

圆形涡旋中的惯性重力内波 不稳定和对称不稳定*

费建芳 陆汉城

(空军气象学院, 南京 211101)

摘 要 用 Boussinesq 近似下的轴对称径向二维柱坐标系中的线性扰动方程组, 讨论了圆形大气涡旋系统中扰动的惯性重力不稳定和对称不稳定。在环境为正压情形时, 惯性重力内波不稳定的条件为 $(\mu_r / R_0)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0$; 当环境为斜压时, 具有平行型扰动特征的惯性重力波发展的条件为 $Ri^* < 1 - [(3/2) + m]^{-2}$, 此时表现为对称不稳定。可见, 惯性重力内波不稳定和对称不稳定都可作为台风、气旋一类圆形涡旋中扰动形成和发展的机制。

关键词 圆形涡旋 惯性重力内波不稳定 对称不稳定

1 引言

观测表明, 锋面云和降水经常以中尺度带状型式出现, 并与锋和热成风相平行^[1, 2]。Bennetts 和 Hoskins^[3]及张可苏^[4]等从理论上用对称不稳定的概念对此进行了合理的解释。同时观测也发现, 气旋风暴中非锋面的暖区雨带也常有类似的特征^[5]。例如, 台风、气旋一类圆形大气涡旋中存在着一一条或数条螺旋云雨带。对台风而言, 它们是由小块对流云逐渐演变而成的, 并且云雨带大体沿径向方向传播, 说明大气涡旋运动中伴随有中尺度扰动的发展和传播。刘式适、杨大升^[6]指出惯性重力波是台风螺旋结构形成的主要机制。1966年, Ooyama^[7]首先研究了斜压涡旋中的发展型扰动, 后来这种机制主要用于解释锋面雨带和飑线的启动^[3, 4]。本文在柱坐标中讨论了环境为正压情形下圆形大气涡旋中的惯性重力不稳定, 以及斜压涡旋的对称不稳定问题。

2 基本方程组

在 Boussinesq 近似下, 考虑台风之类的近似圆形系统具有轴对称性($\partial / \partial \lambda = 0$), 则径向平面(二维)柱坐标系中线性化后的方程组为

1993-06-29 收到, 1994-08-22 收到再改稿

* 国家自然科学基金资助项目

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} - f_1 v' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial r} = 0, \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + f_2 u' + \frac{\partial \Omega r}{\partial z} w' = 0, \\ \frac{\partial w'}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} - g \frac{\theta'}{\theta} = 0, \\ \frac{\partial \theta'}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r} u' + \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} w' = 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial r u'}{\partial r} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $f_1 = 2\Omega + f$, $f_2 = f_1 + r \partial \Omega / \partial r$, $\bar{V} = \Omega(r, z) \cdot r$, Ω 为环境场涡旋运动的旋转角速度, f 为地转参数。圆形涡旋系统的环境场分别满足静力平衡、梯度风平衡和热成风平衡, 即

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = g, \\ \frac{\bar{V}^2}{r} + f \bar{V} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r}, \\ (2\Omega + f) \frac{\partial \Omega r}{\partial z} = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r}, \end{cases} \quad (2)$$

引入参数 F 、 M 和 N :

$$\begin{aligned} F^2 &= f_1 f_2 = (2\Omega + f) \left(2\Omega + f + r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right), \\ M^2 &= f_1 \frac{\partial \Omega r}{\partial z} = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r}, \\ N^2 &= \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}, \end{aligned}$$

其中 F^2 为惯性稳定度参数, 当 $F^2 > 0$ 时, 为惯性稳定; 当 $F^2 < 0$ 时, 为惯性不稳定。 M^2 为斜压性参数, 当 $M^2 = 0$ 时, 环境场为正压; 当 $M^2 \neq 0$ 时, 环境场为斜压。 N^2 为层结稳定度参数, 或 Brunt-Vaisala 频率, 当 $N^2 > 0$ 时, 层结稳定; $N^2 < 0$ 时, 层结不稳定。且在通常情形下有: $|F^2| \ll |M^2| \ll |N^2|$ 。

由方程组(1)可得

$$\left(\frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial z} + F^2 \frac{\partial}{\partial z} - M^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) u' - \left(\frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial r} - M^2 \frac{\partial}{\partial z} + N^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) w' = 0, \quad (3)$$

