个奇异值的问题。奇异矢量提供了有利发展的初始扰动模, 而相应的特征值则给出了这一扰动模在给定时间内的振幅增长率。在奇异值的计算中我们引进了共振方程和幂正交化方法, 从而使计算易于实现。值得指出, 虽然本文的计算中基本状态是定常, 但这一方法也适用于计算基本状态为时间演变的情况, 这对误差增长的分析是十分重要的。

在夏季 7 月 300hPa 纬向不对称气候平均流和通常所取的摩擦耗散参数下, 有利发展扰动型的计算分析表明, 那些最有利发展扰动模的振幅增长率同实际大气遥相关型的发展相一致。对演变过程的分析还表明它们的结构都演变到同实际遥相关型相一致的结构状

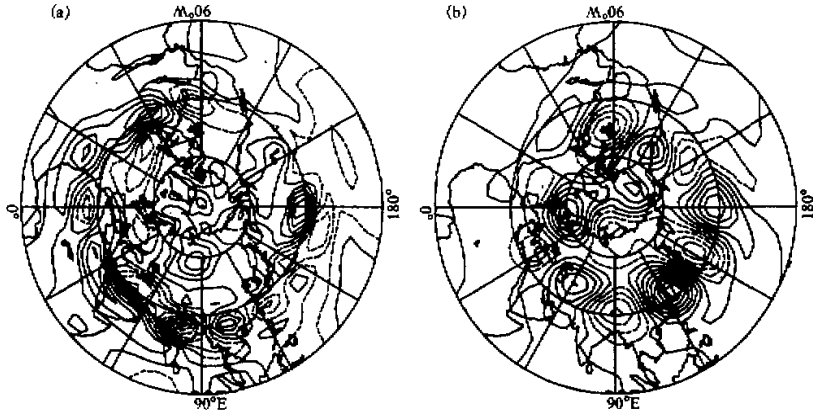


图5 第5有利发展扰动模

其他同图1

态。从而说明, 至少一部分夏季遥相关型可以是有利发展扰动模的发展的结果。而正规模的分析表明, 正规模的不稳定增长率很小, 难以解释实际大气遥相关型的建立过程。

有利发展扰动模具有很强的局地特征, 主要扰动位于急流中心的南侧区域, 且呈导式结构。它们的初始尺度都较小, 纬向尺度大约相当于纬向7波的波长。在演变过程中尺度逐渐增大到约为纬向4波。这些特征定性上同波包理论的结果相一致。

遥相关型建立的动力学解释中, 正压不稳定机制很受重视。但在以前, 正压不稳定分析主要采用的是正规模方法, 由于正规模的不稳定增长率不足以解释遥相关型的发展而受到怀疑。我们的结果表明了, 至少部分实际大气的遥相关型可以不依赖于异常外源强迫, 而仅依赖于纬向不对称气候平均流下正压过程即正压能量转换而建立, 但它们的发展须依赖于具有比正规模更大增长率的有利发展扰动型。

致 谢: 完成本文过程中丑纪范教授和李崇银研究员提出了宝贵意见, 曾与任舒展博士就连续谱问题进行了有益的讨论, 在此一并致谢。

参 考 文 献

- [1] Hoskins, B.J. et al., 1981, The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 1179—1196.
- [2] Hoskins, B.J. et al., 1993, Rossby wave propagation on a realistic longitudinally varying flow, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 1661—1676.
- [3] Horel, J. D. et al., 1981, Planetary-scale atmospheric phenomena associated the Southern Oscillation, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 813—829.
- [4] Lau, N.-C., 1981, A diagnostic study of recurrent meteorological anomalies appearing in a 15-year simulation with a GFDL general circulation model, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 2287—2311.
- [5] Geisler, J.E. et al., 1985, Sensitivity of January climate response to the magnitude and position of equatorial Pacific sea surface temperature anomalies, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 1037—1049.
- [6] Lau K.-M. et al., 1992, Dynamics of atmospheric teleconnections during the northern summer, *J. Climate*, **5**, 142—158.

