

# 对称扰动与纬向基流的相互作用<sup>\*</sup>

## I. 倾斜 E-P 通量理论

丁一汇

(国家气候中心, 北京 100081)

沈新勇<sup>\*\*</sup>

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

**摘要** 该文对对称扰动与纬向基流的相互作用理论进行了深入的研究。这里是该文的第一部分, 将 E-P 通量理论引入到中尺度对称扰动的动力学模型中, 重新定义 E-P 通量为“倾斜 E-P 通量”, 采用“倾斜 E-P 通量”的新概念, 详细讨论了影响平均基流的几个因子作用, 特别在中尺度系统对动量、热量的垂直输送项改变影响环境风场、温度场方面进行了讨论。

**关键词** 波-流相互作用 倾斜E-P通量 次级环流

## 1 引言

波-流相互作用理论在当前大气动力学的研究中显得很活跃, 并且取得了许多重要进展。一般而言, 可以采用两种手段加以探讨: 其一是 E-P 通量理论, 其二是扰动波包的发展理论。E-P 通量最早是 1960 年由 Eliassen 和 Palm 提出的一种能量通量形式, 在 70 年代, Matsuno、Kasahara 以及 Hayashi 等都相继沿用这一物理量来研究定常行星波的传播。然而, 当波在具有切变的基本气流中传播时, 波的能量是不守恒的。因此, 1976 年 Andrews 和 McIntyre 根据在没有外界强迫和没有摩擦的条件下波作用量守恒的原理, 将 Eliassen 和 Palm 的工作进行了推广, 重新定义波作用量为广义 E-P 通量, 提出了“广义 E-P 理论”。后来, Andrews 和 McIntyre<sup>[1,2]</sup>又将 Charney 和 Drazin<sup>[3]</sup>的工作一般化, 提出“广义 Charney-Drazin 非加速原理”。Edmon、Andrews<sup>[4,5]</sup>、Plumb<sup>[6]</sup>等进一步将此理论推广到球面大气、定常非平行基流、三维、有限振幅定常波、有外源、耗散的情况。我国学者黄荣辉等<sup>[7]</sup>、吴国雄等<sup>[8]</sup>也作出了许多研究。黄荣辉和 Gambo<sup>[7]</sup>利用 E-P 通量系统地研究了北半球准定常行星波在冬夏实际气流中的传播规律, 指出了定常行星波在垂直及侧向传播中除了极地波导之外, 还存在着一个从中纬度对流层下层指向低纬度对流层顶附近的另一支波导。

研究结果表明<sup>[9]</sup>, 强对流天气是在几种尺度天气系统相互作用的情况下发生的。造成强对流的中小尺度天气系统是在有利的大尺度环流条件下发生发展的, 这是大尺度环流系统对强对流的制约作用。但是对流一旦发生, 反过来又常常会影响大尺度气象要素场的分布, 这种作用叫强对流或中小尺度系统的反馈作用。中尺度对流活动对于天气尺

1995-08-11 收到, 1997-10-21 收到修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目 49335061

\*\* 现在南京大学大气科学系

度的反馈作用常常是很明显的，尤其是频繁的较长时间的对流活动出现时。反馈作用是通过中小尺度系统中的强对流活动进行的，它们对动量、热量和水汽的垂直输送作用较强，这种强烈的对流输送过程能影响或改变原有风场、湿度场、温度场和大气层结等，形成新的大尺度气象场。而新的大尺度气象场对对流的进一步发展有两种作用：一是增强作用，这种反馈叫正反馈；一是减弱作用，这种反馈叫负反馈。一次强对流活动要维持较长时间，正反馈过程应占优势，这使得对流活动更加强烈。因而研究对流活动的反馈作用是了解中尺度对流系统维持的一个重要方面。

