第21卷 第1期
1997 年 1 月

大 气 科 学
SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA

Vol. 21, No. 1
Jan. 1997

非线性动态系统预报的一种方法初探

张万诚
(云南省红河哈尼族彝族自治州气象局, 蒙自 661100)

王 宇
(云南省气象局, 昆明 650034)

曹 杰
(云南大学地球科学系, 昆明 650091)

摘 要 本文提出一种非线性动态系统预报方法, 其特点是初步考虑了预报因子的突变性和时变参数的非平稳性。数值实例说明:这种方法的预报准确性比一般多层递阶方法要好。

关键词 非线性 多层递阶 突变 时变

1 引言

Kung 和 Sharif[1]曾指出, 由于大气环流流型的时间变化, 回归系数的连续更新, 应该是长期天气预报的一个必要组成部分。文献[2]提出的多层递阶预报方法, 由于考虑了回归系数的时变性, 在气候预报和长期天气预报中被广泛应用[3~5]。虽然多层递阶预报方法的预报效果一般优于固定参数的预报方法[6,9], 但由于这种方法在预报时对系统中时变参数的非平稳性和预报因子的突变性未予考虑。有时便造成较大的预报误差甚至预报失败。么枕生[7]也曾指出, 在应用回归模式做长期预报时, 由于要预报的是非线性随机量, 回归方程需要按转折点去更新。为解决上述问题, 本文根据时变参数系统预报的原则, 提出非线性动态预报的一种方法, 该方法初步考虑了预报因子的突变性和时变参数的非平稳性。最后对云南汛期雨量进行了预报。

2 非线性动态系统的数学模型

设所考虑的非线性动态系统的一般数学模型为

$$y(t) = f[x(t), \beta(t), t] + \varepsilon(t), \tag{1}$$

$y(t)$是单输出, $x(t)$是 m 维的输入, $\beta(t)$是 m 维的参量, $\varepsilon(t)$是一维的随机噪声, t 是离散的流动时间。$y(t)=\{y(1), y(2), \cdots, y(m)\}$, $x(t)=\{x(1), x(2), \cdots, x(n)\}$。根据积分原理可知, 对任一非线性函数, 总可以找到一组线性函数$\varphi[x(t), \beta(t), t]$来描述, 则 (1) 式可写为

$$y(t) = \sum_{i=1}^{L} \lambda^{(i)} [\varphi^{(i)}(x(t), \beta(t), t)] + \varepsilon^{(i)}(t), \quad x(t) \in R_i, \quad \lambda^{(i)} = \begin{cases} 1, & j_{i-1} < R_i < j_i \\ 0, & 其他 \end{cases} \tag{2}$$

1994-12-04 收到, 1995-11-01 收到再改稿

或

$$y(t)=\begin{cases}\varphi^{(1)}[x(t),\beta(t),t]+\varepsilon^{(1)}(t), & x(t)\in R_1\\ \varphi^{(2)}[x(t),\beta(t),t]+\varepsilon^{(2)}(t), & x(t)\in R_2\\ \quad\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots & \quad\vdots\\ \varphi^{(L)}[x(t),\beta(t),t]+\varepsilon^{(L)}(t), & x(t)\in R_L\end{cases}$$

上式中 $R_i=(j_{i-1},j_i]$是实轴上的一个小区间，$j_0<j_1<\cdots<j_L$，$j_0=-\infty$，$j_L=+\infty$，j_1，…，j_L 称为控制值，L 是分段数，当$x(t)$落入第 i 段时，$y(t)$采用(2)式中第 i 个线性子系统来描述。

系统(2)的一个特殊情形是

$$y(t)=\sum_{i=1}^{L}\lambda^{(i)}\varphi^{(i)}(t)^T\beta^{(i)}(t)+\lambda^{(i)}\varepsilon^{(i)}(t),\quad x(t)\in R_i,\quad \lambda^{(i)}=\begin{cases}1, & j_{i-1}<R_i<j_i\\ 0, & 其他\end{cases} \tag{3}$$

对分段情况，参数$\beta^{(i)}(t)$采用多层递阶方法的参数跟踪公式[2]

$$\hat{\beta}^{(i)}(t)=\hat{\beta}^{(i)}(t-1)+\frac{\delta}{\left\|\varphi^{(i)}(t)\right\|^2}\varphi^{(i)}(t)\{y^{(i)}(t)-\varphi^{(i)}(t)^T\hat{\beta}^{(i)}(t-1)\}, \tag{4}$$

