

大气辐射计算的吸收系数分布模式

石广玉

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

摘要 全面论述了大气辐射计算中的吸收系数分布(k 分布)模式, 包括均匀路径的 k 分布模式以及非均匀路径的相关 k 分布模式。重点是利用吸收系数重排计算大气吸收气体分布函数和相关 k 分布函数的方法。某些结果系作者第一次公开发表。

关键词 辐射模式 k 分布 相关 k 分布 重叠吸收带

1 引言

辐射过程是大气中最重要的物理过程之一。地球大气系统的辐射收支决定了长期的全球平均气候状况; 太阳辐射能和热辐射能在大气中的辐合(辐散), 形成非绝热热源(冷源), 造成大气水平和垂直层结的不稳定。地球气候系统基本上就是在由辐射过程造成的这种不稳定与动力过程使系统趋于稳定的相互作用中演化的。

大气辐射模式在大气遥感和温室气体气候效应等当代气候模式研究中占有重要地位。辐射计算所面临的基本问题是大气气体的非灰吸收与云和气溶胶粒子的吸收和散射同时存在于大气中, 遇到的最大困难是逐线积分LBL方法由于耗费太多的计算机时间无法用于气候研究, 而通常的带模式方法又不能处理多次散射问题。特别是对于温室气候效应研究最关键的长波辐射计算, 必须同时处理频率积分、大气非均匀路径、天顶角角度积分以及不同气体吸收带重叠等问题。本文将对这些问题提供一个较好的答案。

辐射计算的核心问题是大气透过率函数的计算。目前看来, k 分布模式可能是一种最有前途的、并有可能取代其他方法的大气辐射透过率计算方法。Ellingson^[1]在评价 k 分布方法时说:“ k 分布方法比之解析带模式的优点是它使用实际的 k 分布, 对均匀路径进行精确的频率积分, 透过率函数的表达式允许辐射模式扩展到包括多次散射”。

2 k 分布模式

2.1 基本概念

作为非灰吸收和散射问题的一种广泛使用的解法, 可以将波数区间 $\Delta\nu$ 的平均透过率 $\bar{T}(u)$ (其中 u 是吸收物质量)用指数函数的和来近似, 这被称为透过率函数的指数和拟合(ESFT)。对于一条大气均匀路径, 则有

$$\bar{T}(u) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} T_v(u) dv = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp(-k_v u) dv, \quad (1a)$$

其中, $T_v(u)$ 和 k_v 分别表示单色透过率和吸收系数。若将积分改写为求和, 可得

$$\bar{T}(u) = \sum_{n=1}^N A_n e^{-k_n u}, \quad (1b)$$

其中, $A_n = \delta v / \Delta v$, δv 是求和步长, k_n 是某种等效吸收系数。根据物理意义, 显然 A_n 和 k_n 必须满足

$$\sum_n A_n = 1, \quad A_n > 0 \quad k_n \geq 0. \quad (1c)$$

对应地, 区间 Δv 的平均场 \bar{I} 可写作

$$\bar{I} = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} I_v dv = \sum_{n=1}^N A_n I_n, \quad (2)$$

其中, I_n 可看作是具有气体吸收系数 k_n 的辐射传输方程的简单色解。

事实上, 在我们所考虑的辐射传输问题中, 某一波数的辐射与不同波数的辐射之间不存在相关, 即各波数的辐射过程是相互独立的, 我们之所以可以用单一波数的单色辐射传输方程来描述辐射过程就是根据这一性质。因此, 就某一光谱区间 Δv 的平均透过率 $\bar{T}(u)$ 而言, 一个特定的吸收系数 k_v 出现于区间 Δv 的具体位置并不重要; 重要的是 $k \sim k + dk$ 之间的吸收系数所占有的区间 Δv 的份额 $f(k)dk$ 。因此, 一条均匀路径的平均透过率 $\bar{T}(u)$, 既可写成^[2,3]

$$\bar{T}(u) = (1 / \Delta v) \int_{\Delta v} \exp(-k_v u) dv, \quad (3)$$

也可写成

$$\bar{T}(u) = \int_0^\infty f(k) \exp(-ku) dk, \quad (4)$$

二者是完全等价的。这里, $f(k)$ 称为吸收系数 k_v 的几率分布函数; 由(4)式所形成的平均透过率则被称为平均透过率函数的 k 分布模式。如果用数值求和代替方程(4)的积分, 则有

$$\bar{T}(u) \approx \sum_{n=1}^N f(k_n) \exp(-k_n u) \delta k_n = \sum_{n=1}^N A_n \exp(-k_n u), \quad A_n = f(k_n) \delta k_n. \quad (5)$$

比较(1)和(5)式, 可以看到: 二者实质上是完全相同的。这就是说, 透过率函数的指数和拟合与透过率函数的 k 分布模式, 实际上指的是同一件事。不过, 在本世纪 70 年代以前, 文献中一般将这种处理方法称之为透过率函数的指数和拟合; 而 80 年代以来, k 分布的名称则用得愈来愈普遍。在本文以下的论述中, 将不对二者做任何区分。

由(1)或(5)式, 不难看出, 只要 N 取得足够大, (5)式可以以任何精度逼近(4)式; 当 $N \rightarrow \infty$ 时, (5)式就趋于(4)式。而且, 只要 $N > 1$, (5)式就是对灰体模式的一种改进。在离散求和中, 一般用 10 个精心选择的项就可使 k 分布达到惊人的精度^[2,3]。

如上所述, 方程(3)和(4)是完全等价的。但是, 正如 Goody 和 Yung^[3] 所指出的, 它们却给我们提供了对平均透过率函数 $\bar{T}(u)$ 的两种不同的理解方法。当区间 Δv 内包含

许多谱线的话，(3)式是适合于理解带模式的形式；而(4)式则定义了一种分光的或 k 分布的处理方法。同时，这两个方程又使我们可以把对频率 ν 的积分[(3)式]，变换成对吸收系数 k 的积分[(4)式]，从而形成了对辐射传输问题的一种全新的处理。

2.2 k 分布函数的计算

如果更仔细地考察一下表达式(3)与(4)之间的关系，我们会发现：可以用两种不同的方式来对待这种关系，从而导出两类寻求大气气体 k 分布函数的方法^[3]。

第一种方式认定不涉及吸收光谱的细节。这就是说，只把(3)式中的透过率函数看成是一个数量函数，而不管它是根据带模式理论计算的，还是由逐线积分计算的，还是实验室低分辨率光谱的测量结果。然后，由方程(4)将 $f(k)$ 定义成一个光谱函数，而且以 $\bar{T}(u)$ 作为其拉普拉斯变换：

$$\bar{T}(u) = [f(k)]. \quad (6)$$

由于 $\bar{T}(u)$ 可以取成是连续的和解析的，所以可以实行逆拉普拉斯变换去求得 $f(k)$

$$f(k) = [\bar{T}(u)]. \quad (7)$$

看待表达式(3)与(4)之间的关系的第二种方式是利用吸收光谱的细节。吸收系数具有大量的、但是有限的极大和极小。假定第 i 个子区间位于第 i 个极大 $k_i(\max)$ 和第 i 个极小 $k_i(\min)$ 之间。在这一子区间，我们可以实行变量变换

$$\frac{dv}{\Delta v} \rightarrow \frac{dk}{dv} \left| \frac{dv}{dk} \right|_i, \quad (8)$$