吴国雄、陈彪<sup>[7]</sup>通过导出平均经圈环流方程，讨论了原始方程系统中的无加速原理。本文试图把 E-P 通量理论引入到中尺度对称扰动动力学模型中，在不存在平均经圈环流( $\bar{v} = \bar{w} = 0$ )的情况下，讨论中尺度扰动对动量、热量的水平和垂直输送作用在影响大尺度基本场（平均纬向基流及平均位温）过程中的作用。

## 2 模式的建立

根据对大气模式动力学性质的比较研究<sup>[9]</sup>，适用于讨论中尺度运动的是  $f$  平面内的滤声波模式，即在连续方程中采用均匀不可压缩假设。此时，考虑非绝热加热的粘性大气运动（含有  $\tilde{f} = 2\Omega \cos\varphi$  项）完全方程组为

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv - \tilde{f}w + F_x, \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + F_y, \quad (2)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \tilde{f}u + F_z, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = Q + F_\theta, \quad (5)$$

其中  $Q$  是非绝热加热， $(F_x, F_y, F_z)$  为涡动粘性项， $F_\theta$  为热量扩散项。

假设  $u = \bar{U} + u'$ ,  $v = \bar{V} + v'$ ,  $w = \bar{w}'$ ,  $p = \bar{P} + p'$ ,  $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ ,  $\theta = \bar{\theta} + \theta'$ ，所有的平均量、扰动量均为  $(x, y, z, t)$  的函数。将其代入到方程组(1)~(5)中，再对方程组两边进行平均，可以得到平均运动方程组

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + f\bar{V} + \bar{F}_x, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} - f\bar{U} + \bar{F}_y, \quad (7)$$

$$u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{p}'}{\partial z} - g + \tilde{f}\bar{U} + \bar{F}_z, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \bar{U} \frac{\partial \theta'}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \theta'}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \theta'}{\partial z} = \bar{Q} + \bar{F}_\theta. \quad (10)$$

若假定基本气流( $\bar{U}, \bar{V}$ )在南北方向上的分量 $\bar{V}=0$ , 物理量关于纬向 $x$ 轴具有对称性( $\hat{\partial}/\partial x=0$ ), 则方程(6)和(10)简化为

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = - \bar{v} \frac{\partial u'}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial u'}{\partial z} + \bar{F}_x, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = - \bar{v} \frac{\partial \theta'}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \theta'}{\partial z} + \bar{Q} + \bar{F}_\theta. \quad (12)$$

另外, 还假定基本场( $\bar{U}, \bar{P}$ )处于地转平衡, ( $\bar{P}, \bar{\rho}$ )满足静力平衡, 因而也就满足热成风平衡关系。此时有如下关系式:

$$-\hat{f} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y}. \quad (13)$$

将原始连续方程(4)减去平均连续方程(9), 就得到大气扰动连续性方程

$$\frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

方程(11)~(14)就是我们采用E-P通量理论研究扰动对基本场反馈影响所使用的动力学方程组。

### 3 倾斜E-P通量理论的引入

根据(14)式, 可以将(11)和(12)两式改写成

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = - \frac{\partial u' v'}{\partial y} - \frac{\partial u' w'}{\partial z} + \bar{F}_x, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = - \frac{\partial \theta' v'}{\partial y} - \frac{\partial \theta' w'}{\partial z} + \bar{Q} + \bar{F}_\theta. \quad (16)$$

定义第一次级经圈环流( $\bar{V}_1^*, \bar{W}_1^*$ )为

$$\bar{V}_1^* = - \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\partial \theta' v'}{\partial z}, \quad (17)$$

$$\bar{W}_1^* = \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^{-1} \frac{\partial \theta' v'}{\partial y}. \quad (18)$$

假定 $\partial \bar{\theta} / \partial z$ 与空间变量( $y, z$ )无关, 则( $\bar{V}_1^*, \bar{W}_1^*$ )满足如下的不可压缩连续方程:

$$\frac{\partial \bar{V}_1^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}_1^*}{\partial z} = 0. \quad (19)$$