式中 δ 是适当的常数。应用(4)式可得系统跟踪估值序列

$$\begin{gathered}
\hat{\beta}^{(1)}(1)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(1)}(1)\\ \hat{\beta}_2^{(1)}(1)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_1}^{(1)}(1)\end{bmatrix},\quad \hat{\beta}^{(1)}(2)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(1)}(2)\\ \hat{\beta}_2^{(1)}(2)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_1}^{(1)}(2)\end{bmatrix},\ \cdots,\ \hat{\beta}^{(1)}(n_1)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(1)}(n_1)\\ \hat{\beta}_2^{(1)}(n_1)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_1}^{(1)}(n_1)\end{bmatrix},\\
\hat{\beta}^{(2)}(1)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(2)}(1)\\ \hat{\beta}_2^{(2)}(1)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_2}^{(2)}(1)\end{bmatrix},\quad \hat{\beta}^{(2)}(2)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(2)}(2)\\ \hat{\beta}_2^{(2)}(2)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_2}^{(2)}(2)\end{bmatrix},\ \cdots,\ \hat{\beta}^{(1)}(n_2)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(2)}(n_2)\\ \hat{\beta}_2^{(2)}(n_2)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_2}^{(2)}(n_2)\end{bmatrix},\\
\hat{\beta}^{(L)}(1)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(L)}(1)\\ \hat{\beta}_2^{(L)}(1)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_L}^{(L)}(1)\end{bmatrix},\quad \hat{\beta}^{(L)}(2)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(L)}(2)\\ \hat{\beta}_2^{(L)}(2)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_L}^{(L)}(2)\end{bmatrix},\ \cdots,\ \hat{\beta}^{(L)}(n_L)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^{(L)}(n_L)\\ \hat{\beta}_2^{(L)}(n_L)\\ \vdots\\ \hat{\beta}_{m_L}^{(L)}(n_L)\end{bmatrix},\\
n=n_1+n_2+\cdots+n_L,\qquad m_1,m_2,m_3,\cdots,m_L\subset m.
\end{gathered} \tag{5}$$

其中 n 表示当前时刻，对参数估值序列(5)建立适当的预报模型，得向前一步的参数预报值$\hat{\beta}^{(i)}(n+1)$，进而得第 n+1 时刻的预报值

$$y(n+1)=\sum_{i=1}^{L}\lambda^{(i)}\varphi^{(i)}(n+1)^T\hat{\beta}^{(i)}(n+1),\quad x(t)\in R_i,\quad \lambda^{(i)}=\begin{cases}1, & j_{i-1}<R_i<j_i\\ 0, & 其他\end{cases}$$

3 非线性动态预测模型的建模步骤

非线性动态预测模型中的待估参数有分段数 L 与控制变量。为清楚起见，以 $L=2$，$\delta=1$ 为例说明建模步骤：

（1）设有预报对象 y 和预报因子 $\varphi^T(t)=\{x_1(t), x_2(t), \cdots, x_m(t)\}$，$m$ 是因子个数，n 为样本数。将 $x_i(t)$ 按其值从小到大的顺序排序，对 $y(t)$ 也随 $x_i(t)$ 的顺序相应重排，得新序列 $y'(t)$，求出 $y'(t)$ 的总方差 σ^2。

（2）对 $y'(t)$ 进行二分割，将分成的两段分别记为 $y'(1,k)$，$y'(k+1,n)$，求出两段的组内方差为 $v^2=\sum_{p=1}^{k}[y'_p-\bar{y}'(1,k)]^2+\sum_{p=k+1}^{k}[y'_p-y'(1+k,n)]^2$，组间方差为 $B^2=\sigma^2-v^2$。

（3）用 $F=[B^2(n-2)]/v^2$ 来检验两组间是否存在显著性差异，计算2个 F 值，记为 $F_1(x_i)$、$F_2(x_i)$，选择 $F_k(x_i)=\max\{F_1(x_i), F_2(x_i)\}$ 所对应的分割点 k 即为第 i 个因子的最优分割点。对所有因子分别求出 $F_k(x_1)$，$F_k(x_2)$，$\cdots$，$F_k(x_m)$，再选择 $F_k^*(x_i)=\max\{F_k(x_1), \cdots, F_k(x_m)\}$ 所确定的最优分割因子 x_i^* 为控制变量，最优分割点的值 $x_i^*(t)$ 为控制值。