这儿已假定 $\frac{\partial}{\partial r}(F^2, M^2, N^2) \approx 0$, $\frac{\partial}{\partial z}(F^2, M^2, N^2) \approx 0$ 。由方程(1)第 5 式可引入流函数 ψ , 即

$$u' = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w' = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r},$$

代入(3)式得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2\right)r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + F^2\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - 2M^2\frac{\partial^2\psi}{\partial z\partial r} + \frac{M^2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

这就是讨论圆形大气涡旋中惯性重力波发展的控制方程。

3 $M^2 = 0$ 条件下惯性重力内波的不稳定

$M^2 = 0$, 即不考虑环境场的垂直风切变, 此时(4)式可化为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2\right)r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + F^2\right)\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0. \quad (5)$$

方程(5)取如下侧边界条件

$$\left.\frac{\psi}{r}\right|_{r=0} < \infty, \quad \left.\frac{\psi}{r}\right|_{r=R_0} = 0, \quad (6)$$

R_0 为圆形涡旋的半径。同时令

$$\psi = \Psi(r)e^{i(nz - \omega t)}, \quad (7)$$

其中 n 为 z 方向的波数, ω 为圆频率。(7)式代入(5)式得

$$(N^2 - \omega^2)r\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d\Psi}{dr}\right) - (F^2 - \omega^2)n^2\Psi = 0, \quad (8)$$

令

$$\lambda = \frac{\omega^2 - F^2}{N^2 - \omega^2}n^2, \quad (9)$$

则(8)式变成

$$r\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d\Psi}{dr}\right) + \lambda\Psi = 0, \quad (10)$$

令 $y = r^{-1}\Psi$, 则有

$$\frac{d\Psi}{dr} = y + r\frac{dy}{dr}, \quad (11)$$

$$\frac{d^2\Psi}{dr^2} = r\frac{d^2y}{dr^2} + 2\frac{dy}{dr}, \quad (12)$$

代入(10)式, 有

$$r^2\frac{d^2y}{dr^2} + r\frac{dy}{dr} + (\lambda r^2 - 1)y = 0, \quad (13)$$

上式即为关于 y 的带参数 λ 的一阶 Bessel 方程, 故(13)式的通解为

$$y(r) = A_1 J_1(\sqrt{\lambda}r) + A_2 Y_1(\sqrt{\lambda}r), \quad (14)$$

或

$$\Psi(r) = A_1 r J_1(\sqrt{\lambda}r) + A_2 r Y_1(\sqrt{\lambda}r), \quad (15)$$

其中 J_1 为第一类的一阶 Bessel 函数, Y_1 为第二类的一阶 Bessel 函数 (或 Neumann 函

数), A_1 、 A_2 为任意常数。

当 $r=0$ 时, $Y_1(0) \rightarrow \infty$, 即 Neumann 函数在 $r=0$ 处有奇性, 考虑侧边界条件

$$\left. \frac{\psi}{r} \right|_{r=0} < \infty, \text{ 即 } \left. \frac{\Psi}{r} \right|_{r=0} < \infty, \text{ 故必有 } A_2 = 0.$$

$$\text{又当 } r=R_0 \text{ 时, } \left. \frac{\psi}{r} \right|_{r=R_0} = 0, \text{ 即 } \left. \frac{\Psi}{r} \right|_{r=R_0} = 0, \text{ 则有}$$

$$A_1 J_1(\sqrt{\lambda} R_0) = 0.$$

假定 $J_1(\sqrt{\lambda} R_0)$ 的零点为 μ_j ($j=1, 2, 3, \dots$), 则

$$\sqrt{\lambda} R_0 = \mu_j, \quad (j=1, 2, 3, \dots)$$

故方程(10)的本征值为

$$\omega^2 = \frac{(\mu_j / R_0)^2 N^2 + n^2 F^2}{(\mu_j / R_0)^2 + n^2}. \quad (16)$$

该频率方程与刘式适、刘式达^[8]在不考虑基流的非弹性近似下的结果类似。

相应(10)式的本征函数为

$$\Psi(r) = \left\{ A_1 r J_1 \left(\frac{\mu_j}{R_0} r \right) \right\}. \quad (j=1, 2, 3, \dots) \quad (17)$$