同样定义第二次级经圈环流( $\bar{V}_2^*, \bar{W}_2^*$ )为

$$\bar{V}_2^* = \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right)^{-1} \frac{\partial \bar{\theta}' w'}{\partial z}, \quad (20)$$

$$\bar{W}_2^* = - \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right)^{-1} \frac{\partial \bar{\theta}' w'}{\partial y}. \quad (21)$$

假定  $\partial \bar{\theta} / \partial y$  与空间变量  $(y, z)$  无关, 则  $(\bar{V}_2^*, \bar{W}_2^*)$  亦满足不可压缩连续方程

$$\frac{\partial \bar{V}_2^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}_2^*}{\partial z} = 0. \quad (22)$$

这样, (15)、(16)两式就可以化为

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = f \bar{V}_1^* - \bar{f} \bar{W}_2^* + \nabla \cdot J_1 + \nabla \cdot J_2 + \bar{F}_x, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = - \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \bar{W}_1^* - \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \bar{V}_2^* + \bar{Q} + \bar{F}_{\theta}, \quad (24)$$

式中  $f = 2\Omega \sin \varphi$ ,  $\bar{f} = 2\Omega \cos \varphi$  ( $\Omega$  为地球自转角速度,  $\varphi$  为纬度),  $J_1 = J_{11} \bar{J} + J_{12} \bar{K}$ ,  $J_2 = J_{21} \bar{J} + J_{22} \bar{K}$ ,  $J_1$  中主要包含了中尺度扰动对动量、热量的南北方向输送,  $J_2$  中则主要包含了中尺度扰动对动量、热量的垂直方向输送 (主要是通过中尺度系统中的强对流活动进行的),  $J_1$  和  $J_2$  的总体效应实际上是类似于对称不稳定的倾斜环流上的倾斜输送, 因而称之为倾斜 E-P 通量。其中  $J_1$  和  $J_2$  的各分量表达式为

$$J_{11} = - \bar{u}' v', \quad J_{12} = \bar{J} \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right)^{-1} \bar{\theta}' v', \quad (25)$$

$$J_{21} = - \bar{J} \left( \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right)^{-1} \bar{\theta}' w', \quad J_{22} = - \bar{u}' w', \quad (26)$$

$J_1$  可以称之为水平 E-P 通量, 而  $J_2$  则称之为垂直 E-P 通量。

方程(23)和(24)的物理意义也比较清楚, 纬向基流  $\bar{U}$  随时间变化的主要原因是: ① 次级环流  $\bar{V}_1^*$  和  $\bar{W}_2^*$  引起的地转偏向力作用; ② 水平 E-P 通量  $J_1$  的散度; ③ 垂直 E-P 通量  $J_2$  的散度; ④ 平均粘性摩擦项  $\bar{F}_x$ 。平均位温  $\bar{\theta}$  随时间变化的主要原因是: ① 次级环流  $\bar{W}_1^*$  引起的  $\bar{\theta}$  的垂直输送; ② 次级环流  $\bar{V}_2^*$  引起的  $\bar{\theta}$  南北方向输送; ③ 平均热源  $\bar{Q}$  以及平均热量扩散  $\bar{F}_{\theta}$ 。

在方程组(23)和(24)中若不考虑中尺度对称扰动对动量、热量的垂直方向输送作用, 则有

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = f \bar{V}_1^* + \nabla \cdot J_1 + \bar{F}_x, \quad (27)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = - \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \bar{W}_1^* + \bar{Q} + \bar{F}_{\theta}. \quad (28)$$

由 (19) 式可见, 第一次级环流在经圈平面上是无辐散的, 因而可以定义第一次级流函数  $\hat{\psi}_1^*$ , 使得  $\bar{V}_1^* = - (\partial \hat{\psi}_1^* / \partial z)$ ,  $\bar{W}_1^* = \partial \hat{\psi}_1^* / \partial y$ , 随之(27)、(28)两式变换为