（4）将控制变量 $x_i^*(t)$ 按大于和小于、等于控制值分为两段，其余预报因子和预报对象也相应分为两段。

（5）为剔除那些对 $y(t)$ 无贡献的因子，将已分成的两段分别作逐步回归，因子的筛选用 F 检验进行，通过逐步回归得到因子，并以其回归系数作为参数的初值 $\beta^{(1)}(0)$、$\beta^{(2)}(0)$。

（6）运用递推公式（4）分别获得两段一系列参数估值 $\beta^{(1)}(1)$，$\beta^{(1)}(2)$，$\cdots$，$\beta^{(1)}(n_1)$ 和 $\beta^{(2)}(1)$，$\beta^{(2)}(2)$，$\cdots$，$\beta^{(2)}(n_2)$。对 $\{\beta^{(1)}(t)\}$ 和 $\{\beta^{(2)}(t)\}$ 建立AR(p)模型[8]进行预报，得向前一步的 $\{\beta^{(1)}(n_1+1)\}$ 和 $\{\beta^{(2)}(n_2+1)\}$ 的值。

（7）当给出 n+1 时刻的预报因子后，首先根据 $X_i^*(n+1)$ 判断其属于哪一类，得出 $\hat{y}(n+1)$ 的预报值。

（8）重复（6）～（7）步，即可获得向前 h 步的预报值 $\hat{y}(n+h)$。

4 试验结果

取昆明、楚雄、大理、玉溪、蒙自5站1951～1985年汛期（6～8月）雨量平均值作为预报对象，以西北太平洋副热带高压强度指数、北半球500 hPa月平均极涡中心强度、太阳黑子相对数等为预报因子（共35个），按前述建模步骤建立云南汛期雨量的非线性动态预测模型

$$\hat{y}(t)=\begin{cases}\varphi^{(1)}(t)^T\beta^{(1)}(t), & x_6^*\leqslant 499\\ \varphi^{(2)}(t)^T\beta^{(2)}(t), & x_6^*>499\end{cases} \tag{6}$$

其中控制变量 x_6^* 是同年1月极涡中心强度，x_{12} 是同年2月中国南海副高强度指数、

x_3是同年 3 月西北太平洋副高强度指数，x_{22}是同年 2 月太阳黑子相对数、x_{32}是同年 2 月印缅地区五点高度和。并同时获得递推初始参数

$$\beta^{(1)}(0)=\begin{bmatrix} -0.600785 \\ -6.6631711 \end{bmatrix},\quad \varphi^{(1)}(t)^T=\{x_{22},x_{32}\},$$

$$\beta^{(2)}(0)=\begin{bmatrix} -48.79786 \\ 4.353128 \end{bmatrix},\quad \varphi^{(2)}(t)^T=\{x_{12},x_3\},$$

第一段序列长度$n_1=19$，第二段序列长度$n_2=16$，具体如预报 1986 年云南汛期雨量时，首先根据控制值 499 判断 1986 年x_6是 497，应属于第一段，应用 AR(p)得向前一步的参数估值$\beta_{22}^{(1)}(20)=0.591682$，$\beta_{32}^{(1)}(20)=-6.4541$，代入(6)式得$\hat{y}(20)=695$，即 1986 年云南汛期雨量是 695 mm。按前述方法即可获得 1987、1988、1989、1990、1991 年云南汛期雨量的预报值（表 1）。

为了便于比较，仍将 35 个预报因子与云南汛期雨量进行逐步回归，筛选出预报因子，建立一般的多层递阶预报模型为

$$\hat{\beta}(t)=\varphi^T(t)\beta(t),\tag{7}$$

初值$\beta(0)=\begin{bmatrix} -3.232377 \\ 2.959463 \\ 3.205536 \\ -7.554327 \end{bmatrix}$，$\varphi^T(t)=\{x_6,x_7,x_8,x_{10}\}$，其中预报因子$x_6$为同年 1 月 500 hPa 极涡中心强度，$x_7$、$x_8$、$x_{10}$分别是同年 2 月、3 月、5 月 500 hPa 极涡中心强度。

