

时空序列预测误差的敏感性试验分析

王革丽 杨培才 吕达仁

中国科学院大气物理研究所, 北京 100029

摘 要 利用 33 模 Lorenz 系统得到的“理想”混沌时空序列, 作为时空混沌序列“发生器”。通过状态空间重构, 建立“场时间序列”局域近似预测模型, 对资料空间分辨率、资料的长度、噪音, 以及模型的参数选取等因素进行敏感性试验分析, 了解时空混沌序列预测中误差产生和增长的一些影响因素。得到以下初步结论: 对于理想混沌时空序列(33 模 Lorenz 系统)而言, 与系统相适应的资料空间分辨率和较长的资料长度都将会提高预测精度; 可预报时效与资料长度之间近似服从指数关系。另外, 在建立预测模型时, 适当的邻近点数目, 以及采用二阶映射关系和迭代法都可以有效地改善预测精度。对于加入噪音的混沌时间序列, 通过“场时间序列”的局域近似方法和 4 阶自回归方法的预测试验的对比表明, 前者显示了更强的抗“干扰”能力。以上结论可以有分析地应用于短期气候预测中。

关键词 场时间序列 敏感性分析 误差 混沌

文章编号 1006-9895(2005)02-0178-09

中图分类号 P468

文献标识码 A

Sensitivity Tests Analysis on Spatio-Temporal Series Prediction Error

WANG Ge-Li, YANG Pei-Cai, and LU Da-Ren

Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

Abstract The ideal spatio-temporal series from 33 modes Lorenz system as an series generator is used for testing sensitivity of data spatial resolution, data length and noise, parameters in prediction model established by means of spatio-temporal series local approximation prediction methods to understand some influencing factors for the prediction error growing. Followings are the preliminary results: the spatial resolution and relative longer series length can improve the predictability; and there may be the exponential relation between the predictability and series length. Furthermore, nearest points, 2nd order mapping and iteration chosen in establishing the prediction model appropriate can also improve the predictable skill. To the noisy chaotic time series, comparative tests between the spatio-temporal series with local approximation method and 4th order auto-regressive method show that the former can better resist the noise influence, these results can be applied to the short term climate prediction analytically.

Key words spatio-temporal series, sensitivity, error chaos

1 问题的提出

Packard 等^[1]的重构状态空间思想以及 Takens^[2]嵌入定理的提出, 使得单变量时间序列分析方法和预报方法发展起来^[3,4]。然而在 20 世纪 80 年代末, 单变量时间序列分析理论和方法的应用在学术界引发了一些争论^[5-8], 争论的焦点不在于对大气运动基本性态的

认识, 而在于被分析的样本数量和质量能否给出这样的结论^[9]。

一般说来, 大多数来自实际的时间序列, 特别是描述气候过程的时间序列, 它们的数量是很有限的, 远不及那些理论判据所要求的资料数量, 这个难题被称之为时间序列理论应用上的“数量瓶颈”^[10,11]。

为了解决上述难题, 大气科学家开展了被称之为

收稿日期 2004-04-05 收到, 2004-08-16 收到修定稿

基金项目 国家自然科学基金重点项目 40035010, 国家重点基础研究发展规划项目 G1999043405, 中国科学院大气物理研究所知识创新工程领域前沿项目

作者简介 王革丽, 女, 1970 年出生, 副研究员, 主要从事时空序列非线性分析等研究工作. E-mail: wgl@mail.iap.ac.cn

“多变量时间序列分析”或“场时间序列分析”的试验研究。他们考虑用不同空间位置上的观测资料来重构动力系统,试图用空间资料来弥补时间资料的不足,以改善系统的遍历性。这些试验首先从气候吸引子的维数估计开始的,并获得了成功^[8,12,13]。最近,一些学者把这个思想应用到场时间序列的预测分析上,得到令人鼓舞的结果^[14-17]。可以说,场时间序列预测理论研究是单变量时间序列研究的一个自然的延伸,或者说是一个必然的发展。我们有理由认为场时间序列分析在区域气候预测领域已显示了一定的应用前景。