- [7] Simmons, A. J. et al., 1983, Barotropic wave propagation, instability and atmospheric teleconnection patterns, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1263—1392.
- [8] Branstator, G. W., 1985, Analysis of general circulation model sea surface temperature anomaly simulations using a linear model, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 2225—2254.
- [9] Frederiksen, J. S., 1988, Alternative theories of atmospheric teleconnections and low frequency fluctuations, *Rev. Geophys.*, **26**, 459—494.
- [10] Dole, R. M., 1986, The life cycles of persistent anomalies and blocking over the northern Pacific, *Rev. Geophys.*, **29**, 31—69.
- [11] 李金龙, 纪立人, 1994, 夏季北半球 500hPa 位势高度持续性异常的地理分布及区域特征, *大气科学*, **18**, 164—172.
- [12] 任舒展, 1993, 准地转模型中的连续槽动力学理论及大气环流中的应用, 中国科学院大气物理研究所博士论文.
- [13] Borges, M. D. et al., 1992, Barotropic instability and optimal perturbations of observed nonzonal flows, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 335—354.
- [14] Molteni, F. et al., 1993, Predictability and finite-time instability of the northern winter circulation, *Quarter J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 269—298.
- [15] Lorenz, 1965, A study of the predictability of a 28 variables atmospheric model, *Tellus*, **17**, 321—333.
- [16] 冯 康, 1981, 数值计算方法, 国防工业出版社, 北京, 402—420.
- [17] 卢佩生, 曾庆存, 1981, 正压大气扰动的演变, *大气科学*, **5**, 1—8.
- [18] Zeng Qingcun, 1982, On the evolution and interaction of disturbances and zonal flow in rotation barotropic atmosphere, *J. Meteor. Soc. Japan*, **60**, 24—31.
- [19] Blackmon, M. L. et al., 1984, Horizontal structure of 500 mb height fluctuations with long, intermediate and short time scales, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 961—979.
- [20] Hsu, H.-H. et al., 1992, Global teleconnections in the 250 mb streamfunction field during the Northern Hemispheric winter, *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1169—1190.

Preferred Perturbations of Growth in the Barotropic Atmosphere and Dynamics of Teleconnection

Li Zhijin and Ji Liren

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract

The goal of this study is to determine whether the generation of teleconnection patterns can result solely from the internal barotropic processes of the zonally varying climatological flow in the northern summer. The results of analysis of normal modes indicate that the growth rate of unstable normal modes is insufficient to explain the generation of realistic teleconnection patterns. Then, a concept of preferred perturbation of growth is introduced. An approach to find the preferred perturbances of growth is described in detail. The results of calculations show that the amplification rate of the leading preferred perturbations of growth is consistent with that of realistic teleconnection patterns. Moreover, they evolve into the structure of realistic teleconnection patterns. The preferred perturbation of growth possesses highly localized spatial structures with the wavetrain appearance, most of them are localized to the south of regions of the jet cores. It is suggested that at least some of teleconnection patterns can form as a consequence of internal barotropic processes of the zonally asymmetrical basic state, but depend on the preferred perturbations of growth, which have larger growth rate than that of unstable normal modes.