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = - \bar{f} \frac{\partial \hat{\psi}_1^*}{\partial z} + \nabla \cdot J_1 + \bar{F}_x, \quad (29)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{\partial \psi_1^*}{\partial y} + \bar{Q} + \bar{F}_\theta. \quad (30)$$

利用热成风平衡关系(13), 将(29)和(30)化为只含有单一变量流函数 $\psi_1^*$ 的微分方程

$$N^2 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial y^2} + f^2 \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial z^2} = f \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \cdot J_1) + f \frac{\partial \bar{F}_x}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial y} + \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{F}_\theta}{\partial y} \triangleq \mathcal{S}_1(y, z, t). \quad (31)$$

若在方程组(23)和(24)中只考虑中尺度扰动的垂直输送作用, 则有如下的方程组:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = -\bar{f} \bar{W}_2^* + \nabla \cdot J_2, \quad (32)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \bar{V}_2^*. \quad (33)$$

这时, 由(22)式定义第二次级流函数 $\psi_2^*$ , 使得 $\bar{V}_2^* = -(\partial \psi_2^* / \partial z)$ ,  $\bar{W}_2^* = \partial \psi_2^* / \partial y$ , (32)和(33)就变换为

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = -\bar{f} \frac{\partial \psi_2^*}{\partial y} + \nabla \cdot J_2, \quad (34)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \frac{\partial \psi_2^*}{\partial z}. \quad (35)$$

再利用热成风平衡关系(13)式, 将(34)和(35)化为只含有单一变量流函数 $\psi_2^*$ 的偏微分方程

$$\left( \bar{f} \bar{f} - \frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right) \frac{\partial^2 \psi_2^*}{\partial y \partial z} = f \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \cdot J_2) \triangleq \mathcal{S}_2(y, z, t), \quad (36)$$

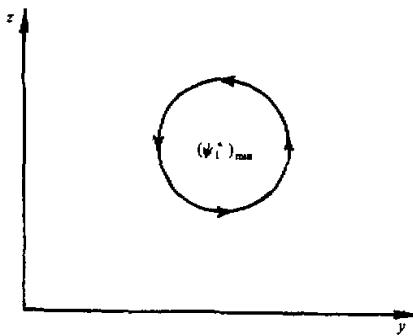
或者

$$\left( \bar{f} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 \psi_2^*}{\partial y \partial z} = \mathcal{S}_2(y, z, t). \quad (37)$$

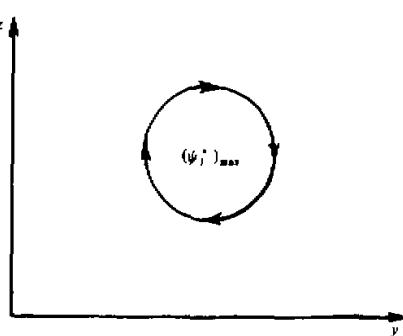
#### 4 波-流相互作用的分析

微分方程(31)式实质上是一个带有非齐次项的二次椭圆型偏微分方程, 非齐次项 $\mathcal{S}_1(y, z, t)$ 包括: ① 水平 E-P 通量 $J_1$ 散度的垂直变化; ② 平均粘性摩擦 $\bar{F}_x$ 的垂直变化; ③ 平均加热 $\bar{Q}$ 以及平均热量扩散 $\bar{F}_\theta$ 的经向变化。若不考虑边界的影响, 第一次级经圈环流即是由这些强迫项所激发形成的。下面根据强迫项 $\mathcal{S}_1(y, z, t)$ 的正负符号来讨

论第一次级经圈环流引起的基本场变化, 主要思路是: 强迫项 $\mathcal{S}_1(y, z, t) \rightarrow$ 第一次级环流( $\bar{V}_1^*, \bar{W}_1^*$ )<sup>引起</sup>基本场发生变化和进行调整( $\frac{\partial \bar{U}}{\partial t}, \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}$ )。

