

考虑背景风压场影响的 边界层数值模式*

赵 鸣

(南京大学大气科学系, 南京 210093)

摘 要 本文提出一个在中性情况下边界层数值模式中考虑背景风压场影响的方法。背景风压场的水平非均匀影响了边界层运动方程中的惯性力项及边界层的上界风速。本文把三维问题用一种线性化方法简化为一维问题, 只要知道背景气压场的空间分布, 即可求出考虑了背景场影响的边界层风场。

关键词 边界层 背景场 数值模式

1 引言

长期以来, 边界层数值模式的研究基本上不考虑大、中尺度背景风压场的影响, 而只着重考虑边界层内部的物理过程。例如常忽略平流惯性力, 在下垫面水平均匀时, 忽略惯性力意味着假定背景场水平均匀, 一般边界层模式的上边界风取为地转风, 这实际上也未考虑背景场的水平非均匀性, 因为边界层上界的风即实际的自由大气风与地转风是有差别的。上述这些传统做法使模式研究带有较大的局限性, 也影响了精度。伍荣生和 Blumen^[1]考虑了大尺度背景地转风场的非均匀性对边界层结构的影响, 用地转动量近似方法处理边界层方程组, 从而把原来三维问题化为一维问题, 既考虑了大尺度背景场对边界层结构的影响又简化了计算; 谈哲敏和伍荣生^[2]则进一步用 Ekman 动量代替地转动量也得到了一系列背景场对边界层影响的新结果。赵鸣^[3,4]又把地转动量近似的边界层模型用到近代边界层数值模式中, 从而使背景场的影响能直接在数值模式中实现, 获得了比不计背景场更合理, 精确的结果, 此法当实用于实际时, 缺点是对每一个需计算的点都必须求解一个一维的非线性边界层方程组, 较为复杂。Panchev^[5]对在边界层模式中考虑惯性力的影响提出另一种方案, 即把气压场, 地转风场, 边界层风场均按水平坐标 x, y 展开, 气压场取到二次项, 风场取到一次项。边界层风场展开式的系数则是高度的函数, 然后据边界层方程组求出各系数的方程, 从求出的各系数即可得不同 x, y 处的边界层风场, 而不需在每点均解一个边界层方程组, 由各 x, y 处边界层风分布, 容易总结出背景场对边界层风的影响。然而 Panchev 只进行了动力学上的研究, 其方案在实用上并不合适, 由于他采用了不随时空变化的交换系数, 因而从现代边界层数值模式观点说, 其很多推导并不很合理, 但其用展开处理的方法不失为处理背景场对边

1996-01-31 收到, 1996-04-15 收到修改稿

* 国家自然科学基金资助项目 49575248

界层影响的一个好方法。

本文采用 Panchev 的思路, 但不限于研究动力学本身, 而是寻找 Panchev 模型在实际大气边界层数值模式中实现的可能性。提供一种考虑背景场影响的边界层模式的计算方案并分析其结果。

2 模式方程的推导

正如 Panchev 所说, 设边界层正压, 将气压场展开成

$$\tilde{p}(x, y) = p_0 + p_{10}x + p_{20}y + \frac{1}{2}p_{11}x^2 + \frac{1}{2}p_{22}y^2 + p_{12}xy, \quad (1)$$

其中 $\tilde{p} = p / \rho$, 而

$$p_{nk} = \frac{\partial^{n+k} \tilde{p}}{\partial x^n \partial y^k}, \quad n, k = 1, 2$$

(1)中各系数不难从实际气压场的水平分布推出, 由(1)得地转风场为

$$\begin{cases} fu_g = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} = -p_{20} - p_{12}x - p_{22}y = a_0 + a_1x + a_2y, \\ fv_g = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} = p_{10} + p_{11}x + p_{12}y = b_0 + b_1x + b_2y, \end{cases} \quad (2)$$

展开式(1)、(2)在气压与速度场的运动学中广泛被采用, 著名的 WANGARA 资料中也用此法求地转风^[6]。

在展开式(2)中, fu_g 由基本场 a_0 和随 x, y 变化的部分组成, 一般情况下 $a_1x \ll a_0$, $a_2y \ll a_0$, 即 a_0/f 视为基本地转流。 b_0 与 b_1x , b_2y 比则可大可小(y 向北)。