由(16)式可知:

(1) 若 $F^2 > 0$ 且 $N^2 > 0$, 则 $\omega^2 > 0$, 即惯性稳定和层结稳定时, 惯性重力内波也稳定。

(2) 若 $(\mu_j / R_0)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0$, 则 $\omega^2 < 0$, 故惯性重力内波不稳定。因此圆形大气涡旋中扰动发展的判据为

$$\left(\frac{\mu_j}{R_0} \right)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0, \quad (18)$$

要满足上式, 则有三种可能:

① $N^2 < 0$ 且 $F^2 < 0$, 则(18)式成立。即层结不稳定和惯性不稳定, 圆形大气涡旋中的扰动发展;

② $N^2 < 0$, $F^2 > 0$, 但 $(\mu_j / R_0)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0$, 即层结不稳定, 惯性稳定时, 圆形大气涡旋中的扰动也可发展;

③ $N^2 > 0$, $F^2 < 0$, 但 $(\mu_j / R_0)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0$, 即层结稳定, 惯性不稳定时, 圆形大气涡旋中的扰动仍可发展。

综合(1)、(2)两结论, 可归纳为图 1。

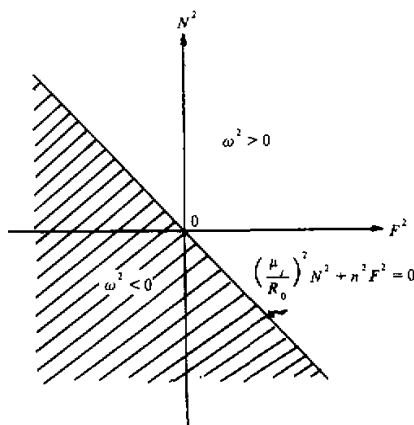


图 1 $M^2=0$ 时, 圆形涡旋中扰动的不稳定区 (阴影区)

4 $M^2 \neq 0$ 时惯性重力波的对称不稳定

$M^2 \neq 0$ 时, 不仅考虑了惯性稳定性和层结稳定性对圆形涡旋系统发展的影响, 同时也考虑了垂直风切变(斜压性)对系统的作用。

令 $s = ir$, 其中 $i = \sqrt{-1}$, 则

$$\begin{aligned}\frac{\partial \psi}{\partial r} &= i \frac{\partial \psi}{\partial s}, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} &= -\frac{\partial^2 \psi}{\partial s^2},\end{aligned}$$

这样, (4)式可化为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + N^2\right)\left(-\frac{\partial^2 \psi}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial \psi}{\partial s}\right) + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + F^2\right)\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - 2M^2 i \frac{\partial^2 \psi}{\partial s \partial z} + \frac{M^2}{s} i \frac{\partial \psi}{\partial s} = 0. \quad (19)$$

令 $\psi = \Psi_1(s)e^{i(nz - \omega t)}$, 代入上式得

$$\frac{d^2 \Psi_1}{ds^2} - \left(\frac{1}{s} + \frac{2M^2 n}{N^2 - \omega^2}\right) \frac{d\Psi_1}{ds} - \left(\frac{\omega^2 - F^2}{N^2 - \omega^2} n^2 + \frac{M^2 n}{N^2 - \omega^2} \frac{1}{s}\right) \Psi_1 = 0,$$

令 $c_1 = \frac{M^2}{N^2 - \omega^2} n$, $c_2 = \frac{\omega^2 - F^2}{N^2 - \omega^2} n^2 = \lambda$, 则上式为

$$\frac{d^2 \Psi_1}{ds^2} - \left(2c_1 + \frac{1}{s}\right) \frac{d\Psi_1}{ds} - \left(c_2 + \frac{c_1}{s}\right) \Psi_1 = 0, \quad (20)$$

(20)式即为福原满州雄(M. Hukukara)方程^[9]。福原方程的一般形式为

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + \left(a + \frac{b}{x}\right) \frac{df}{dx} + \left(c + \frac{d}{x} + \frac{e}{x^2}\right) f = 0. \quad (21)$$