当然，这种变量变换可以完全不涉及透过率函数的计算。假定 G 是一个解析函数，于是表达式

$$\bar{G}(u) = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} G[k_v] dv \quad (9)$$

就可以变换为

$$\bar{G}(u) = \int_0^\infty f(k) G(k) dk, \quad (10)$$

其中

$$f(k) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta v} \left| \frac{dv}{dk} \right|_i \{ h[k - k_i(\min)] - h[k_i(\max) - k] \}, \quad (11)$$

h 是阶跃函数。

可以按照两种方式来使用方程(11)。(i) 如果频率谱具有解析形式（例如，Elsasser 和 Schnaitt 模式），则可直接对其进行微分，从而求得 $f(k)$ 。(ii) 但是，更一般的是利用吸收谱线汇编（例如 AFGL 汇编^[4,5]，或 HITRAN 分子资料集^[5]等，后者的最新版本为 1996 年，可从 Internet 上查看^[6]），首先进行吸收系数的计算，然后使用一种“装箱”算法，由(11)式求得 $f(k)$ 。

这里应当特别注意的是：由(10)式可以看出，相同的光谱函数可以用于随吸收系数而变的辐射场的任何性质。因此，(7)式的意义决不单单在于利用逆拉普拉斯变换寻求光谱分布函数 $f(k)$ ，它的最重要的意义在于使我们可以发展带模式理论，导出不但可用

于计算平均透过率，而且还可用于其他目的的 k 分布。

实际上，以上的论述已经指出了寻求大气气体 k 分布函数的两大类方法，即解析方法与数值方法。解析方法只限于某些特殊情况，目前业已得到若干人为带模式以及具有 Lorentz 谱线的 Malkmus 模式、Elsasser 模式和 Schnaitd 模式的 k 分布函数（见文献[3,7]）。但是，数值方法是更一般的。因此，这一节我们将重点讨论数值方法。

2.2.1 透过率函数 $\bar{T}(u)$ 已知时，寻求 k 分布函数的数值方法

由于指数函数是一个非正交基，而且由于问题的物理本质要求 $k_n \geq 0$, $\sum A_n = 1$ 以及 $A_n > 0$ ，这就给 (5) 式或 (1b) 式中 A_n 和 K_n 的寻求带来困难。Wiscombe 和 Evans^[8]曾经详细地评述了当平均透过率函数 $\bar{T}(u)$ 已知时，各种寻求 A_n 和 k_n 的方法。其中包括：(i) 逐级扣除法，或称为作图法；(ii) 先验选取 k_n 法；(iii) Prony 方法及其变型；(iv) 逆拉普拉斯变换（或 k 分布）法；(v) 非线性最小二乘法（NLLS）。Wiscombe 和 Evans 还提出了他们改进的 NLLS 方法。这里应当指出的是，Wiscombe 和 Evans 方法，虽然克服了已往方法的许多缺点，但它仍然要求等间隔的资料点，即要求 $u_m = m\Delta u$, m 为整数 ($m=0, \dots, M$)，这就使得 u 值较小时的 $\bar{T}(u)$ 拟合不好。更重要的是，上述方法都只适用于均匀路径，由于必须同时“最佳”地选取 A_n 和 k_n ，这就使得很难把这些方法推广到非均匀路径。

2.2.2 吸收系数 k 已知时，寻求 k 分布函数的数值方法

在上一节，当平均透过率函数 $\bar{T}(u)$ 已知时，各种寻求 A_n 和 k_n 的方法。这里所说的“已知”，如前所述，指的是只把平均透过率函数 $\bar{T}(u)$ 看成是一个数量函数，而不管它是用何种方法（理论的或实验的）得来的。这一节，我们将讨论当吸收系数 k 已知时，寻求 k 分布函数的数值方法。当然，如果吸收系数 k 已知，我们可以很容易地求得平均透过率函数 $\bar{T}(u)$ ，然后利用上节所讨论的各种方法去寻求 k 分布函数。但是，下面我们将看到，直接利用吸收系数 k ，去寻求 k 分布函数，无论是在计算精度上，还是在计算的稳定性上，它都远远优于上节所介绍的各种方法。另一方面，近年来大气分子光谱学的发展^[6]和电子计算机的进步，又使吸收系数 k 的精确计算变得简单易行。因此，直接利用吸收系数 k ，去寻求 k 分布函数的数值方法，变得愈来愈普遍。下面，我们从吸收系数 k 的计算开始讨论。

2.2.2.1 k 的逐线积分 (LBL) 计算

假定谱线为洛伦兹线型，按照下式的严格波数积分，称为逐线积分：

$$\bar{T}(u) = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} T_v(u) dv = \frac{1}{\Delta v} \int_{\Delta v} \exp \left\{ - \sum_i^{\infty} \frac{\alpha_i S_i u}{\pi[(v - v_{oi})^2 + \alpha_i^2]} \right\} dv, \quad (12)$$

其中， S 为线强， α 是谱线半宽，而 v_0 为谱线中心波数。目前已经提出了许多逐线积分的方案，它们多半是为平均透过率的计算而设计的。但是，一般说来，这些算法相当费时，而且更重要的是，它们大多不符合我们目前的要求。读者将会看到，一种等间隔取样的 k ，将给以后的处理带来极大的方便。下面简介石广玉^[2]使用的一种快速逐线积分方案。

A 基本公式

在不同谱线加宽机制下，吸收系数 k 的表达式可以写作：

对于洛伦兹线型：

$$k_v = \frac{S\alpha_L}{\pi[(v - v_0)^2 + \alpha_L^2]}, \quad (13a)$$

对于都普勒线型：

$$k_v = \frac{S}{\alpha_D \sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{v - v_0}{\alpha_D}\right)^2\right], \quad (13b)$$

对于 Voigt 线型：

$$k_v = \frac{k_0 Y}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{Y^2 + (x-t)^2} dt, \quad (13c)$$

其中， $k_0 = S / \alpha_D \sqrt{\pi}$ ， $x = (v - v_0) / \alpha_D$ ， $Y = \alpha_L / \alpha_D$ ； α_L 和 α_D 分别为洛伦兹半宽度和都普勒半宽度。

现在，假定从线中心 $v = v_0$ 开始，在波数（频率）轴上取积分步长 δ_v ，并取

$$\delta_v = v - v_0 = n(\alpha / M), \quad (14)$$

其中， n, M 为两个整数，而 α 表示洛伦兹半宽 α_L 和都普勒半宽 α_D 。于是，(13a) 和 (13b) 变为

$$k_v = \frac{S}{\pi \alpha_L} (1 + U^2)^{-1}, \quad (15a)$$

$$k_v = \frac{S}{\alpha_D \sqrt{\pi}} \exp(-U^2), \quad (15b)$$

其中

$$U = \frac{n}{M}. \quad (16)$$

显然，对所有的谱线，函数 $(1 + U^2)^{-1}$ 和 $\exp(-U^2)$ 只需计算一次，从而可以极大地节省计算机时间。当然，对于混合加宽的 Voigt 线型来说，在谱线中心附近无法进行(15a)或(15b)式的类似处理，可用专用程序处理（见文献[9,10]）。但在离中心稍远的地方，Voigt 线型实际上变为洛伦兹线型，故仍可利用上述简化。