另外,由于观测上或技术上的某些原因,大多数来自实际的时空序列,都不可避免地受到噪声的污染,或者在采样的时间长度和空间间隔上受到某些限制。无疑,这些因素将直接影响着时空资料的数量和质量。我们知道,短期气候预测的困难就在于目前人们对复杂气候系统中物理本质的认识不足,另外,动力模式的不完善加上实际气候资料的数量以及噪音等因素的存在,在很大程度上制约着气候预测水平的提高,进一步弄清这些因素对时空序列预测精度的影响,对改善预测结果有着重要意义。

在这类问题的研究中,通常要先在一些“理想”的试验资料上进行分析,它们通常来自于一些为人们所熟知的或被广泛研究过的非线性动力系统,从这样的系统得到所需要的分析资料,它们可以满足分析试验所要求的各种条件,如噪声水平可以降低,资料长度也可增加等等。这样的系统有时也被称作“理想”资料“发生器”,我们选择 33 模 Lorenz 系统这样的“发生器”,得到混沌时空序列^[18]。

本文的目的就是在上述“理想”的试验资料的基础上,利用“场时间序列”局域近似预测模型,对诸如资料空间分辨率,资料的长度、噪音,以及模型的参数选取等因素进行敏感性试验分析,以考察这些因素对预测误差的影响。本文安排如下:在下一节,简要介绍“场时间序列”预测分析的基本思路,第 3 节将通过敏感性试验分析,了解时空序列预测中误差产生和增长的一些影响因素,最后是小结。

2 场时间序列预测分析的理论基础及预测思路

我们利用“场时间序列”局域近似预测模型进行敏感性试验分析。它的本质是建立在寻求动力学相似的基础之上,亦即利用历史上相似状态的演变来预报当前态未来的演变。对于一个给定的时间序列,适当选取嵌入维数、延滞时间之后,就可以在一个重构的状态

空间中,恢复原来系统的动力学。它表现为一条描述系统状态演变的轨线,这条轨线缠绕在状态空间中的吸引子上,系统状态就按照这个规律演变发展^[12]。因此,我们可以在当前状态附近找出一个点域,这个点域中的相点按照轨线所指示的动力学演变到新的相点,结合这些邻近相点的信息,就可以建立当前时刻与未来时刻状态之间的映射关系,并用它来预测当前点未来的演变。

作为单变量时间序列的推广,下面我们介绍场时间序列的局域近似方法的基本思路。

首先,对空间区域的某一个点,重构其状态空间。如果空间区域上的所有点都是处在同一个动力学系统控制之下,那么经过状态空间重构后,这些描写系统动力学的轨线段都将缠绕在同一个吸引子上。也就是说,对于空间区域内的某一个点,它的信息不仅保留在它自身的发展序列中,而且还应“保留”在整个区域内的其他空间点中。为了寻找吸引子上某个相点的最邻近点,我们不局限于它自身的时间序列,而是在区域内所有点的时间序列所构成的轨线上寻找,或者说是在整个吸引子上寻找。

假设在吸引子上对应于空间点 P 的轨线段上的当前点为 $y(P, t_N)$,它的最邻近点 $y(q^*, t_K)$ 应满足

$$\|y(P, t_N) - y(q^*, t_K)\| = \min_{\substack{q=1, 2, \dots, Q \\ i=1, 2, \dots, N-(m-1)r}} \{ \|y(P, t_N) - y(q, t_i)\| \}, \quad (1)$$

其中, Q 是区域内的站点数目。上式表示 $y(P, t_N)$ 的最邻近点是在区域中所有的站点的轨线段上挑选出来的。 $y(P, t_N)$ 的最邻近点集则表示在吸引子上与当前点距离最近的前若干个相点的集合。