完整的大气边界层方程组在略去铅直平流时为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = f(v - v_g) + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial u}{\partial z}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -f(u - u_g) + \frac{\partial}{\partial z} K \frac{\partial v}{\partial z}, \end{cases} \quad (3)$$

在边界层顶的自由大气中, (3)简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = f(v - v_g), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -f(u - u_g), \end{cases} \quad (4)$$

设(4)有如下形式的解:

$$\begin{cases} u_f(x, y, t) = u_{f0} + u_{f1}x + u_{f2}y, \\ v_f(x, y, t) = v_{f0} + v_{f1}x + v_{f2}y, \end{cases} \quad (5)$$

下标 f 表自由大气, 系数 u_{f0} , u_{f1} 和 u_{f2} 是 t 的函数。对照(2)式, 因地转风展成类似的式子, 那么实际风场这样展开亦是可行的一种做法, 这实际上是一种分离变量的处理方

法。在展开式(5)中与(2)相对应, $u_{i0} \gg u_{i1}x$, $u_{i0} \gg u_{i2}y$ 。

对方程(3)的解也用类似做法:

$$\begin{cases} u_b(x, y, t) = u_{b0} + u_{b1}x + u_{b2}y, \\ v_b(x, y, t) = v_{b0} + v_{b1}x + v_{b2}y, \end{cases} \quad (6)$$

与(5)的区别是现在 $u_{b0} \cdots v_{b2}$ 等 6 个系数是 z, t 的函数, 下标 b 表示边界层风, 相应地(6)中 $u_{b0} \gg u_{b1}x$, $u_{b0} \gg u_{b2}y$ 。

先求(4)的解, 把(5)代入(4), 使含 x, y 的项及不含 x, y 项分别相等, 得

$$\begin{cases} \frac{\partial u_{i0}}{\partial t} + u_{i0}u_{i1} + v_{i0}u_{i2} = f_{i0} - b_0, \\ \frac{\partial u_{i1}}{\partial t} + u_{i1}^2 + v_{i1}u_{i2} = f_{i1} - b_1, \\ \frac{\partial u_{i2}}{\partial t} + u_{i2}u_{i1} + v_{i2}u_{i2} = f_{i2} - b_2, \\ \frac{\partial v_{i0}}{\partial t} + u_{i0}v_{i1} + v_{i0}v_{i2} = -fu_{i0} + a_0, \\ \frac{\partial v_{i1}}{\partial t} + u_{i1}v_{i1} + v_{i1}v_{i2} = -fu_{i1} + a_1, \\ \frac{\partial v_{i2}}{\partial t} + u_{i2}v_{i1} + v_{i2}^2 = -fu_{i2} + a_2, \end{cases} \quad (7)$$

方程组(7)可求 $u_{i0} \cdots v_{i2}$ 等 6 个分量, 再从(5)可得自由大气的实际风场, 这样处理好处在于对不同 x, y 点, 只要求出 $u_{i0} \cdots v_{i2}$ 等 6 个分量即可得任意 x, y 处的速度。(5)是自由大气风场的解, 是惯性力、气压梯度力、科里奥利力平衡下的结果。以(5)的解作为边界层方程组(3)的上边界条件显然要比传统的用地转风作边界层方程上边界条件要好, 这也不同于半地转模式中的结果^[1,3], 比后者更实际。为简单计, 我们将如同 Panchev^[4]的工作, 作 $\partial/\partial t=0$ 的假定, 从而(7)写成

$$\begin{cases} u_{i0}u_{i1} + v_{i0}u_{i2} = f_{i0} - b_0, & u_{i1}^2 + v_{i1}u_{i2} = f_{i1} - b_1, \\ u_{i2}u_{i1} + v_{i2}u_{i2} = f_{i2} - b_2, & u_{i0}v_{i1} + v_{i0}v_{i2} = -fu_{i0} + a_0, \\ u_{i1}v_{i1} + v_{i1}v_{i2} = -fu_{i1} + a_1, & u_{i2}v_{i1} + v_{i2}^2 = -fu_{i2} + a_2, \end{cases} \quad (8)$$

我们将用(8)的解作方程(3)的上界条件, 显然(8)的解反映了由背景气压场决定的实际风分布, 它不同于地转风, (8)是非线性代数方程组, 存在不止一个的解, 对具体问题, 可选取一个合适的解, 见以后的例子。