图 1 是这种积分取样点选取方案的示意图^[2]，其中取 $M = 1$ 。

B 半宽度、谱线位置和线强的近似处理

在实际的大气分子光谱中，某一

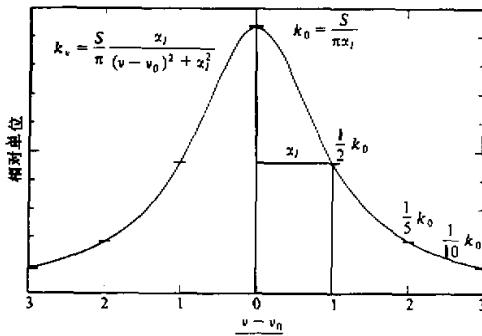


图 1 LBL 积分取样点示意图（见文献[2]）

光谱区间中往往含有许多条谱线，在计算某一取样点处的吸收系数 k_v 时，必须计及所有谱线的贡献，这就是(12)式中对谱线求和的原因。在这种情况下，为了还能利用上述简化并进一步提高计算速度，对半宽度、谱线位置和线强取以下三个近似：

(1) 对所有谱线使用线强加权平均的半宽度 $\bar{\alpha}_L$

$$\bar{\alpha}_L = \left(\sum_i^L \sqrt{S_i \alpha_{L,i}} / \sum_i \sqrt{S_i} \right)^2. \quad (17)$$

(2) 将线中心不恰在积分取样点上的谱线移动到积分取样点上。显然最大移动距离将 $\leq \bar{\alpha}_L / (2M)$ ，由于谱线排列的随机性，可以预期：被左移和右移的谱线数将近似相同。

(3) 将在同一积分点上的所有谱线的强度先行求和，然后作为一条具有和线强的单线处理。

C 线翼贡献的截断

从理论上来说，在吸收系数 k_v 的计算中，对频率的积分限应当取作无穷大。换句话说，在计算 k_v 时，应当考虑无穷远处的谱线的贡献。但是，由于谱线强度和谱线的远翼行为都存在着某种误差和不确定性，因此无限制地计及谱线远翼的贡献是没有实际意义的。可以根据所考虑的光谱区间中的最小线强以及精度要求，在离开线中心的某一波数处将线翼贡献截断。设 v_c 为截断波数，并令^[1]

$$v_c = \beta \alpha_L, \quad (18)$$

这里， β 是某一整数；或者，可以事前设定一条谱线线强的 γ 部分被截断，即

$$\gamma = 2 \int_{v_c + v_0}^{\infty} \frac{k_v}{S} dv, \quad (19)$$

由于 $v_c \gg \alpha_L$ ，所以 $k_v \approx (S/\pi)[\alpha_L / (v - v_0)^2]$ 及 $\gamma = 2/\beta\pi$ 。如取 $\gamma = 0.005$ 的话，则 $\beta = 127$ 。

为了部分地补偿截断所带来的误差，可将线强重新校正为

$$S' = S / \left(1 - \frac{2}{\beta\pi} \right). \quad (20)$$

对 Δv 区间外的谱线贡献，亦作类似处理。

吸收系数的上述逐线积分方案，较之根据(12)、(13)式的直接积分，可以使计算速度提高1~2个数量级^[2]。

2.2.2.2 吸收系数的重排

在求得吸收系数 k_v 之后，下一步就是寻求其 k 分布函数。最简单和最直观的方法是“装箱计数”法（见文献[12]）。例如，假定在区间 Δv 内等间隔取样的吸收系数 k_v 的总个数为 N ，而在 $k_v \sim k_v + dk_v$ 之间所含有的吸收系数的个数为 n ，那么，可以简单地得到

$$f(k_v) = n / N. \quad (21)$$

如前所述， k_v 在实际波数空间 v 中的排列顺序并不具有特殊的意义。如果在方程(1b)中，置 $k_1 > k_2 > \dots > k_N$ 的话，我们就可以把它看成是把实际的波数空间 v 按吸收

系数从大到小的顺序变换成一个新的波数空间 v^* 。这就产生了寻求 k 分布函数的吸收系数重排法^[2]。

一个数组中数元的重排，现在已经是计算机程序库中的一种可以调用的程序，在实际应用中只须注意其效率即可。

图2a是用上一节介绍的快速逐线积分方法所得到的吸收系数 k_v ，图2b则是按照从大到小的顺序重排过的 k_{v^*} 。

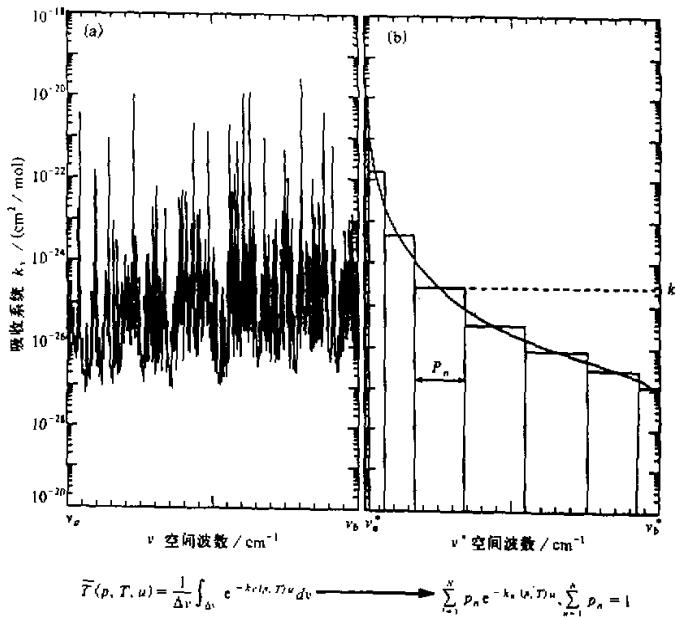


图2 利用吸收系数重排求 k 分布的示意图
(a) 吸收系数的原始分布, (b) 重排后的分布

2.2.2.3 求积公式与 k 分布函数的寻求

由图2可见，吸收系数 k_v 被重排过之后，它由一个随频率 v 急剧变化的、难于进行数值积分的函数，变成为一个随频率 v^* 单调变化的、从而易于进行数值积分的函数。显然，在新的波数空间 v^* 中，可以用适当的求积公式来完成这一积分，并同时得到相应的 k 分布函数。例如，可以使用高斯求积公式（见文献[13]）

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{n=1}^N P_n f(x_n)$$

式中， x_n 是Legendre多项式的零点，或称为求积节点， P_n 是相应的权重因子。

这里需要指出的是，观察一下图2中重排过的 k_{v^*} 曲线，我们会发现：大 k_{v^*} 值的部分， k_{v^*} 随频率 v^* 的变化非常剧烈，故应当在这一部分选取较多的求积点（即ESFT中的指数项）以提高精度。但是，上述高斯求积公式中求积节点的分布并不满足这一要求。为此可以进行以下变换，取

$$x = \frac{2\sqrt{v^* - v_A^*}}{\sqrt{v_B^* - v_A^*}} - 1, \quad (22)$$

其中, v_A^* 、 v_B^* 为所考虑的区间 Δv 的左、右端点。变换上式可得

$$\left. \begin{aligned} v^* &= \frac{v_B^* - v_A^*}{4} (1+x)^2 \\ dv^* &= \frac{v_B^* - v_A^*}{2} (1+x)dx \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

于是, (1b)式中的 k_n 和 A_n 变为

$$\left. \begin{aligned} k_n &= k_{v^*, n} = k \left[\frac{v_B^* - v_A^*}{4} (1+x_n)^2 + v_A^* \right] \\ A_n &= \frac{1}{2} P_n (1+x_n) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