Key words: barotropic atmosphere; teleconnection pattern; preferred perturbation of growth; singular value and vector.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000
1001
1002
1003
1004
1005
1006
1007
1008
1009
1010
1011
1012
1013
1014
1015
1016
1017
1018
1019
1020
1021
1022
1023
1024
1025
1026
1027
1028
1029
1030
1031
1032
1033
1034
1035
1036
1037
1038
1039
1040
1041
1042
1043
1044
1045
1046
1047
1048
1049
1050
1051
1052
1053
1054
1055
1056
1057
1058
1059
1060
1061
1062
1063
1064
1065
1066
1067
1068
1069
1070
1071
1072
1073
1074
1075
1076
1077
1078
1079
1080
1081
1082
1083
1084
1085
1086
1087
1088
1089
1090
1091
1092
1093
1094
1095
1096
1097
1098
1099
1100
1101
1102
1103
1104
1105
1106
1107
1108
1109
1110
1111
1112
1113
1114
1115
1116
1117
1118
1119
1120
1121
1122
1123
1124
1125
1126
1127
1128
1129
1130
1131
1132
1133
1134
1135
1136
1137
1138
1139
1140
1141
1142
1143
1144
1145
1146
1147
1148
1149
1150
1151
1152
1153
1154
1155
1156
1157
1158
1159
1160
1161
1162
1163
1164
1165
1166
1167
1168
1169
1170
1171
1172
1173
1174
1175
1176
1177
1178
1179
1180
1181
1182
1183
1184
1185
1186
1187
1188
1189
1190
1191
1192
1193
1194
1195
1196
1197
1198
1199
1200
1201
1202
1203
1204
1205
1206
1207
1208
1209
1210
1211
1212
1213
1214
1215
1216
1217
1218
1219
1220
1221
1222
1223
1224
1225
1226
1227
1228
1229
1230
1231
1232
1233
1234
1235
1236
1237
1238
1239
1240
1241
1242
1243
1244
1245
1246
1247
1248
1249
1250
1251
1252
1253
1254
1255
1256
1257
1258
1259
1260
1261
1262
1263
1264
1265
1266
1267
1268
1269
1270
1271
1272
1273
1274
1275
1276
1277
1278
1279
1280
1281
1282
1283
1284
1285
1286
1287
1288
1289
1290
1291
1292
1293
1294
1295
1296
1297
1298
1299
1300
1301
1302
1303
1304
1305
1306
1307
1308
1309
1310
1311
1312
1313
1314
1315
1316
1317
1318
1319
1320
1321
1322
1323
1324
1325
1326
1327
1328
1329
1330
1331
1332
1333
1334
1335
1336
1337
1338
1339
1340
1341
1342
1343
1344
1345
1346
1347
1348
1349
1350
1351
1352
1353
1354
1355
1356
1357
1358
1359
1360
1361
1362
1363
1364
1365
1366
1367
1368
1369
1370
1371
1372
1373
1374
1375
1376
1377
1378
1379
1380
1381
1382
1383
1384
1385
1386
1387
1388
1389
1390
1391
1392
1393
1394
1395
1396
1397
1398
1399
1400
1401
1402
1403
1404
1405
1406
1407
1408
1409
1410
1411
1412
1413
1414
1415
1416
1417
1418
1419
1420
1421
1422
1423
1424
1425
1426
1427
1428
1429
1430
1431
1432
1433
1434
1435
1436
1437
1438
1439
1440
1441
1442
1443
1444
1445
1446
1447
1448
1449
1450
1451
1452
1453
1454
1455
1456
1457
1458
1459
1460
1461
1462
1463
1464
1465
1466
1467
1468
1469
1470
1471
1472
1473
1474
1475
1476
1477
1478
1479
1480
1481
1482
1483
1484
1485
1486
1487
1488
1489
1490
1491
1492
1493
1494
1495
1496
1497
1498
1499
1500
1501
1502
1503
1504
1505
1506
1507
1508
1509
1510
1511
1512
1513
1514
1515
1516
1517
1518
1519
1520
1521
1522
1523
1524
1525
1526
1527
1528
1529
1530
1531
1532
1533
1534
1535
1536
1537
1538
1539
1540
1541
1542
1543
1544
1545
1546
1547
1548
1549
1550
1551
1552
1553
1554
1555
1556
1557
1558
1559
1560
1561
1562
1563
1564
1565
1566
1567
1568
1569
1570
1571
1572
1573
1574
1575
1576
1577
1578
1579
1580
1581
1582
1583
1584
1585
1586
1587
1588
1589
1590
1591
1592
1593
1594
1595
1596
1597
1598
1599
1600
1601
1602
1603
1604
1605
1606
1607
1608
1609
1610
1611
1612
1613
1614
1615
1616
1617
1618
1619
1620
1621
1622
1623
1624
1625
1626
1627
1628
1629
1630
1631
1632
1633
1634
1635
1636
1637
1638
1639
1640
1641
1642
1643
1644
1645
1646
1647
1648
1649
1650
1651
1652
1653
1654
1655
1656
1657
1658
1659
1660
1661
1662
1663
1664
1665
1666
1667
1668
1669
1670
1671
1672
1673
1674
1675
1676
1677
1678
1679
1680
1681
1682
1683
1684
1685
1686
1687
1688
1689
1690
1691
1692
1693
1694
1695
1696
1697
1698
1699
1700
1701
1702
1703
1704
1705
1706
1707
1708
1709
1710
1711
1712
1713
1714
1715
1716
1717
1718
1719
1720
1721
1722
1723
1724
1725
1726
1727
1728
1729
1730
1731
1732
1733
1734
1735
1736
1737
1738
1739
1740
1741
1742
1743
1744
1745
1746
1747
1748
1749
1750
1751
1752
1753
1754
1755
1756
1757
1758
1759
1760
1761
1762
1763
1764
1765
1766
1767
1768
1769
1770
1771
1772
1773
1774
1775
1776
1777
1778
1779
1780
1781
1782
1783
1784
1785
1786
1787
1788
1789
1790
1791
1792
1793
1794
1795
1796
1797
1798
1799
1800
1801
1802
1803
1804
1805
1806
1807
1808
1809
1810
1811
1812
1813
1814
1815
1816
1817
1818
1819
1820
1821
1822
1823
1824
1825
1826
1827
1828
1829
1830
1831
1832
1833
1834
1835
1836
1837
1838
1839
1840
1841
1842
1843
1844
1845
1846
1847
1848
1849
1850
1851
1852
1853
1854
1855
1856
1857
1858
1859
1860
1861
1862
1863
1864
1865
1866
1867
1868
1869
1870
1871
1872
1873
1874
1875
1876
1877
1878
1879
1880
1881
1882
1883
1884
1885
1886
1887
1888
1889
1890
1891
1892
1893
1894
1895
1896
1897
1898
1899
1900
1901
1902
1903
1904
1905
1906
1907
1908
1909
1910
1911
1912
1913
1914
1915
1916
1917
1918
1919
1920
1921
1922
1923
1924
1925
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
1936
1937
1938
1939
1940
1941
1942
1943
1944
1945
1946
1947
1948
1949
1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001