现在考虑边界层方程(3), (3)包含惯性力项, 因此它反映了背景场的水平非均匀性。(3)中的 K 场亦应作展开:

$$K = K_0 + K_1x + K_2y, \quad (9)$$

显然 K_0, K_1, K_2 均应是 z 和 t 的函数, 在 $\partial/\partial t=0$ 假定下将只是 z 的函数。相应, $K_0 \gg K_1x, K_0 \gg K_2y$ 。

将(6)、(9)代入(3)得 $u_{b0} \cdots v_{b2}$ 的6个方程,再将含 x, y 项及不含 x, y 项分别相等,即得 $u_{b0} \cdots v_{b2}$ 的6个方程:

$$\begin{cases} u_{b0} u_{b1} + v_{b0} u_{b2} = f v_{b0} - b_0 + \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial u_{b0}}{\partial z}, \\ u_{b0} v_{b1} + v_{b0} v_{b2} = -f u_{b0} + a_0 + \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial v_{b0}}{\partial z}, \\ u_{b1}^2 + v_{b1} u_{b2} = f v_{b1} - b_1 + \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} K_1 \frac{\partial u_{b0}}{\partial z}, \\ u_{b1} v_{b1} + v_{b1} v_{b2} = -f u_{b1} + a_1 + \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial v_{b1}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} K_1 \frac{\partial v_{b0}}{\partial z}, \\ u_{b2} u_{b1} + v_{b2} u_{b2} = f v_{b2} - b_2 + \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} K_2 \frac{\partial u_{b0}}{\partial z}, \\ u_{b2} v_{b1} + v_{b2}^2 = -f u_{b2} + a_2 + \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial v_{b2}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} K_2 \frac{\partial v_{b0}}{\partial z}, \end{cases} \quad (10)$$

由(10)解 $u_{b0} \cdots v_{b2}$,从而由(6)得边界层风解。

中纬地区,边界层方程中的惯性力项比其余项小一个数量级,展开后的(10)式亦如此。

3 交换系数的处理

实际边界层模式中,中性时最常用的是 Blackadar 的 K 模式^[6]:

$$K = l^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (11)$$

取

$$l = \frac{0.4(z + z_0)}{1 + \frac{0.4(z + z_0)}{\lambda}}, \quad \lambda = \frac{27 \times 10^{-5} G}{f}. \quad (12)$$

l 为混合长, z_0 为粗糙度, G 为地转风速。将(6)代入(11)再考虑到含 $\partial u_{bi} / \partial z$, $\partial v_{bi} / \partial z$ ($i=1, 2$)的项远小于含 $\partial u_{b0} / \partial z$, $\partial v_{b0} / \partial z$ 的项,即可近似得

$$\begin{aligned} K = l^2 \left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} + l^2 \left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \times \\ \left[\frac{\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} x + \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \frac{\partial v_{b1}}{\partial z} x + \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} y + \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \frac{\partial v_{b2}}{\partial z} y}{\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

比较(13)和(9),可得

$$K_0 = l^2 \left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (14)$$

$$K_1 = f^2 \left[\frac{\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} + \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \frac{\partial v_{b1}}{\partial z}}{\left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] = \alpha \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} + \beta \frac{\partial v_{b1}}{\partial z}, \quad (15)$$

$$K_2 = f^2 \left[\frac{\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} + \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \frac{\partial v_{b2}}{\partial z}}{\left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] = \alpha \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} + \beta \frac{\partial v_{b2}}{\partial z}. \quad (16)$$

其中

$$\alpha = \frac{f^2 \frac{\partial u_{b0}}{\partial z}}{\left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad \beta = \frac{f^2 \frac{\partial v_{b0}}{\partial z}}{\left[\left(\frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad (17)$$

并可得

$$\begin{cases} \frac{\partial K_1}{\partial z} = \frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} + \frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{\partial v_{b1}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 u_{b1}}{\partial z^2} + \beta \frac{\partial^2 v_{b1}}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial K_2}{\partial z} = \frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} + \frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{\partial v_{b2}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 u_{b2}}{\partial z^2} + \beta \frac{\partial^2 v_{b2}}{\partial z^2}, \end{cases} \quad (18)$$