利用重排吸收系数的方法, 不但使 k 分布模式的物理意义变得十分明了, 而且它使 ESFT 或 k 分布模式所要求的 $k_n \geq 0$, $\Sigma A_n = 1$ 以及 $A_n > 0$ 等条件自动得到满足。

3 相关 k 分布模式

3.1 ck 分布的概念

上一节的讨论只涉及大气均匀路径。在大气均匀路径的情况下, k 分布方法的确具有带模式方法不可比拟的优点。但是, 对于一条大气非均匀路径来说, 情况又如何呢? 当然, 通常处理非均匀路径的单参数换算近似只涉及到修正吸收物质的量而不改变吸收系数的频率分布, 所以它既可用于带模式, 也可用于 k 分布。但是, 对双参数的 CG 近似而言, 则不存在直接的类似形式。原因是: 在 k 分布中, 光谱信息已被完全打乱, 所以当压力、温度变化后, 在不重新计算 k 分布的情况下, 没有一种简单的方式可以处理同一谱线的不同部分之间的相互关系。分布方法之所以直到前不久还未被广泛应用, 这也许是重要原因之一。

相关 k 分布方法是 CG 近似的一种有效的替代物。它假定, 在不同压力和温度的 k 分布之间存在着简单的相关。与 CG 近似一样, 它也是根据某些渐近极限下的精确结果而提出来的。

根据 Goody 和 Yung^[3] 的论述, 首先对相关 k 分布理论作一种概念上的一般考察, 然后, 讨论利用吸收系数的重排, 如何寻求相关 k 分布的方法。

定义累加 k 分布函数 $g(k)$ 为

$$g(k) = \int_0^k f(k') dk'. \quad (25)$$

根据这一定义, 平均透过率函数 (4) 可改写为

$$\bar{T}(u) = \int_0^1 \exp(-k_g u) dg. \quad (26)$$

式中， g 是 k 的一个单调函数，而且它们之间的关系可以相互转换， $g \leftarrow k$ ；这就是对 k_g 用一个 g 下标的含义。另一方面，可以将(3)式改写为

$$\bar{T}(u) = \int_0^1 \exp(-k_v u) d(v / \Delta v). \quad (27)$$

观察方程(26)和(27)发现，它们是完全相似的。对一条均匀路径来说， $v / \Delta v \leftarrow g$ 是可以互相交换的。因此，可以用 g 代替 v 作为独立变量，从而大大简化数值计算。

典型的 $k-g$ 关系示于图 3，其中的 3 条光滑曲线是对 3 个分得很开的压力，由 Malkmus 带模式函数的 k 分布解析表达式和(25)式得到的^[14]。将图中的 g 轴分成 10 个间隔，使用(26)式就可使透过率的计算达到相当高的精度。而且，相同的间隔划分可以用于所有的气层。因此，如果能用 g 作为独立变量来进行沿一条非均匀路径的积分，那将是一种特别有用的数值方法。但是，我们必须首先证明这样做是否具有恰当的物理基础。

从物理上来说，在辐射问题的处理中，最恰当的独立变量应当是辐射频率 v ，因为我们所考虑的所有过程都是与频率有关的，大气问题涉及到特定频率的光子在层与层之间的交换。但是，如图 2a 所示，由于大气气体的频率谱过分复杂，所以如果用频率作为一个独立变量来工作，我们将面对一个十分棘手的问题。另一方面，如果 g 可以代替 v 作为独立变量的话，就可以用少数几个 g 区间（在图 2b 中为 9 个）代替无数的 v 区间，从而使(2)式中对频率的积分得到极大的简化，图 2 所表示的真正含义就在于此。问题是：对一条大气非均匀路径来说，这是否可能呢？

对包含许多大气层（取各层的下标为 j ）的一条垂直路径，可以将(27)式写成

$$\bar{T} = \int_0^1 \exp\left(-\sum_j k_{v,j} \Delta u_j\right) d(v / \Delta v). \quad (28)$$

相关 k 分布理论所依据的假定是：根据(26)和(27)式之间的相似，(28)也应当写成

$$\bar{T} = \int_0^1 \exp\left(-\sum_j k_{g,j} \Delta u_j\right) dg. \quad (29)$$

如果这一假定成立，那么，剩下的问题就只不过是求各个大气层的 $g-k$ 关系式。因此，全部问题的关键在于方程(29)是否成立。

对单条线、独立线的排列以及规则带模式来说，方程(29)是成立的。目前已经证明，在若干条件下，(29)式也是成立的，其中包括：(i) 吸收系数 k 遵从一种简单的换算近似。(ii) 弱线极限。(iii) 规则带与 Schnaitt 模式。

从物理意义上来说，在不同的大气高度上，对于一个给定的 v ，只存在一个 g 。换句话说，其中假定了不同压力和温度下的吸收系数之间存在严格的一一对应关系：最大

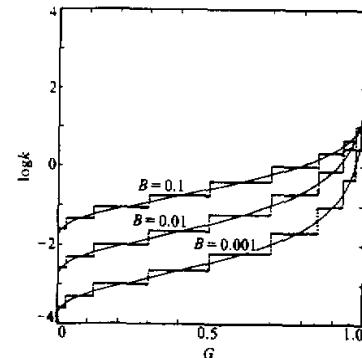


图 3 k 分布的相关性示意图

的吸收系数永远对应于最大的吸收系数，最小的吸收系数永远对应于最小的吸收系数，依此类推。但是，在实际的大气分子光谱中，由于具有不同线宽和线强的谱线部分重叠以及各条谱线的温度依赖关系并不完全相同，所以在一般情况下，无法从理论上严格证明相关 k 分布假定的成立。反倒是，可以用简单的数值方法证明：在一般情况下、它是不成立的。

但是，像大气科学的许多其他问题一样，我们所追求的并不完全是一种完美的理论，更多的或许是某种近似和假定的实际应用。因此，相关 k 分布的价值只能靠试错法来评估。

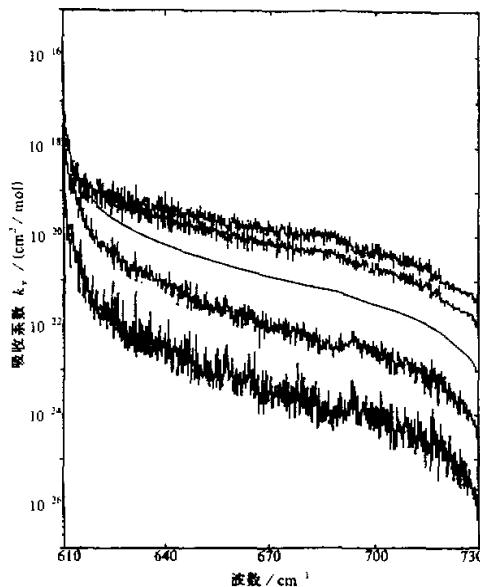


图 4 不同压力下吸收系数分布相关性示意图

是成立的，因为图中 50 hPa 以外的其他 4 个压力下的吸收系数曲线的总体变化趋势，大致上与 50 hPa 压力相同，并非随机排列。如上所述，该是就 CO_2 15 μm 带中心 $610 \sim 730 \text{ cm}^{-1}$ 区间计算的，这里的谱线重叠相当严重。可以预期，在其他谱线重叠不太严重的区域，不同压力下的 k 分布函数的相关性会更好。

