

二维地形的地形阻力*

桑建国

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

刘辉志 洪钟祥

(中国科学院大气物理研究所大气边界层物理和大气化学国家重点实验室, 北京 100029)

摘 要 讨论了在上部稳定层覆盖的不稳定大气边界层中, 二维地形扰动所引起的上层波动以及扰动速度的动量通量输送, 表明在大气低层层结不稳定时, 波动仍可能在大气动量平衡中起明显作用。

关键词 地形阻力 波动 不稳定边界层

1 引言

中尺度的地形(例如地形起伏宽度为 5~50 km), 经常呈现为连续的山脉。当气流以接近山脊法向方向越过山脉时, 地形的作用可近似看成是二维的。层结稳定的气流越过二维山脊所引起的波动阻力, 已经有很普遍的研究。当低层大气为中性或不稳定时, 地形对气流的作用, 传统上只考虑地形迎风坡和背风坡气压差造成的阻力, 称为形式阻力。如果地形高度已接近上部稳定层, 地形引起的垂直扰动会在稳定层中造成上冲, 并在稳定层中激发出波动, 波动造成的流场扰动反过来也影响低层气流, 引起动量输送。本文首先在前人研究基础上^[1,2]利用两层模式计算了在稳定大气中二维地形的波动阻力。然后采用类似的方法研究了低层大气不稳定时由于上层波动造成的地形阻力。证明在这种大气条件下的波动阻力作用也是明显的。应在大尺度数值模式或气候模式中加以考虑。

2 稳定大气中的波动阻力

在层结稳定的大气中决定波动形态的重要参数是 Scorer 参数, $l = N/\bar{u}$, 其中 $N = [(g/\bar{\theta})(\partial\bar{\theta}/\partial z)]^{1/2}$ 为浮力频率, $\bar{u}$ 为气层中的平均风速。通常在大气中风速总是随高度增加, 因而 Scorer 参数也经常是下层大、上层小。使我们有可能用两层模式近似地表现大气中层结和平均风速的分布。下层具有较大的 Scorer 参数 l_1 , 上层中相应 l_2 值较小。

设两层大气的界面在 $z=0$ 处, 下层大气厚度为 h 。在地表面 $z=-h$ 处, 地形起伏为一钟形山脊,

1996-12-23 收到, 1997-01-24 收到修改稿

* 国家自然科学基金资助项目

$$\zeta(x)|_{z=-h} = H \frac{a^2}{x^2 + a^2}, \quad (1)$$

其中 H 为山脊高度, a 为山脊的半宽度。

引用 Scorer^[1]的结果, 波动引起的流线垂直位移的 Fourier 分量可近似地表示为:

在下层:

$$\tilde{\zeta}_1 = Hae^{-ak} \frac{l_1 \cos(l_1 z) + il_2 \sin(l_1 z)}{l_1 \cos(l_1 h) - il_2 \sin(l_1 h)}. \quad (2)$$

在上层:

$$\tilde{\zeta}_2 = Hae^{-ak} \frac{l_1 e^{il_2 z}}{l_1 \cos(l_1 h) - il_2 \sin(l_1 h)}. \quad (3)$$

(2) 和 (3) 式表示地形波动长波成分中, 波数为 k 的扰动分量。这部分扰动不向下游传播, 但可垂直向上输送, 并引起动量的垂直通量。

按线性化假定, 速度的扰动分量 $\tilde{u}$ 、 $\tilde{w}$ 和 $\tilde{\zeta}$ 的关系为^[2]

$$\tilde{u} = -\bar{u} \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial z}, \quad \tilde{w} = ik\bar{u} \tilde{\zeta}.$$

于是在大气下层有

$$\tilde{u}_1 = -Hae^{-ak} \bar{u} \frac{-l_1^2 \sin(l_1 z) + il_1 l_2 \cos(l_1 z)}{l_1 \cos(l_1 h) - il_2 \sin(l_1 h)}, \quad (4)$$

$$\tilde{w}_1 = ikHae^{-ak} \bar{u} \frac{l_1 \cos(l_1 z) + il_2 \sin(l_1 z)}{l_1 \cos(l_1 h) - il_2 \sin(l_1 h)}. \quad (5)$$

波动引起的动量通量在水平方向积分量为

$$D = -\rho_0 \int_{-\infty}^{\infty} u w dx, \quad (6)$$

其中 ρ_0 为边界层中的密度, 设为常数, u 和 w 为波动引起的扰动速度,

$$u = \int_0^{\infty} \tilde{u} e^{ikx} dk, \quad (7)$$

$$w = \int_0^{\infty} \tilde{w} e^{ikx} dk. \quad (8)$$

按 Parsavel 定理, (6) 式可写成为

$$D = -\rho_0 \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} (\tilde{u} \tilde{w}^* + \tilde{u}^* \tilde{w}) dk, \quad (9)$$