现在(10)可写成

$$\begin{cases} u_{b0} u_{b1} + v_{b0} u_{b2} = f v_{b0} - b_0 + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + K_0 \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2}, \\ u_{b0} u_{b1} + v_{b0} v_{b2} = -f u_{b0} + a_0 + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + K_0 \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2}, \\ u_{b1}^2 + v_{b1} v_{b2} = f v_{b1} - b_1 + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} + K_0 \frac{\partial^2 u_{b1}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_1}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + K_1 \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2}, \\ u_{b2} u_{b1} + v_{b2} u_{b2} = f v_{b2} - b_2 + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} + K_0 \frac{\partial^2 u_{b2}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_2}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + K_2 \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2}, \\ u_{b1} v_{b1} + v_{b1} v_{b2} = -f u_{b2} + a_1 + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial v_{b1}}{\partial z} + K_0 \frac{\partial^2 v_{b1}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_1}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + K_1 \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2}, \\ v_{b2} v_{b1} + v_{b2}^2 = -f u_{b2} + a_2 + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial v_{b2}}{\partial z} + K_0 \frac{\partial^2 v_{b2}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_2}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + K_2 \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2}, \end{cases} \quad (19)$$

(14)、(15)、(16)、(17)、(19)构成闭合方程组, 可求 $u_{b0} \cdots v_{b2}$ 等6个分量。

4 求解方法

(19)可如下求解, 在中纬度一般情况下, 边界层运动方程中科里奥利力、气压梯度力、摩擦力是大项, 都远大于平流惯性力, 因而(19)左端比右端小一个量级, 先设左端

为零, 则(19)可写成

$$\begin{aligned}
 & K_0 \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + f_{b0} - b_0 = 0, \\
 & K_0 \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_0}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + f_{b0} + a_0 = 0, \\
 & \left(K_0 + \alpha \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 u_{b1}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_0}{\partial z} \right) \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} \\
 & \quad + \beta \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \frac{\partial^2 v_{b1}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + \beta \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2} \right) \frac{\partial v_{b1}}{\partial z} + f_{b1} = b_1, \\
 & \left(K_0 + \beta \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 v_{b1}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + \beta \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_0}{\partial z} \right) \frac{\partial v_{b1}}{\partial z} \\
 & \quad + \alpha \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \frac{\partial^2 u_{b1}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2} \right) \frac{\partial u_{b1}}{\partial z} - f_{b1} = -a_1, \\
 & \left(K_0 + \alpha \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 u_{b2}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_0}{\partial z} \right) \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} \\
 & \quad + \beta \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} \frac{\partial^2 v_{b2}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{\partial u_{b0}}{\partial z} + \beta \frac{\partial^2 u_{b0}}{\partial z^2} \right) \frac{\partial v_{b2}}{\partial z} + f_{b2} = b_2, \\
 & \left(K_0 + \beta \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 v_{b2}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + \beta \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2} + \frac{\partial K_0}{\partial z} \right) \frac{\partial v_{b2}}{\partial z} \\
 & \quad + \alpha \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} \frac{\partial^2 u_{b2}}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial v_{b0}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 v_{b0}}{\partial z^2} \right) \frac{\partial u_{b2}}{\partial z} - f_{b2} = -a_2,
 \end{aligned} \tag{20}$$

(20)中我们已应用了(15)~(18)。

先求解(20)的前两个方程得到 u_{b0} , v_{b0} , 同时由(15)得 K_0 , 把 u_{b0} , v_{b0} , K_0 作为已知由(20)其余4个方程解 u_{b1} , v_{b1} , u_{b2} , v_{b2} , 得到的这6个 $u_i, \dots, v_i$ ($i=0, 1, 2$) 是(10)无左端的解, 故只能看成是(10)的第一近似。将第一近似解 u_{b1} , v_{b1} , u_{b2} , v_{b2} 代入(19)左端, 再解(19)第一、第二方程得 u_{b0} , v_{b0} 第二近似, 再同法由(19)其余方程得 u_{b1} , v_{b1} , u_{b2} , v_{b2} 的第二近似, 此时 u_{b0} , v_{b0} , K_0 是已知第二近似值。我们即以 u_i , b_i 的第二近似值作为我们的解。