图 1 强迫项  $\mathcal{F}_1 > 0$  引起的第一次级环流。

此时, 有利的条件是  $\frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot J_1) > 0$ ,  
 $\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial z} > 0$ ,  $\frac{\partial(\bar{Q} + \bar{F}_\theta)}{\partial y} > 0$

图 2 强迫项  $\mathcal{F}_1 < 0$  引起的第一次级环流。

此时, 有利的条件是  $\frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot J_1) < 0$ ,  
 $\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial z} < 0$ ,  $\frac{\partial(\bar{Q} + \bar{F}_\theta)}{\partial y} < 0$

表 1 在  $\mathcal{F}_1(y, z, t) > 0$  时, 第一次级经圈环流引起的基本场变化 ( $N^2 > 0$ )

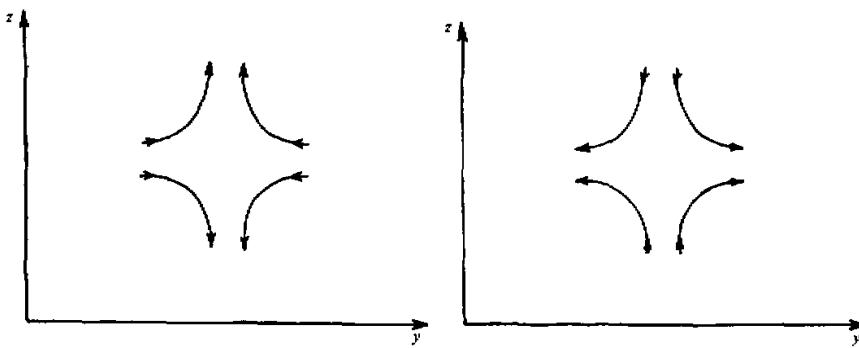
在环流中的位置	环流特点	基本场的变化
左侧	$\bar{W}_1^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$
右侧	$\bar{W}_1^* > 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t < 0$
上方	$\bar{V}_1^* < 0$	$\partial \bar{U} / \partial t < 0$
下方	$\bar{V}_1^* > 0$	$\partial \bar{U} / \partial t > 0$
左下方	$\bar{V}_1^* > 0$ $\bar{W}_1^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$ $\partial \bar{U} / \partial t > 0$

表 2 在  $\mathcal{F}_1(y, z, t) < 0$  时, 第一次级经圈环流引起的基本场变化 ( $N^2 > 0$ )

在环流中的位置	环流特点	基本场的变化
左侧	$\bar{W}_1^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t < 0$
右侧	$\bar{W}_1^* > 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$
上方	$\bar{V}_1^* > 0$	$\partial \bar{U} / \partial t > 0$
下方	$\bar{V}_1^* < 0$	$\partial \bar{U} / \partial t < 0$
左上方	$\bar{V}_1^* > 0$ $\bar{W}_1^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$ $\partial \bar{U} / \partial t > 0$

图 1 和图 2 表示了由于强迫项  $\mathcal{F}_1(y, z, t)$  的符号不同所激发的第一次级环流方向也就不一样。表 1 与表 2 则说明了由不同方向的第一次级经圈环流所引起的基本场的变化也就不同。除了这种第一次级环流 ( $\bar{V}_1^*, \bar{W}_1^*$ ) 引起基本场改变之外, 根据(27)、(28)两式可见, 还有 4 个因子可以影响基本场的变化。当水平 E-P 通量  $J_1$  是辐散时,  $\nabla \cdot J_1 > 0$ , 平均西风气流就要加强 ( $\partial \bar{U} / \partial t > 0$ ); 当水平 E-P 通量  $J_1$  是辐合时,  $\nabla \cdot J_1 < 0$ , 平均西风气流就要减弱 ( $\partial \bar{U} / \partial t < 0$ )。外源  $\bar{Q}$  是加热时, 有利于增温 ( $\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$ ); 相反, 冷却效应  $\bar{Q} < 0$  时, 则会引起降温 ( $\partial \bar{\theta} / \partial t < 0$ )。一般而言, 平均动量耗散项  $\bar{F}_x < 0$ , 不利于纬向基流的加强; 平均热量扩散项  $\bar{F}_\theta < 0$ , 则不利于基本场位温的上升。实际过程中, 第一次级经圈环流以及这 4 个因子 ( $\nabla \cdot J_1, \bar{Q}, \bar{F}_x, \bar{F}_\theta$ ) 对基本场 ( $\bar{U}, \bar{Q}$ ) 的作用可能相互抵消, 也可能相互加强, 要看实际总体效应而定。