表 1 为两种模型的预报结果，其中 y 为实测值，$\hat{y}$为预报值，$v=|y-\hat{y}|/y$为相对误差，趋势评定"√"为正确，"×"为错误，从表中可看出，非线性动态系统预测模型预报准确率为 5／6，一般多层递阶预报模型的预报准确率为 2／6。

表 1　两种方法预报结果比较表

年	y	$\hat{y}$		v(相对误差%)		趋势评定	
		非线性	多层递阶	非线性	多层递阶	非线性	多层递阶
1986	720	695	469	3.5	34.9	√	×
1987	354	421	624	18.9	76.3	√	×
1988	411	489	572	19.0	39.2	√	×
1989	365	452	623	23.8	70.7	×	×
1990	525	515	590	1.9	12.4	√	√
1991	529	537	520	1.5	1.7	√	√

比较(6)和(7)式，以及(6)式各段模型中的入选预报因子均不相同，这说明一旦控制变量(如x_6)的异常控制值(如本文的 499)出现，便造成了预报系统中常规预报关系的改变，使某些原来对预报系统影响不大的因子变成了主要影响因子，而一些原来对预报对象影响较大的因子则变成了次要因子，使得整个预报系统发生了突变跳跃，造成了预报关系的显著不同。

5　结束语

用非线性动态预测模型进行预报时，可以按单个控制变量的控制值更新预报模式，这解决了多层递阶预报方法在预报过程中预报模式一直不变的问题，初步考虑了预报因子的突变性和时变参数的非平稳性。对于预报因子中存在多个控制变量的情形，则可采用如下方法处理：

$$y(t)=\begin{cases}\beta_1^{(1)}(t)x_1(t)+\beta_2^{(1)}(t)x_2(t)+\cdots+\beta_m^{(1)}(t)x_m(t), & f_1(x)\\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots & \vdots\\ \beta_1^{(L)}(t)x_1(t)+\beta_2^{(L)}(t)x_2(t)+\cdots+\beta_m^{(L)}(t)x_m(t), & f_L(x)\end{cases}$$

$f_i(x)$为控制值，$i=1, 2, \cdots, L$，$f_i(x)\in R_1$，$f_i(x)$可用逐步判别来确定。具体应用另文讨论。

参　考　文　献

1　Kung, E.C. and T.A. Sharif, 1982, Long-range forecasting of the Indian summer monsoon onset and rainfall with upper air parameters and sea surface temperature, *J. Meteor. Soc. Japan*, **60**, 672～681.
2　韩志刚，1983，动态系统预报的一种新方法，自动化学报，**9**(3)，161～168.
3　韩志刚等，1985，黑龙江省冬季平均气温的多层递阶长期预报模型，大气科学，**9**(2)，171～177.
4　孔玉寿，1988，多层递阶方法在短期天气预报中的应用，气象，**14**(1)，17～20.
5　李邦宪，1988，多层递阶周期分析，气象，**14**(11)，44～46.
6　姚棣荣，1991，气候预测模型的若干试验研究，气候研究——统计气候学，北京：气象出版社，87～93.
7　幺枕生，1986，应用转折点与游程的气候分析与预报，地理研究，**5**(3)，1～11.
8　项静恬、史久恩等，1991，动态和静态数据处理——时间序列分析，北京：气象出版社，280～460.
9　周家斌、黄嘉佑，1990，旱涝预测方法的现状，旱涝气候研究进展，北京：气象出版社，134～142.

The Primary Study on a Method of Nonlinear Dynamic System Prediction

Zhang Wangcheng

(*Honghe Hani and Yi Autonomous Prefecture Meteorological Bureau of Yunnan Province, Mengzi*　661100)

Wang Yu

(*Meteorological Bureau of Yunnan Province, Kunming*　650034)

Cao Jie

(*Geo-Science Department, Yunnan University, Kunming*　650091)

Abstract　In this paper, a method of nonlinear dynamic system prediction is given. The catastrophe of predictor and the unbalance of time-dependent parameters are considered in thes method. The results of the numerical experiments have shown that the prediction accuracy of using this nonlinear dynamic prediction system is more effective them that of using the gereral recursive estimating method.

Key words　nonlinear　multilevel recursion method　catastrophe　time changing