我们用文献[7]的方法采用坐标变换并将微分方程化为差分方程, 即取有壁层的方案。

下界条件对 u_i , v_i ($i=0, 1, 2$) 均使用文献[7]的条件, 即在离下垫面某小距离处取

$$\begin{cases} \frac{\partial u_{bi}}{\partial z} = \frac{u_*}{k(z+z_0)} \frac{u_{bi}}{V_{bi}} = \frac{u_{bi}}{(z+z_0) \ln \frac{z+z_0}{z_0}}, \\ \frac{\partial v_{bi}}{\partial z} = \frac{u_*}{k(z+z_0)} \frac{v_{bi}}{V_{bi}} = \frac{v_{bi}}{(z+z_0) \ln \frac{z+z_0}{z_0}}, \end{cases} \tag{21}$$

u_* 为摩擦速度, k 为卡曼常数, $V_{bi} = \sqrt{u_{bi}^2 + v_{bi}^2}$ 。

在解一、二近似时, 上界条件均取由(8)式获得的解:

$$u_{bi}^2 = u_{fi}^2, \quad v_{bi}^2 = v_{fi}^2, \quad (22)$$

5 计算

5.1 个例 1

设由(2)确定的气压场中 $a_0 \neq 0$, $a_2 \neq 0$, 其余 a_i 和 b_i 为 0, 相应于

$$u_g = \frac{a_0}{f} + \frac{a_2}{f} y, \quad v_g = 0.$$

先求自由大气风解, (8)成为

$$\begin{cases} u_{10} u_{11} + v_{10} v_{12} = f v_{10}, & u_{11}^2 + u_{11} v_{12} = f v_{11}, \\ u_{12} u_{11} + v_{12} u_{12} = f v_{12}, & u_{10} v_{11} + v_{10} v_{12} = -f u_{10} + a_0, \\ u_{11} v_{11} + v_{11} v_{12} = -f u_{11}, & u_{12} v_{11} + v_{12}^2 = -f u_{12} + a_2, \end{cases} \quad (23)$$

一个合适的解是

$$u_{10} = a_0 / f, \quad v_{10} = 0, \quad u_{11} = v_{11} = v_{12} = 0, \quad u_{12} = a_2 / f.$$

即

$$u_f = \frac{a_0}{f} + \frac{a_2}{f} y, \quad v_f = 0. \quad (24)$$

即此时自由大气的风与地转风同。此时由于自由大气风即边界风不随 x 变, 边界层风亦将如此。研究以原点为中心, 东西南北各 200 km 范围内的风情况, 此情况取(17)中 $\beta = 0$ 。参数是 $a_0 = 10^{-3} \text{ m/s}^2$, (相应于 $y=0$ 处, $u_g = u_f = 10 \text{ m/s}$), $a_2 = -10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 这时边界层内最大风速以及其他高度的风速与上界风速一样随 y 增加而减少, 此最大风速超地转约 6% 左右, 此结果与当地上界风速不存在水平梯度时解出的结果差不多, 即此时背景场对边界层内最大风速影响甚小, 但在垂直廓线上能看出影响。例如 $x = -200 \text{ km}$, $y = 200 \text{ km}$ 一点处的垂直风螺旋, 在相同高度处, 不计背景风影响即不计平流时较低高度处前者 u 分量比后者大些而 v 分量小些, 结果造成地面风与上界风的夹角略小些。这可解释如下: 在方程(3)中当计入左端时, 即计入背景场影响时, 由于 $v \partial u_f / \partial y < 0$ 使 $v \partial u / \partial y < 0$, 这相等于在(3)的第一方程中使左端为零而同时使右端 v_g 减少, 于是使 v 减少; 由于同样原因, 因 $v \partial v / \partial y < 0$, 使(3)中第二方程中当左端为零时使 u_g 增加, 而使 u 也增加, 由于(3)中还有摩擦力项与科里奥利力, 气压梯度力共同平衡, 因此总结果不会使上述分析完全正确, 结果是较低高度处上述结论成立, 致使 α 角略有减少。