其中 $\tilde{u}^*$ 和 $\tilde{w}^*$ 分别为 $\tilde{u}$ 和 $\tilde{w}$ 的共轭复数。

取 x 轴方向上由 $-2a$ 至 $+2a$ 之间的平均值为

$$\bar{D} = \frac{D}{4a}, \quad (10)$$

其中当 $x = \pm 2a$ 时, 地形高度已降到山脊高度的 $1/5$ 。假设地形引起的动量通量大部分发生在 $(-2a, 2a)$ 区间内。

将 (4)、(5) 代入 (9) 和 (10), 得到在地表 $z = -h$ 处的平均动量通量为

$$\bar{D}|_{z=-h} = -\rho_0 \frac{\pi}{16} \frac{H^2}{a} \frac{l_1^2 l_2}{l_1^2 \cos^2(l_1 h) + l_2^2 \sin^2(l_1 h)} \bar{u}^2, \quad (11)$$

根据阻力系数的定义, $\bar{D} = -\rho_0 C_D \bar{u}^2$, 因此

$$C_D = \frac{\pi}{16} \frac{H^2}{a} \frac{l_1^2 l_2}{l_1^2 \cos^2(l_1 h) + l_2^2 \sin^2(l_1 h)}. \quad (12)$$

设一典型的大气、地形条件如下: 下层大气厚度 $h = 1000$ m, 温度层结 $\partial \bar{\theta}_1 / \partial z = 0.5$ K / 100 m, 平均风速 $\bar{u}_1 = 5$ m · s⁻¹; 上层大气平均风速 $\bar{u}_2 = 10$ m · s⁻¹, 温度层结 $(\partial \bar{\theta}_2 / \partial z) = 0.35$ K / 100 m。于是有 $l_1 = 0.0025$ m⁻¹, $l_2 = 0.001$ m⁻¹。地形高度 $H = 500$ m, 半宽度 $a = 10000$ m, 将上述参数代入 (12) 式, 得到 $C_D = 6.85 \times 10^{-3}$ 。

3 下层大气层结不稳定时的地形阻力

如果两层模式中的下层大气是不稳定的, 在它和上部稳定层大气之间有一温度跃变 $\Delta \bar{\theta}$, 这相当于大多数白天不稳定大气边界层发展成熟的状态。

在下层 $\frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z} < 0$, 取 $\left(-\frac{1}{\bar{u}_1^2} \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z}\right)^{1/2} = n$, 上部稳定层大气的 Scorer 参数仍用 l_2

表示。根据文献[2]的分析得到下层大气流线垂直位移的表达式为

$$\tilde{\zeta}_1 = H a e^{-ak} \frac{n \operatorname{ch}(nz) + (\gamma - i l_2) \operatorname{sh}(nz)}{n \operatorname{ch}(nh) - (\gamma - i l_2) \operatorname{sh}(nh)}, \quad (13)$$

其中 $\gamma = (\Delta \bar{\theta} / \bar{\theta})(g / \bar{u}^2)$ 为表示边界层顶位温跃变的参数。

用类似上节的处理方法 [见 (4) ~ (12) 式], 得到地表处平均阻力的表达式为

$$\bar{D}|_{z=-h} = -\rho_0 \frac{\pi}{16} \frac{H^2}{a} \frac{n^2 l_2}{[n \operatorname{ch}(nh) - \gamma \operatorname{sh}(nh)]^2 + l_2^2 \operatorname{sh}^2(nh)} \bar{u}^2. \quad (14)$$

取地形条件及上层大气条件和上例相同, 即 $H = 500$ m, $a = 10000$ m, $l_2 = 0.001$ m⁻¹。在低层大气中 $h = 1000$ m, $\partial \bar{\theta}_1 / \partial z = -0.1$ K / 100 m, 顶部温度跃变为 $\Delta \theta = 3$ K, 得到参数 $n = 0.001$ m⁻¹, $\gamma = 0.001$ m⁻¹。代入 (14) 式, 得到 $C_D = 3.2 \times 10^{-3}$ 。

虽然本例的 C_D 值是稳定低层大气时的阻力系数大小的一半左右, 但仍然是一个不能忽略的量。在大尺度数值预报模式和气候模式中, 一般只考虑稳定层结中的地形波动阻力。从本文分析看, 当地形高度较高时 (例如 $H > 500$ m), 层结不稳定的气流越过地形, 在上部稳定层中激发的波动, 反过来会影响低层的流场, 引起显著的垂直动量通量。这个现象应得到模式工作者的重视。

参 考 文 献

- 1 Scorer, R. S., 1978, *Environmental Aerodynamics*, Ellis Horwood Publishers, Chichester, 488.
- 2 桑建国, 1989, 迎风坡面上流场与温度场分布的分析解, 大气科学, 13(4), 441~451.

On Drag of Two-Dimensional Terrain

Sang Jianguo

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Liu Huizhi and Hong Zhongxiang

(Laboratory of Atmospheric Boundary Layer Physics and Atmospheric Chemistry, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract In a two-layer model with a lower unstable boundary layer and an upper stable layer, the waves in the upper layer induced by a two-dimensional terrain, as well as the momentum flux caused by the velocity disturbance in the lower layer are studied analytically. It is shown that mountain waves still play significant role in the momentum budget in the atmosphere even though the lower layer is unstable.

Key words drag mountain waves unstable boundary layer