3.2 相关 k 分布的计算

由于仅在若干理想情况下，才有可能求得相关 k 分布的解析表达式，所以实际大气中相关 k 分布的计算主要靠数值方法进行。在假定相关 k 分布成立的前提下，已经提出若干种方法来寻求不同气层的 $g-k$ 关系式（见文献[12,14~17]）。有些作者亦像本文这样，利用大气分子光谱的吸收线参数汇编，使用一种精确的逐线积分方法，首先进行吸收系数的计算。例如，Lacis 和 Oinas^[14]使用 Malkmus 带模式，使其透过率与 LBL 的结果取得最佳拟合，从而得到最佳带模式参数。使用 Malkmus 带模式的原因，正如上面所述，是因为可用逆拉普拉斯变换得到其解析 k 分布。Fu 和 Liou^[12]所用的方法，实际上是一种简单计数式的“装箱”法。

图 4 表示在实际大气中相关 k 分布的假定是否成立的示意图^[2]。图中 5 条曲线的吸收系数是就 CO_2 15 μm 带中心 $610 \sim 730 \text{ cm}^{-1}$ 区间计算的。这 5 条曲线由下法得到：首先用 § 2.2.2.1 所介绍的逐线积分法计算标准温度下 5 个压力（1013, 338, 50, 5 和 0.1 hPa）下的吸收系数 k_r ，然后以 50 hPa 压力的一组 k_r 为参考，用 § 2.2.2.2 所叙述的方法同时将上述 5 组吸收系数进行重排。由图可以得到两点重要的启示：第一，在实际大气中，相关 k 分布理论是不完全成立的，因为如果相关 k 分布理论完全成立的话，图中的 5 条曲线应当是类似于图 3 中的三条曲线，也就是说，它们应当是完全光滑的；第二，相关 k 分布理论却又基本上

事实上，早在 1981 年，石广玉^[2]就基于 § 2.2.2 所述的吸收系数重排，完成了大气非均匀路径的透过率函数的指数和拟合，实质上就是这里所讲的相关 k 分布。以下这种方法的概要。

如上所述，相关 k 分布的概念是为了将大气均匀路径的 k 分布方法应用于大气非均匀路径而提出来的。大气非均匀路径的问题来自于当一条路径上大气的温度和压力发生变化时，大气气体的吸收系数 k 将发生变化。而吸收系数 k_v 的压力、温度依赖关系取决于决定 k_v 的四个参数，即谱线中心波数 ν_0 ，半宽度 $\alpha_{L,D}$ ，线强 S ，以及跃迁的低态能量 E'' 的压力、温度依赖性。具体地说， ν_0 几乎与压力、温度无关； E'' 与压力、温度无关；洛伦兹半宽度的温压依赖关系为

$$\alpha_L(p, T) = \alpha_L(p_0, T_0)(p/p_0)(T/T_0)^{-n}, \quad (30a)$$

而都普勒半宽度与压力无关，只依赖于温度

$$\alpha_D = \frac{\nu_0}{c} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} = 4.301 \times 10^{-7} \nu_0 \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2}, \quad (30b)$$

谱线强度也只取决于温度

$$S(T) = S(T_0) \frac{Q_v(T_0)Q_r(T_0)}{Q_v(T)Q_r(T)} \exp \left[\frac{1.439E''(T-T_0)}{TT_0} \right], \quad (31)$$

其中， Q_v 和 Q_r 分别是振动和转动配分函数^[18]。上述各式中， P 和 T 表示压力和温度，下标“0”系其参考值。

从以上分析不难看出，非均匀路径的问题主要来自谱线半宽度和线强的温压依赖性。

Chou 和 Arking^[19,20]指出，在某些条件下，吸收系数 k_v 的压、温依赖关系是可以分离的。以洛伦兹线型为例：

$$k_v(p, T) = \sum_l \frac{S_l(T)}{\pi} \frac{\alpha_{L,l}(p, T)}{(\nu - \nu_{0,l})^2 + \alpha_{L,l}^2(p, T)}, \quad (32)$$

在线中心附近，由于 $|\nu - \nu_0| \ll \alpha_L$ ，故上式可简化为

$$k_v(p, T) = k_v(p_0, T_0)(p_0/p)R_v(T, T_0), \quad (33)$$

其中

$$R_v(T, T_0) = (T/T_0)^n \sum_l S_l(T) / \sum_l S_l(T_0). \quad (34)$$

另一方面，在线翼， $\alpha_L \gg (|\nu - \nu_0|)$ ，(32) 式可化为

$$k_v(p, T) = k_v(p_0, T_0)(p/p_0)R_v(T, T_0), \quad (35)$$

其中

$$R_v(T, T_0) = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-n} \sum_l \left[\frac{S_l(T)\alpha_L(p_0, T_0)}{(\nu - \nu_{0,l})^2} \right] / \sum_l \left[\frac{S_l(T_0)\alpha_L(p_0, T_0)}{(\nu - \nu_{0,l})^2} \right]. \quad (36)$$

一般地，可以取

$$k_v(p, T) = k_v(p_0, T_0)f(p/p_0)g(T/T_0). \quad (37)$$

根据上述假定，可以在若干典型的压力和温度下，按 § 2.2.2 所述步骤求得 k_n ，然后用某种经验拟合方法，求得 $f(p/p_0)$ 及 $g(T/T_0)$ 。例如，可以取^[2]

$$k_n(p, T) = k_n(p_0, T_0) \exp(Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + Ex^5) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{a+bT} \quad (38)$$

其中， $x = \ln(p/p_0)$ 、 A 、 B 、 C 、 D 、 E 以及 a 和 b 是拟合系数。图 5 就 H_2O 的 $2.7 \mu\text{m}$ 带给出了这种拟合的例子。可以看到，拟合精度是相当令人满意的。

如前所述，相关 k 分布的假定是否合理，最终必须靠实际的数值计算结果来检验。图 6 是大气臭氧 $9.6 \mu\text{m}$ 带冷却率的计算结果^[21]。图中实线是逐线积分的冷却率，虚线是按照重排吸收系数的方法，由相关 k 分布所得到的冷却率。可以看到，两者符合的程度十分令人满意。大气臭氧 $9.6 \mu\text{m}$ 带在辐射计算上是一条非常出名的难于处理的吸收带，能得到如此好的结果，说明相关 k 分布的假定完全可以满足大气实际计算的需要。

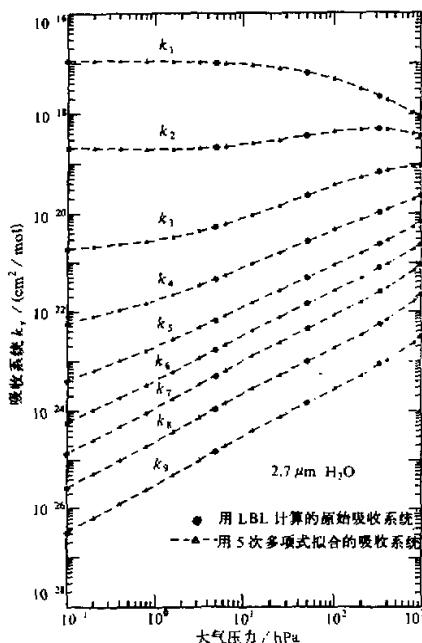


图 5 水汽 $2.7 \mu\text{m}$ 带的吸收系数 k_r 随气压的变化

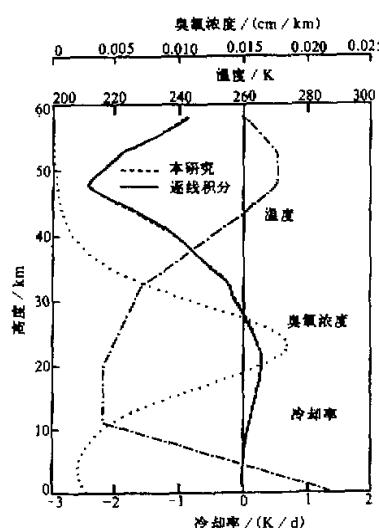


图 6 用 ESFT 所得到的大气臭氧 $9.6 \mu\text{m}$ 带的冷却率与 LBL 方法的比较

4 重叠带

在大气气体的吸收光谱中存在许多重叠吸收带。也就是说，在同一光谱区间，存在两种以上的气体的吸收。例如， CO_2 的 $1.43 \mu\text{m}$ 带与 H_2O $1.38 \mu\text{m}$ 带的翼部， CO_2 的