再分析一下偏微分方程(36)式, 它实质上是一个含有交叉微分项带有非齐次项的二阶双曲型偏微分方程, 非齐次项  $\mathcal{F}_2(y, z, t)$  仅为垂直 E-P 通量  $J_2$  散度的垂直变化。由强迫项  $\mathcal{F}_2(y, z, t)$  的正负符号可以讨论第二次级经圈环流引起的基本场变化, 其主要思路是: 强迫项  $\mathcal{F}_2(y, z, t) \xrightarrow{\text{激发}} \text{第二次级环流} (\bar{V}_2^*, \bar{W}_2^*) \xrightarrow{\text{引起}} \text{基本场发生变化和进行调整}$   
 $(\frac{\partial \bar{U}}{\partial t}, \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t})$ 。

图3 强迫项 $\mathcal{J}_2 > 0$ 引起的第二次级环流。

此时, 有利的条件是  $\frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot \mathcal{J}_2) > 0$

图4 强迫项 $\mathcal{J}_2 < 0$ 引起的第二次级环流。

此时, 有利的条件是  $\frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot \mathcal{J}_2) < 0$

表3 在  $\mathcal{J}_1(y, z, t) > 0$  时, 第二次级流场引起的基本场变化( $\partial \bar{\theta} / \partial y < 0$ )

在流场中的位置	流场特点	基本场的变化
左侧	$V_2^* > 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$
右侧	$V_2^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t < 0$
上方	$W_2^* > 0$	$\partial \bar{U} / \partial t < 0$
下方	$W_2^* < 0$	$\partial \bar{U} / \partial t > 0$
左下方	$V_2^* > 0$ $W_2^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$ $\partial \bar{U} / \partial t > 0$

表4 在  $\mathcal{J}_1(y, z, t) < 0$  时, 第二次级流场引起的基本场变化( $\partial \bar{\theta} / \partial y < 0$ )

在环流中的位置	环流特点	基本场的变化
左侧	$V_2^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t < 0$
右侧	$V_2^* > 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$
上方	$W_2^* < 0$	$\partial \bar{U} / \partial t > 0$
下方	$W_2^* > 0$	$\partial \bar{U} / \partial t < 0$
右上方	$V_2^* > 0$ $W_2^* < 0$	$\partial \bar{\theta} / \partial t > 0$ $\partial \bar{U} / \partial t > 0$

图3和图4表示了由于强迫项 $\mathcal{J}_2(y, z, t)$ 的符号不同所激发的第二次级流场形势也就不一样。表3与表4则说明了由不同形势的第二次级流场所引起的基本场的变化也就不同。除了第二次级流场( $\bar{V}_2^*, \bar{W}_2^*$ )引起的基本场改变之外, 根据(32)式可见, 还有 $\nabla \cdot \mathcal{J}_2$ 可以影响基本气流的变化。当垂直E-P通量 $\mathcal{J}_2$ 是辐散时,  $\nabla \cdot \mathcal{J}_2 > 0$ , 平均西风气流就要加强( $\partial \bar{U} / \partial t > 0$ ); 当垂直E-P通量 $\mathcal{J}_2$ 是辐合时,  $\nabla \cdot \mathcal{J}_2 < 0$ , 平均西风气流就要减弱( $\partial \bar{U} / \partial t < 0$ )。