在 $a_0 = 10^{-3} \text{ m/s}^2$, $a_2 = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ 时, 情况正相反, 上界风与地转风相等, 但随 y 增而增, 结果最大风高度处(517 m)平均超地转大小与上例中差不多, 南北稍有差别, 南部超地转略强些, 由于 $\partial u_f / \partial y > 0$, 于是对廓线而言, 所有分析与上例完全相反, 致使低层 u 略减而 v 略增, 使 α 角略增。例 1 由于系统简单, 所以总的说背景场对边界层

风影响不大。

5.2 个例 2

设由(2)确定的气压场中 $a_2 \neq 0$, $b_1 \neq 0$, 其余除 a_0 外均为零, 由于 v_g 基态为零, 故亦取 $\beta = 0$, 先设:

$$a_0 = 10^{-3} \text{ m/s}^2, \quad a_2 = 10^{-9} \text{ s}^{-2}, \quad b_1 = -10^{-9} \text{ s}^{-2},$$

此例相当于一个反气旋环流分布叠加上一个 x 方向平移速度, 即

$$u = \frac{a_0}{f} + \frac{a_2}{f} x, \quad v_g = \frac{b_1}{f} x.$$

(8)式的解是

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{r0} = \frac{2a_0}{f + \frac{a_2 + b_1}{f} - \sqrt{\left(f + \frac{a_2 + b_1}{f}\right)^2 - 4a_2}}, \\ v_{r0} = 0, \quad u_{r1} = 0, \quad v_{r1} = 0, \\ u_{r2} = \frac{f + \frac{a_2 + b_1}{f} - \sqrt{\left(f + \frac{a_2 + b_1}{f}\right)^2 - 4a_2}}{2}, \\ v_{r1} = \frac{-f + \frac{a_2 + b_1}{f} - \sqrt{\left(f + \frac{a_2 + b_1}{f}\right)^2 - 4a_2}}{2}. \end{array} \right. \quad (25)$$

由此确定了上界风速。

图 1 是最大风速高度处(576 m)风, 上界风, 地转风速的水平分布, 可见地转风速由北向南减少, 东西二侧则又略比中心高, 上界风及边界层最大风亦如此, 而边界层上

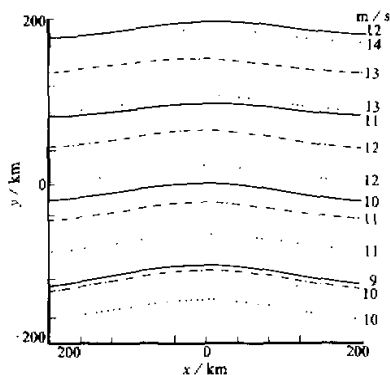


图 1 风速的水平分布

$$a_0 = 10^{-3} \text{ m/s}^2, \quad a_2 = 10^{-9} \text{ s}^{-2},$$

$$b_1 = -10^{-9} \text{ s}^{-2},$$

实线为 576 m 处风, 虚线为上界风,

点划线为地转风

界风比地转风大, 这与反气旋涡度时梯度风大于地转风是一致的, 因为(8)式的解实际上就是考虑惯性力后的梯度风, 而边界层内最大风速又比上界风大, 当然比地转风更大, 其超上界风的程度在北部 5% 左右, 南部 4%; 超地转的程度则在 17% 左右, 如果以地转风速为上边界风同时不计平流项, 即经典边界层结果, 则超地转程度在 7%, 显然反气旋涡度时更易造成超地转, 如果取 $a_2 = -10^{-9} \text{ s}^{-2}$, $b_1 = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 即气旋涡度, 在同样 a_0 , 用(25)式求出的上界风速比地转风小, 符合气旋时梯度风小于地转风的结论, 此时边界层内部风虽然仍超上界风, 但却不出现超地转的现象。背景场出现反气旋涡度时更易产生低空急流的现象也为 Paegle 等^[8]的模式及理论所证实。

图 2 给出在 $x = -200 \text{ km}$, $y = -200 \text{ km}$ 处, 当 $a_2 = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, $b_1 = -10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 即反气旋涡度与 $x = -200 \text{ km}$, $y = 200 \text{ km}$ 处 $a_2 = -10^{-9} \text{ s}^{-2}$, $b_1 = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, 即气旋涡度处 (此两点地转风相同) 的风螺线, 由于上界风不同, 不好比较同高度的风大小, 但在气旋涡度时, 风向上界风接近的过程的速度明显快于反气旋涡度时, 即在较低高度上, 气旋涡度时边界层风就可与上界风一致, 而反气旋涡度时则反之。这一结论也与以前结果^[9]一致。其他即使地转风不同, 点亦具有如此特征。显示了背景场对边界层内部结构的作用。