$2.0 \mu\text{m}$ 带与 H_2O 的 $1.87 \mu\text{m}$ 带的翼部, CO_2 的 $2.7 \mu\text{m}$ 带与 H_2O 的 $2.7 \mu\text{m}$ 带, 以及 CO_2 的 $15 \mu\text{m}$ 带与 H_2O 转动带的翼部等等。另外, 液态水的吸收遍布整个红外区域; $8\sim12 \mu\text{m}$ 大气窗区的连续吸收, 也与大气气体的线吸收重叠在一起。因此, 寻找一种处理这类重叠带的精确而又有效的算法是大气辐射计算的一个重要问题。

处理这一问题的一般方法是根据大气气体透过率函数的所谓可乘性。如果我们用 W 和 U 表示两种吸收成分, 它们所产生的透过率分别用 $T(W)$ 和 $T(U)$ 表示, 而由 W 和 U 的混合物所产生的透过率用 $T(W, U)$ 表示, 那么, 按照透过率函数的所谓可乘性, 则有

$$T(W, U) = T(W)T(U). \quad (39)$$

这里需要指出的是, 上述方程实际上只适用于单色(或指数)透过率。对于一个有限区间的平均透过率来说, 读者后面将会看到, 只有当两种成分的透过率完全不相关, 亦即它们的吸收系数的光谱分布是完全随机时, 方程(39)才成立。但是, 对于实际的大气气体吸收带而言, 这一条件不但并不总是满足的, 而且一般说来, 总是不满足的。方程(39)的使用, 一般将过低估计透过率函数 $T(W, U)$ 。特别是, 在多层大气的情况下, 由于在相邻大气层之间的重叠光谱是强相关的, 所以该公式将失去其成立的条件; 在不同的大气层之间一次次地进行透过率乘积的相乘将破坏重叠光谱中的非灰信息。

Lacis 和 Oinas^[14]用以下公式来处理吸收气体 u_a 和 u_b 的吸收带的重叠:

$$T(u_a, u_b) = \sum_i^N \sum_j^N \exp[-(k_i u_a + k_j u_b)] \Delta g_i \Delta g_j, \quad (40)$$

其中, $T(u_a, u_b)$ 是这两种气体的合成透过率。为了“记忆” k 分布中的非灰信息, 在对 N 进行求和以得到透过通量之前, 首先对各个 k 分布成分(即简单单色辐射)进行整个垂直大气的计算。

由于方程(40)涉及到二重求和, 多次散射计算需要 N^2 次运算, 为了减少计算时间, 采取以下步骤: (i) 首先由(40)式计算 N^2 个透过率; (ii) 将它们以单调次序排列; (iii) 将上述 N^2 个透过率重新分块, 并放回原来的 N 个 k 分布区间; (iv) 以后的计算按原来的 N 个 k 分布区间进行。一般而言, 排列和重组 N^2 个 k 分布区间比实行 N 次多次散射计算要省时, 故可节约计算时间。

几种不同气体的重叠吸收也可以用带模式半宽度参数 B 和带强 S 更直接进行计算。将每种气体的 B 和 S 组合起来, 使其与带模式的非相关随机重叠吸收线这一假定相一致, 取

$$S = S_a(u_a/u) + S_b(u_b/u), \quad (41)$$

$$(BS)^{1/2} = (B_a S_a u_a/u)^{1/2} + (B_b S_b u_b/u)^{1/2}, \quad (42)$$

其中, $u = u_a + u_b$ 为组合吸收物质量。用类似方法可以处理任何数目的气体的重叠吸收。

须要注意的是, 方程(42)中的半宽度关系式是按照两种气体均为强线极限时拟合的。如果实际情况是有强有弱, 则会夸大吸收带重叠的贡献, 过高估计组合参数 B 达到一个数量级。如 CO_2 $15 \mu\text{m}$ 带的 Doppler 区域与弱的 O_3 吸收的重叠。补救的方法

是，先计算两种气体的有效 Malkmus 光学厚度并把它们相加，然后再确定组合参数 B 。

这里须要强调指出的是，Lacis 和 Oinas^[14]对重叠带的上述处理均基于重叠光谱完全不相关这一假定，恰当与否，必须用LBL的计算结果来证实。实际上，石广玉^[2]利用将两种或两种以上气体的吸收系数进行同时重排的方法，仔细地研究了这个问题，有关的处理方法如下。

使用 § 2.2.2 所提出的吸收系数重排 k 分布算法，使得我们可以以一种相当精确的方式来处理大量的大气吸收带重叠的问题。为了便于描述，将问题分为以下五类：

情形 I W 成分的线吸收+ U 成分的连续吸收

大气窗区的连续吸收与 H_2O （或 CO_2 ）的线吸收属于这一类。在这种情况下，在有限的某一光谱区间内，连续吸收实际上随波数的变化并不大。因此，可以首先将 W 成分的线吸收系数重排，得到 A_j 和 k_w^j ($j = 1, \dots, N$)，然后将合成透过率 $T(W, U)$ 表示为

$$T(W, U) = \exp(-k_c U) \left(\sum_{j=1}^N P_j k_w^j W \right) = \sum_{j=1}^N P_j \exp[-(k_w^j W + k_c U)], \quad (43)$$

式中， k_w^j 是重排过的 W 成分的吸收系数第 j 个 k 分布函数取样点处的吸收系数， k_c 是连续吸收系数。

情形 II W 成分的强线吸收+ U 成分的弱线吸收

对这一类重叠吸收有若干种处理方法：

(1) 如果 U 成分的线吸收足够弱，可以将其看作是处于线性吸收律区，并将其在所考虑的光谱区间中的吸收系数的数学平均值记为 \bar{k}_u 。求得 W 成分的 A_j 和 k_w^j 以及 U 成分的 \bar{k}_u 之后，我们即可将合成透过率 $T(W, U)$ 写为

$$T(W, U) = \sum_{j=1}^N P_j \exp[-(k_w^j W + \bar{k}_u U)]. \quad (44)$$

(2) 以 W 成分的吸收系数为参照，同时重排 W 成分和 U 成分的吸收系数。 W 成分的 A_j 和 k_w^j 由 § 2.2.2 所描述的方法得到；对 U 成分，我们可以取其重排过的吸收系数 k_u^j 在第 j 个 k 分布函数取样子区间的平均值为 \bar{k}_u^j 。最后，得合成透过率 $T(W, U)$ ：

$$T(W, U) = \sum_{j=1}^N P_j \exp[-(k_w^j W + \bar{k}_u^j U)]. \quad (45)$$

一般地说，上述两种方法将或多或少地过低估计合成透过率 $T(W, U)$ 。

(3) 将 W 成分和 U 成分的吸收系数按照 § 2.2.2 所描述的方法，独立地进行重排，并求得其各自的 k 分布函数 (A_j, k_w^j) 和 (A_j, k_u^j) ，则合成透过率 $T(W, U)$ 可用下式给出：

$$T(W, U) = \sum_{j=1}^N P_j \exp[-(k_w^j W + k_u^j U)]. \quad (46)$$

事实上，这种处理方法相当于假定：在 W 成分的吸收系数分布和 U 成分的吸收系数分布之间，存在一种完全相关关系。一般说来，它将过高估计合成透过率 $T(W, U)$ 。