为了重点考察对称扰动与纬向基流的相互作用, 我们这里暂不考虑非绝热加强和动量耗散、热量扩散的作用(实际上, 对于中尺度运动来说, 非绝热加热可能很重要!), 因而可以得到如下结论: (1) 若  $\nabla \cdot \mathcal{J}_1 > 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_1 > 0$ ;  $\nabla \cdot \mathcal{J}_2 > 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_2 > 0$ , 则在强迫次级环流的下方,  $\bar{U}$ 随时间增长最快。(2) 若  $\nabla \cdot \mathcal{J}_1 > 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_1 < 0$ ;  $\nabla \cdot \mathcal{J}_2 > 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_2 < 0$ , 则在强迫环流的上方,  $\bar{U}$ 随时间增长最快。(3) 若  $\nabla \cdot \mathcal{J}_1 < 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_1 < 0$ ;  $\nabla \cdot \mathcal{J}_2 < 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_2 < 0$ , 则在强迫环流的下方,  $\bar{U}$ 随时间衰减最快。(4) 若  $\nabla \cdot \mathcal{J}_1 < 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_1 > 0$ ;  $\nabla \cdot \mathcal{J}_2 < 0$ ,  $(\partial / \partial z)\nabla \cdot \mathcal{J}_2 > 0$ , 则在强迫环流的上方,  $\bar{U}$ 随时间衰减最快。以上各种情况, 由于中尺度扰动对动量、热量的水平和垂直输送, 从而产生E-P通量 $\mathcal{J}_1$ 和 $\mathcal{J}_2$ 的散度以及其散度在垂直方向上的变化, 最后改变了大尺度基本场, 形成了新的平均气象场。这种新的基本场对对流的进一步发展有两种作用: 一是增强作

用，使得中尺度对称扰动强烈发展起来，称之为正反馈；一是减弱作用，使得中尺度对称扰动衰减下去，称之为负反馈（具体讨论参见第 II 部分：粘性波包的发展与弥散）。以上这些结论在中尺度实际资料的波-流相互作用诊断分析应用中具有一定的理论指导意义。

假设所有的外界强迫项均为零（即绝热无摩擦），边界条件都是齐次的，则仅在  $\nabla \cdot J_1 = 0$  的条件下，并不能满足“广义 Charney-Drazin 非加速原理”。还必须附加一个条件， $\nabla \cdot J_2 = 0$ ，即垂直 E-P 通量的散度亦为零，此时才能满足“广义 Charney-Drazin 非加速原理”（即  $\partial \bar{U} / \partial t = 0$ ,  $\partial \bar{\theta} / \partial t = 0$ ）。由此可见，在中小尺度天气系统的波流相互作用分析中，除了考虑水平 E-P 通量的作用 ( $J_1$  体现了中尺度扰动对动量、热量的水平南北方向输送)，还应考虑垂直 E-P 通量的作用 ( $J_2$  体现了中尺度扰动对动量、热量的垂直方向输送)，亦即需要从总体上考虑倾斜 E-P 通量 ( $J_1$  和  $J_2$ ) 的作用。