比较(20)、(21)式, 得

$$a = -2c_1, \quad b = -1, \quad c = -c_2, \quad d = -c_1, \quad e = 0.$$

令

$$\Psi_1 = e^{ps} s^q \tilde{\Psi}, \quad (22)$$

其中 p, q 满足:

$$\begin{cases} p^2 - 2c_1 p - c_2 = 0, \\ q^2 - 2q = 0, \end{cases}$$

即

$$p_1 = c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2}, \quad q_1 = 0, \quad p_2 = c_1 - \sqrt{c_1^2 + c_2}, \quad q_2 = 2.$$

根据(22)式, 为了保证 Ψ_1 在 $s \rightarrow 0$ 和 $s \rightarrow \infty$ 时有界, 故以下讨论仅取 $p = p_2 = c_1 - \sqrt{c_1^2 + c_2} < 0$, $q = q_2 = 2$. 为使 $p < 0$, 无论 M^2 是大于还是小于零, 只要 $c_2 > 0$ 即

可, 故假定

$$F^2 < \omega^2 < N^2, \quad (23)$$

或

$$N^2 < \omega^2 < F^2. \quad (24)$$

将(22)式代入(20)式得

$$s \frac{d^2 \tilde{\Psi}}{ds^2} + [(2q-1) + (2p-2c_1)s] \frac{d\tilde{\Psi}}{ds} + [(2p-2c_1)q - (p+c_1)] \tilde{\Psi} = 0, \quad (25)$$

再令 $\xi = -2(p-c_1)s$, 则得

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\Psi}}{d\xi} &= -2(p-c_1) \frac{d\tilde{\Psi}}{d\xi}, \\ \frac{d^2 \tilde{\Psi}}{d\xi^2} &= (2p-2c_1)^2 \frac{d^2 \tilde{\Psi}}{d\xi^2}, \end{aligned}$$

上两式代入(25)式, 并考虑(6)式侧边界条件有

$$\begin{cases} \xi \frac{d^2 \tilde{\Psi}}{d\xi^2} + (-1+2q-\xi) \frac{d\tilde{\Psi}}{d\xi} - \left(q - \frac{c_1+p}{2p-2c_1} \right) \tilde{\Psi} = 0, \\ \tilde{\Psi}|_{\xi=0} < \infty, \quad \tilde{\Psi}|_{\xi \rightarrow \infty} \sim \xi^n, \end{cases} \quad (26)$$

此式即为 Kummer 方程(合流超几何方程)^[9], 与一般形式的合流超几何方程

$$x \frac{d^2 f}{dx^2} + (v-x) \frac{df}{dx} - \alpha f = 0,$$

比较并联系上述假定得

$$\begin{aligned} \alpha &= q - \frac{c_1+p}{2p-2c_1} = \frac{3}{2} + \frac{c_1}{\sqrt{c_1^2+c_2}}, \\ v &= 2q-1=3. \end{aligned}$$

所以合流超几何方程(26)的本征值为

$$\alpha = -m,$$

即

$$\frac{3}{2} + \frac{c_1}{\sqrt{c_1^2+c_2}} = -m, \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (27)$$

福原方程(20)的通解为

$$\Psi_1(s) = e^{(c_1 + \sqrt{c_1^2+c_2})s} s^2 \{ A F(-m, 3, \xi) + B G(-m, 3, \xi) \}, \quad (28)$$

其中 $F(-m, 3, \xi)$ 为第一类 Kummer 函数, 或第一类合流超几何函数; $G(-m, 3, \xi)$ 为第二类 Kummer 函数, 或第二类合流超几何函数, A 、 B 为任意常数。考虑到方程(26)的边界条件, 在 $\xi=0$ 时, $G(-m, 3, \xi)$ 有奇性, 即 $G(-m, 3, \xi) \rightarrow \infty$, 故必有 $B=0$ 。所

以福原方程(20)的本征函数为

$$\Psi_1(s) = Ae^{(c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2})s} s^2 F(-m, 3, \xi), \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (29)$$

由(27)式可得

$$\left(\frac{c_1}{\sqrt{c_1^2 + c_2}} \right)^2 = \left(\frac{3}{2} + m \right)^2, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

把 c_1 、 c_2 的表达式代入上式得

$$\omega^4 - (N^2 + F^2)\omega^2 + F^2 N^2 - M^4 \left[1 - \left(\frac{3}{2} + m \right)^{-2} \right] = 0, \quad (30)$$

从而可解得

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}(N^2 + F^2) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(N^2 + F^2)^2 - 4 \left\{ F^2 N^2 - M^4 \left[1 - \left(\frac{3}{2} + m \right)^{-2} \right] \right\}}, \quad (31)$$

当 m 取得足够大时, $1 - [(3/2) + m]^{-2} \approx 1$, 此时与经典对称不稳定频率最小值的表达式一致^[3].