情形III W 成分的线吸收和 U 成分的线吸收强度可比拟，但它们的吸收系数分布之间不存在任何相关

在这种情形下，如果以 W 成分的吸收系数为参照（当然，由于两者的强度是可以

比拟的，所以也可以以 U 成分的吸收系数为参照），将 W 成分的吸收系数和 U 成分的吸收系数进行同时重排的话，由于我们事前已经假定了两种成分的吸收系数分布之间不存在任何相关，所以重排过的 U 成分的吸收系数分布将会变成一种完全随机的排列。于是， U 成分在某一给定子区间（譬如，第 j 个子区间 $\Delta\nu_j^*$ ）的透过率就可以看作是与 U 成分在整个区间 $\Delta\nu$ 内的透过率相同，即

$$\begin{aligned} T_j(W, U) &= \exp(-k_w^j W) \left(\frac{1}{\Delta\nu_j^*} \int_{\Delta\nu_j^*} \exp[-k_u(v^*) U] dv^* \right) \\ &= \exp(-k_w^j W) \left(\frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp[-k_u(v) U] dv \right) \\ &= \exp(-k_w^j W) \left[\sum_{i=1}^M Q_i \exp(-k_u^i U) \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

其中， $T_j(W, U)$ 表示第 j 个子区间的合成透过率。因此，整个区间 $\Delta\nu$ 内的合成透过率可以写作

$$\begin{aligned} T(W, U) &= \sum_{j=1}^N P_j \exp(-k_w^j W) \left[\sum_{i=1}^M Q_i \exp(-k_u^i U) \right] \\ &= \sum_{\substack{j=1, N \\ i=1, M}} P_j Q_i \exp[-(k_w^j W + k_u^i U)]. \end{aligned} \quad (48)$$

这里值得注意的是，方程 (48) 可以通过将透过率函数的指数和拟合表达式 (1b) 直接引入方程 (39) 而得到，

$$\begin{aligned} T(W, U) &\approx T(W)T(U) = \sum_{j=1}^N P_j \exp(-k_w^j / W) \sum_{i=1}^M Q_i \exp(-k_u^i U) \\ &= \sum_{\substack{j=1, N \\ i=1, M}} P_j Q_i \exp[-(k_w^j / W + k_u^i U)]. \end{aligned} \quad (49)$$

实际上，这一方程就是 Lacis 和 Oinas^[4] 所用的方程 (40)。可以预期，方程 (49) 的这类处理吸收带重叠的方法，将会过低估计合成透过率 $T(W, U)$ ，因为 W 成分的吸收系数分布和 U 成分的吸收系数分布之间，总是或多或少地存在某种程度的相关。

情形 IV 同 III，但两种成分的吸收系数分布之间存在某种程度的相关

此时，可以取吸收系数较强的一种成分（比如 W 成分）作为参考，同时重排 W 成分的吸收系数和 U 成分的吸收系数。但是，在这种情况下，我们无法像在情形 III 那样，能以一种简单的方式表示 U 成分在第 j 个子区间的透过率，因为在新的波数空间 v^* 中， U 成分的吸收系数分布的排列已不再是完全随机的。我们用下述方法处理这一问题（图 7）：将 U 成分在每一个子区间 $\Delta\nu_j^*$ 中的吸收系数，按照 § 2.2.2 叙述的方法，再重新排列一次，并求出其在第 j 个子区间的 k 分布函数 (B_j, k_u^j) ，这里 B_j 是在子区间内的求积权重，而且如果求积项数是 M 的话，由于子区间的宽度 $\Delta\nu_j^*$ 小于整个区间的宽度 $\Delta\nu$ ， M 可以小于 N ，以便节约计算时间。最后，对第 j 个子区间的合成透过率，则有

$$T_j(W, U) = \exp(-k_w^j W) \left(\frac{1}{\Delta\nu_j^*} \int_{\Delta\nu_j^*} \exp[-k_u(v^*) U] dv^* \right)$$

$$= \exp(-k_w^j W) \sum_{i=1}^M Q_{ji} \exp(-k_u^i U). \quad (50)$$

而对整个区间 Δv 的合成透过率，则有

$$\begin{aligned} T(W, U) &= \sum_{j=1}^N P_j \exp(-k_w^j W) \left(\sum_{i=1}^M Q_{ji} \exp(-k_u^i U) \right) \\ &= \sum_{\substack{j=1, N \\ i=1, M}} P_j Q_{ji} \exp[-(k_w^j W + k_u^i U)]. \end{aligned} \quad (51)$$

数值计算表明，无论在什么情况下，这种处理方法所给出的结果总是相当令人满意的^[22]。

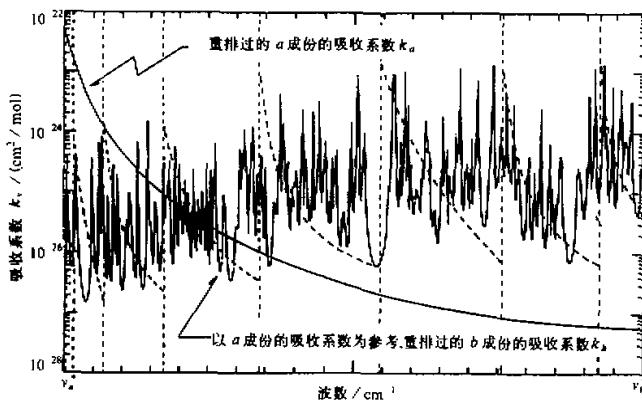


图 7 W 成分和 U 成分吸收带重叠方法示意图

5 结语与讨论

本文全面概述了大气辐射透过率计算中的 k 分布和相关 k 分布的基本概念及其计算方法。 k 分布模式适合于大气均匀路径，而相关 k 分布模式则是针对大气非均匀路径提出来的。尽管有许多作者试图在更广泛的范围内，从理论上证明相关 k 分布模式的成立条件，但正如本文分析所表明的，主要由于具有不同线强和线宽的谱线重叠以及各条谱线的温度依赖关系不同，所以在实际地球大气的辐射传输中相关 k 分布的假定是不成立的。不过，包括本文在内的许多研究表明，对实际的数值计算应用而言，相关 k 分布的假定基本上是成立的。这就给众多的大气辐射计算带来了一种全新的处理方法。特别是，它可以有效地同时处理非灰气体吸收以及涉及大气气溶胶和云的多次散射问题，在处理频率积分[例如，大气冷却率（加热率）的计算]方面，它比逐线积分要快几个数量级，而其精度一般又优于（至少不低于）一般的带模式，所以无论是在大气遥感还是当代气候变化的研究中，都有着广泛的应用前景。