## 5 结语

本文将 E-P 通量理论引入到中尺度对称扰动的动力学模型中，重新定义了“倾斜 E-P 通量”（即包括水平 E-P 通量  $J_1$  和垂直 E-P 通量  $J_2$ ），原因是它不仅包含了中尺度扰动对动量、热量的南北方向输送，而且还包含了动量、热量的垂直方向输送，实际上是类似于对称不稳定的倾斜环流上的倾斜输送。接着详细讨论了影响平均纬向基流及平均热力学位温的 5 个因子：① 第一次级经圈环流 ( $\bar{V}_1^*$ ,  $\bar{W}_1^*$ ) 和第二次级经圈环流 ( $\bar{V}_2^*$ ,  $\bar{W}_2^*$ )，② 水平 E-P 通量  $J_1$  的散度  $\nabla \cdot J_1$  和垂直 E-P 通量  $J_2$  的散度，③ 外源  $\bar{Q}$ ，④ 平均动量耗散项  $\bar{F}_x$ ，⑤ 平均热量扩散项  $\bar{F}_\theta$ ，而第一和第二次级经圈环流则又取决于后面 4 个因子的空间分布。并且分析得出：当  $\nabla \cdot J_1 > 0$ ,  $\nabla \cdot J_2 > 0$  时，随着  $(\partial / \partial z) \nabla \cdot J_1$  和  $(\partial / \partial z) \nabla \cdot J_2$  的符号不同，将在强迫次级环流的不同位置，平均纬向西风基本气流被加速；而当  $\nabla \cdot J_1 < 0$ ,  $\nabla \cdot J_2 < 0$  时，随着  $(\partial / \partial z) \nabla \cdot J_1$  和  $(\partial / \partial z) \nabla \cdot J_2$  的符号不同，在次级经圈环流的不同位置上，平均西风基流就要被减速，此时相应地，基本东风气流就要被加速。

本文仅是从理论上对波-流相互作用的图象进行了初步探讨，结合详细的中尺度观测资料作进一步的分析检验是所期望的。但要用实际探测资料定量、精确地鉴别上述理论上定性结论的正确性并不是件很容易的事，这不仅要求比较精细的探测资料，而且要求合适的分析和计算方法的技巧，才能正确地估算中尺度扰动与大尺度基本气流之间的相互作用，尽管如此，我们仍然可以从大量的观测事实中加以分析，这是我们以后要研究的课题。

## 参 考 文 献

- 1 Andrews, D. G. and M. E. McIntyre, 1978, An exact theory of nonlinear waves on a Langrangian mean flow, *J. Fluid Mech.*, **89**, 609~646.
- 2 Andrews, D. G. and M. E. McIntyre, 1978, On wave-action and its relatives, *J. Fluid Mech.*, **89**, 647~664.

- 3 Charney, J. G. and P. G. Drazin, 1961. Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. *J. Geophys. Res.*, **66**, 83~109.
- 4 Andrews, D. G., 1983. A conservation law for small-amplitude quasi-geostrophic disturbances on a zonally asymmetric basic flow. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 85~90.
- 5 Andrews, D. G., 1983. A finite-amplitude Eliassen-Palm theorem in isentropic coordinates. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1877~1883.
- 6 Plumb, R. A., 1985. On the three-dimensional propagation of stationary waves. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 217~229.
- 7 Huang Ronghui and Gambo, K., 1983. The response of a hemispheric multi-level model atmosphere to forcing by topography and stationary heat sources in summer. *J. Meteor. Soc. Japan*, **61**, 495~505.
- 8 Wu Guoxiong and Chen Biao, 1989. Non-acceleration theorem in a primitive equation system. Part I: Acceleration of zonal mean flow. *Adv. Atmos. Sci.*, **6**, 1~14.
- 9 丁一汇, 1991. 高等天气学. 北京: 气象出版社, 516~529.
- 10 张可苏, 1980. 大气动力学模式的比较研究. 中国科学, No.3, 277~287.

## The Interactions between Symmetric Disturbance and Zonally Basic Flow Part I: Slant E-P Flux Theory

Ding Yihui

(National Climate Center, Beijing 100081)

Shen Xinyong

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

**Abstract** The present paper comprehensively studies interactions between symmetric disturbance and zonally basic flow. Here is Part I. The E-P flux theory is applied to the dynamic model of mesoscale symmetric disturbances. The E-P flux is here redefined as "slant E-P flux". By using the new concept of slant E-P flux, the effects of several factors on mean flow are discussed in details.

**Key words** wave-flow interaction slant E-P flux secondary circulation