由(31)式可知

(1) 欲使 $\omega_{1,2}^2 < 0$, 即扰动不稳定, 只有当

$$N^2 + F^2 < 0, \quad (32)$$

或

$$F^2 N^2 - M^4 \left[1 - \left(\frac{3}{2} + m \right)^{-2} \right] < 0. \quad (33)$$

对大气典型值来说, $|N^2| \gg |F^2|$, 所以就(32)式说, 当 $N^2 < 0$, 即只要层结不稳定时, 则 $\omega_{1,2}^2 < 0$.

由(33)式得扰动不稳定的条件为

$$\frac{F^2 N^2}{M^4} < 1 - \left(\frac{3}{2} + m \right)^{-2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (34)$$

令

$$Ri^* = \frac{F^2 N^2}{M^4}, \quad Ri_0^* = 1 - \left(\frac{3}{2} + m \right)^{-2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

则扰动不稳定的条件为

$$Ri^* < Ri_0^*, \quad (34)$$

Ri^* 在经典对称不稳定理论中称之为倾斜对流 Richardson 数.

当 $m=0$ 时, $Ri^* < 5/9 \approx 0.556$,

当 $m \rightarrow \infty$ 时, $Ri^* \leq 1$.

因此在斜压圆形涡旋中, 由(34)或(34)'知:

① 当 $F^2 < 0$, $N^2 > 0$ 时, $Ri^* < 0$, 即当惯性不稳定, 层结稳定时, 可使圆形涡旋

中的扰动发展;

②当 $F^2 > 0$, $N^2 < 0$ 时, $Ri^* < 0$, 即当惯性稳定, 层结不稳定时, 也可使圆形涡旋中的扰动发展;

③当 $N^2 < 0$ 时, 由 (23) 式, 显然有 $F^2 < 0$, $\omega^2 < 0$, 但由 (34) 式, 必须使 $0 < Ri^* < Ri_0^*$ 时, 可使圆形涡旋中的扰动发展, 即层结不稳定和惯性不稳定同样可使扰动发展;

④当 $F^2 > 0$, $N^2 > 0$ 时, $Ri^* > 0$, 但 $0 < Ri^* < Ri_0^*$ 时, 即惯性稳定, 层结稳定时, 扰动也可发展, 此时即为对称不稳定。并由 Ri^* 的表达式可知, $Ri^* < 0.556 \sim 1$, 因此当 $F^2 > 0$, $N^2 > 0$, 且 $Ri^* < 0.556 \sim 1$ 时, 斜压圆形涡旋中的扰动仍可得到发展。

综合 (32) 和 (33) 式的讨论, 可归纳成为图 2。

(2) 欲使 $\omega_{1,2}^2 > 0$, 即扰动稳定的条件是

$$N^2 + F^2 > 0$$

或

$$Ri^* > Ri_0^*.$$

比较图 1 和图 2 可以看出, 当考虑了基流的垂直切变后, 对圆形涡旋扰动的发展来说, 层结稳定性和惯性稳定性参数 N^2 、 F^2 的取值范围明显拓宽。此时, 不仅当环境为层结不稳定和(或)惯性不稳定时, 可导致圆形大气涡旋系统中扰动的发展。而且当环境为惯性稳定和层结稳定时, 也可导致圆形大气涡旋系统中扰动的发展。它解释了层结稳定的圆形大气涡旋中出现中尺度扰动(螺旋云雨带)的可能原因, 以及对对流云系的启动和组织作用。