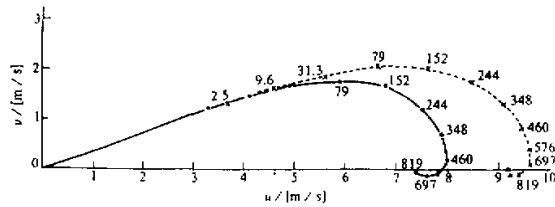


图 2 点 $(-200 \text{ km}, 200 \text{ km})$ 处气旋涡度与点 $(-200 \text{ km}, -200 \text{ km})$ 处反气旋涡度的风螺线

· — · 为气旋, $\times - - \times$ 为反气旋, 已取上界风向为 x 轴。 $a_0 = 10^{-3} \text{ m/s}^2$

6 结语

本文得到了一种考虑背景场对边界层结构影响的一种计算方法, 只要解出一个点上的边界层风场即可用代数方法寻出其他点上风场, 背景场的影响表现于两个方面, 一是上边界条件用自由大气方程的解得到的风代替传统方法中的地转风, 一种是在边界层方程中计入由于背景场非均匀性引起的平流惯性力项。个例计算结果得到了合理结果, 如反气旋涡度时边界层内部超地转的风速更大于不计背景场影响时, 气旋性涡度时较难形成边界层内超地转急流, 反气旋涡度时风向上界风的接近更慢于气旋涡度时。实际的背景场可能很复杂, 不规则, 其对边界层的影响可以通过本文方法求得。本文难点之一是必须求解一个非线性代数方程组以得到上界风场, 本文提供的解析解是特例, 在得不到解析解时可以数值方法获得, 又本文因为设上界风, 边界层风均是 x, y 的线函数, 因此研究的距离不能太大, 只能局限于中尺度范围, 进一步的工作可以考虑层结性及斜压性以及局地变化项。

参 考 文 献

- 1 Wu, R. and W. Blumen. 1982, An analysis of Ekman boundary layer dynamics incorporating the geostrophic momentum approximation, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 1774~1782.
- 2 Tan, Z. and Wu, R., 1994, The Ekman momentum approximation and its application, *Boundary Layer Meteorol.*, **68**, 193~199.
- 3 Zhao, M., 1988, A numerical experiment of the PBL with geostrophic momentum approximation, *Adv. Atmos. Sci.*, **5**, 47~56.

- 4 Zhao, M., 1988, A numerical experiments on applying geostrophic momentum approximation to the baroclinic and non-neutral PBL, *Adv. Atmos. Sci.*, **5**, 287~299.
- 5 Panchev, S. and T. S. Spassova, 1987, A barotropic model of the Ekman planetary boundary layer based on the geostrophic momentum approximation, *Boundary Layer Meteorol.*, **40**, 339~347.
- 6 Blackadar, A. K., 1962, The vertical distribution of wind and turbulent exchange in a neutral atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **67**, 3095~3102.
- 7 Zhao, M., 1994, A PBL numerical model containing third-order derivative terms, *Boundary Layer Meteorol.*, **69**, 71~82.
- 8 Paegle, J. and G. E. Rasch., 1973, Three dimensional characteristics of diurnal varying boundary layer flows, *Mon. Wea. Rev.*, **101**, 746~756.
- 9 徐银梓、赵鸣, 1987, 半地转三段 K 边界层运动, *气象学报*, **46**, 267~275.

A PBL Numerical Model Considering the Effects of Background Wind and Pressure Fields

Zhao Ming

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract A method considering the effects from both background wind and pressure fields in the neutral Planetary Boundary Layer (PBL) model is suggested in this paper. The horizontal nonhomogeneity of the background wind and pressure fields influences the term of the inertial force in the motion equation and the wind speed at the upper boundary of the PBL. A linearized method is suggested to simplify the problem with three dimensions into the problem with one dimension. According to this method, the wind field considering the effects of background fields in the PBL can be obtained as long as the spatial distribution of the background pressure field is given.

Key words boundary layer background field numerical model