本文的重点在于介绍利用吸收系数重排的 k 分布和相关 k 分布的数值计算方法。

这种方法与 Lacis 和 Oinas^[14]的利用 Malkmus 带模式的 k 分布解析表达式的方法相比，由于他们已经用精确逐线积分的透过率校正带模式的参数，所以在处理大气均匀路径上，两种方法所达到的精度并无实质性的不同。但本文方法与其他方法相比，仍然具有以下明显的优点：

(1) 它使 k 分布模式的物理意义变得十分明了，而且使 ESFT 或 k 分布模式所要求的 $k_n \geq 0$, $\sum A_n = 1$ 以及 $A_n > 0$ 等条件自动得到满足；

(2) 在大气非均匀路径的处理上，如果我们以某一参考压力或参考温度下的吸收系数为基准，同时重排其他压力或温度下的吸收系数，然后按照处理不同气体吸收带重叠问题的情形 IV 的方法，将非参考压力或非参考温度下的吸收系数再重新排列一次（以后的处理步骤同情形 IV），那么，这将有可能使我们抛弃相关 k 分布的假定必须成立才能处理大气非均匀路径的这一前提条件。数值计算的工作量虽有所增加，但计算精度预期将无实质性变化；

(3) 本文基于吸收系数的重排所提出的处理不同大气气体吸收带重叠问题的方法，特别是情形 IV 的方法，由于从物理本质上部分地考虑了实际存在的不同大气气体吸收系数的相关性，所以在计算精度上是其他相关 k 分布处理方法所无法比拟的。

当然，有关 k 分布和相关 k 分布模式的许多问题需要进一步的研究。比如，在大气长波辐射通量的计算中，除涉及到大气透过率函数之外，还涉及到普朗克函数。在本文以上的讨论中，均假定普朗克函数在区间 $\Delta\nu$ 内不发生急剧变化，故 $\Delta\nu$ 不可取得过大，以便使我们可以取普朗克函数的某种平均值并把它提到积分号外面。从物理意义上来说，更精确的 k 分布处理方法应当把普朗克函数与气体吸收系数的关系包括进去。另外，本文提出的利用吸收系数重排的 k 分布和相关 k 分布计算方法，在实际应用中需要一个相对庞大的数表。这对于大气辐射学家和当代的计算机条件来说，虽然不是一个严重的限制；但对于大气动力学家来说，可能显得没有像带模式那么简单。或许他们宁可牺牲某种精度，而希望有一个简单的公式及少数参数就可完成辐射计算。观察图 2b 中重排过的吸收系数曲线，可发现它在形状上很像一条压力加宽的洛伦兹谱线或混合加宽的 Voigt 谱线（当然，这里所说的只是谱线的右半部。但由于大气气体的光谱线是对称的，其左半部的行为与右半部相同）。如果我们能用某种简单的数学公式将其表达出来，求得某一形式上的“线强”和“半宽度”，同时我们又能以某种简单的方式表达这种“线强”和“半宽度”的温度和压力依赖关系，那么，在相关 k 分布假定成立的前提下，我们就会得到大气非均匀路径的一种相当简单的、不再需要庞大数表的处理方法。

参 考 文 献

- Ellingson, R. G., J. Ellis and S. Fels, 1991, The intercomparison of radiation codes used in climate models, Long wave results, *J. Geophys. Res.*, **96**, 8929~8953.
- Shi Guangyu, 1981, An Accurate Calculation and Representation of the Infrared Transmission Function of the Atmospheric Constituents, Ph. D. Thesis, Tohoku University of Japan, 191pp.
- Goody, R. M. and Y. L. Yung, 1989, *Atmospheric Radiation*, 2nd Ed., Oxford University Press.
- Rothman, L. S., et al., 1982, AFGL atmospheric absorption line parameters compilation, 1982 edition, *Appl. Opt.*, **22**, 2247~2256.
- Rothman, L. S., et al., 1982, AFGL trace gas compilation, 1982 version, *Appl. Opt.*, **22**, 1616~1627.

- 6 Rothman, L. S., HITRAN Atmospheric Workstation for Windows, Internet Address: <http://www.hitran.com/facts.htm>.
- 7 Arking, A. and K. Grossman, 1972, The influence of line shape and band structure on temperatures in planetary atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **29**, 937~949.
- 8 Winscombe, W. J. and J. W. Evans, 1977, Exponential-sum fitting of radiative transmission function, *J. Comput. Phys.*, **24**, 416~444.
- 9 Young, C., 1965, Calculation of the absorption coefficient for lines with combined Doppler and Lorentz broadening, *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.*, **5**, 549~552.
- 10 Shippony, Z. and W. G. Read, 1993, A highly accurate Voigt function algorithm, *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.*, **50**, 635~646.
- 11 Chou, M. D. and L. Kouvaris, 1986, Monochromatic calculations of atmospheric radiative transfer due to molecular line absorption, *J. Geophys. Res.*, **91**, 4047~4055.
- 12 Fu, Q. and K. N. Liou, 1992, On the correlated k -distribution method for radiative transfer in nonhomogeneous atmospheres, *J. Atmos. Sci.*, **49**, 2139~2156.
- 13 Abramovitz, M. and I. A. Segun, 1964, Handbook of mathematical function with formulas, graphs, and mathematical tables, U. S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, *Applied Mathematics Series*, **55**, 916~919.
- 14 Lacis, A. A. and V. Oinas, 1991, A description of the correlated k -distribution model for modeling nongray gaseous absorption, Thermal Emission, and Multiple Scattering in Vertical Inhomogeneous atmospheres, *J. Geophys. Res.*, **96**, 9027~9063.
- 15 West, R., D. Crisp and L. Chen, 1990, Mapping transformations for broadband atmospheric radiation calculation, *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.*, **43**, 191~199.
- 16 Zhu, X., 1992, The correlated- k coefficients calculated by random band model, *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.*, **47**, 159~170.
- 17 Riviere, Ph. A. Soufiani and J. Taine, 1992, Correlated- k and fictitious gas methods for H_2O near 2.7, *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.*, **48**, 187~203.
- 18 McClatchey, R. A. et al., 1973, AFCRL Atmospheric Absorption Line Parameters Compilation, AFCRL-TR-73-0096, Environ. Res. Papers, No. 434, 78pp.
- 19 Chou, M. D. and A. Arking, 1980, Computation of infrared cooling rates in the water vapor bands, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 855~867.
- 20 Chou, M. D. and A. Arking, 1981, An efficient method for computing the absorption of solar radiation by water vapor, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 798~807.
- 21 石广玉, 1984, 计算9.6 μm 臭氧带冷却率的一种新方法, 中国科学(B辑), No.4, 378~385.
- 22 Shi Guangyu, 1984, Effect of atmospheric overlapping bands and their treatment on the calculation of thermal radiation, *Advances in Atmospheric Sciences*, **2**, 246~255.

On the k -Distribution and Correlated k -Distribution Models in the Atmospheric Radiation Calculations

Shi Guangyu

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

Abstract The k -distribution model for a homogeneous atmospheric path and the correlated k -distribution model for an inhomogeneous path in the radiative transfer calculations are discussed in this paper. A method to find out the k -distribution and the k -distribution functions of the atmospheric gas absorption by use of the rearrangement of absorption coefficients, k_i , are emphasized in detail.

Key word radiative transfer model k -distribution distribution overlapping bands