5 小结

惯性重力内波作为台风螺旋云雨带的形成和发展机制, 刘式适等已分别在文献[6, 8]中指出过, 但在文献[8]中未曾考虑环境流场的垂直切变, 而台风环境流场的垂直风切变往往是存在的, 并对台风的形成和发展具有重要影响。本文利用 Boussinesq 近似, 在轴对称的柱坐标系中, 对正压和斜压圆形涡旋分别进行了讨论, 其主要结论有:

(1) 基流无垂直切变时, 圆形大气涡旋中扰动发展(惯性重力内波不稳定)的条件为

$$\left(\frac{\mu_j}{R_0}\right)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0, \quad (j = 1, 2, 3, \dots).$$

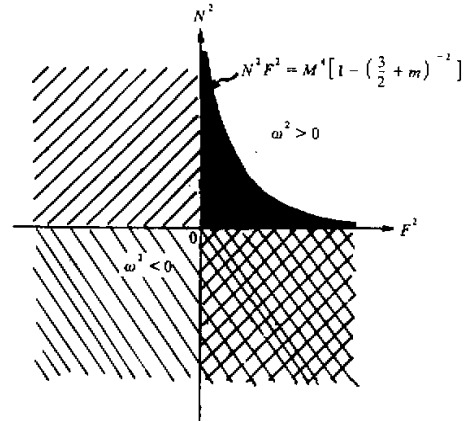


图 2 $M^2 \neq 0$ 时, 圆形涡旋中扰动的不稳定区 (阴影区和全黑区) 其中全黑区为对称不稳定区

(2) 基流存在垂直切变时, 圆形大气涡旋中扰动发展(对称不稳定)的条件为

$$Ri^* < Ri_0^* = 1 - \left(\frac{3}{2} + m\right)^{-2}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

(3) 正压圆形大气涡旋系统中扰动的形成和发展主要是由惯性重力内波所导致; 当环境场为斜压时, 对称不稳定也可作为扰动形成和发展的机制。

本文一些结论尚需数值和观测结果的进一步证实, 这也是我们今后的工作。

参 考 文 献

- 1 Browning K.A. and T.W. Harrold, 1969, Air motion and precipitation growth in a wave depression, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **95**, 288~309.
- 2 Hobbs P.V., 1978, Organization and structure of clouds and precipitation on the mesoscale and microscale in cyclone storms, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **16**, 741~755.
- 3 Bennetts D.A. and B.J. Hoskins, 1979, Conditional symmetric instability — a possible explanation for front rainbands, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **105**, 945~962.
- 4 张可苏, 1988, 斜压气流的中尺度稳定性, I: 对称不稳定, *气象学报*, **46**, 258~266.
- 5 Houze R.A. et al., 1976, Mesoscale rainbands in extratropical cyclones, *Mon. Wea. Rev.*, **104**, 868~878.
- 6 刘式适、杨大升, 1980, 台风的螺旋结构, *气象学报*, **38**, 193~204.
- 7 Ooyama K., 1966, On the stability of the baroclinic circular vortex: a sufficient criterion for instability, *J. Atmos. Sci.*, **23**, 43~53.
- 8 刘式适, 刘式达, 1991, 大气动力学, 北京大学出版社, 525~527.
- 9 刘式适, 刘式达, 1988, 特殊函数, 气象出版社, 83~87, 71~77.

Instability of Inertia-Internal Gravity Waves and Symmetric Instability in Circular Vortexes

Fei Jianfang and Lu Hancheng

(Air Force Institute of Meteorology, Nanjing 211101)

Abstract Inertia-gravitational instability and symmetric instability of the disturbance in circular atmospheric vortex systems are discussed by using linear perturbation equations in a two-dimensional axisymmetric cylindrical coordinate under Boussinesq approximation. When the environment is barotropic, the condition of instability of inertia-internal gravity waves is $(\mu_f / R_0)^2 N^2 + n^2 F^2 < 0$. When the environment is baroclinic, the condition for development of inertia-gravity waves with parallel perturbation is $Ri^* < 1 - [(3/2) + m]^{-2}$ which shows a symmetric instability. Instability of inertia-internal gravity waves and symmetric instability are the mechanisms for formation and development of the perturbation in circular vortexes such as typhoons and cyclones.

Key words circular vortex instability of inertia-internal gravity wave symmetric instability