在此意义下寻找的最邻近点,是单变量时间序列动力学预报思想的推广,也就是说,要综合考虑空间区域其他点的信息,用空间资料来弥补时间资料的不足,以求改善系统的遍历性。然后,对于得到的最邻近点的集合以及它们所对应的映象,参照局域近似法^[4]的思想,建立映射关系,得到预测方程。

在文献 [17] 中,我们对 33 模 Lorenz 时空混沌序列建立预测模型并进行了一些预测比较试验。在下一节里我们将通过一些敏感性试验,了解时空序列预测中误差产生和增长的一些影响因素。

3 预测误差产生和增长的一些影响因素——敏感性试验分析

3.1 资料的空间分辨率

大量的天气和气候事件分析表明,资料的空间分

分辨率对分析和预测结果产生重要影响^[19~21]。从动力学观点来看,低空间分辨率可能会漏掉一些尺度虽小但又有重要贡献的运动系统;从数学的观点来看,它可能影响差分方程或谱模方程对时空系统(如偏微分方程)的逼近程度。对于线性问题,解对空间分辨率的依赖也是线性的,看不到系统行为质的变化。但是对于非线性问题来说,空间分辨率的改变有可能完全改变系统解的性质。以二维 Benard 对流问题为例,当瑞利数为 28 时,在三维 Lorenz 截谱系统中表现为混沌解^[22],而在 14 维^[23]和 33 维^[18] Lorenz 截谱系统中却表现为定态解。也就是说不适当的空间分辨率,可能会产生虚假的动力学行为。因此,研究时空混沌系统必须考虑系统的解对空间分辨率的依赖问题。

在计算流场和温度场时,可以对 33 模 Lorenz 系统空间区域 $\{0 \leq x \leq 2\pi/a, 0 \leq z \leq \pi\}$ 进行不同的划分,

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{2\pi}{ka}, \\ \Delta z = \frac{\pi}{k}, \end{cases} \quad (2)$$

这样,就有

$$\begin{cases} \varphi(i, j, t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \varphi_{ij}(t) \sin(ai\Delta x) \sin(j\Delta z), \\ \theta(i, j, t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \theta_{ij}(t) \cos(ai\Delta x) \cos(j\Delta z). \end{cases} \quad (3)$$

当 k 取 5、10 和 20 时,上面的空间区域内,可以分别用 5×5 、 10×10 和 20×20 个网格点进行描述,于是我们就得到了不同空间分辨率下的流场和扰动温度场

的混沌时间序列。

下面利用“场时间序列”局域近似方法,对上述时空序列建立预测方程,以考察不同的空间分辨率对预报精度的影响(以下结果都是经过 10 个预报个例的平均得到的)。所用的重构参数和预测参数(二阶方程、时间滞后参数 τ 及嵌入维数 m ,邻近点数目)以及预测分区均取文献[17]的结果。

当预报的当前点在吸引子的左叶上时,对上述三个不同空间分辨率所对应的时空序列进行 15 步的逐步预测,预测与实况的相关系数及其均方根误差在图 1 中,我们可以看到,在这段时域上,不同的空间分辨率的时空序列得到的结果都很好且相差甚微。

当预报的当前点处于过渡区时,对上述时空序列仍进行 15 步的逐步预测,预测与实况的相关系数及其均方根误差如图 2 所示,在这段区域上, 10×10 的空间分辨率所对应的预测与实况的相关系数要好于其他两个分辨率的情况,从预测与实况的均方根误差图也可以看出这个结论。

另外,我们取预报步长为 5 和 10,重复上面的试验(图 3、图 4),同样可以看出 10×10 的空间分辨率所得到的结果展示了一定的优越性,另外, 20×20 的空间分辨率的结果稍好于 5×5 的空间分辨率所对应的结果。

上面的差异完全是由资料的空间分辨率不同所引起的。我们可以看到,对于 5×5 的空间分辨率来说,由于在吸引子的这个部分相点相对较少,或者说相点在吸引子上的分布密度较低,这样将难以找到足够多

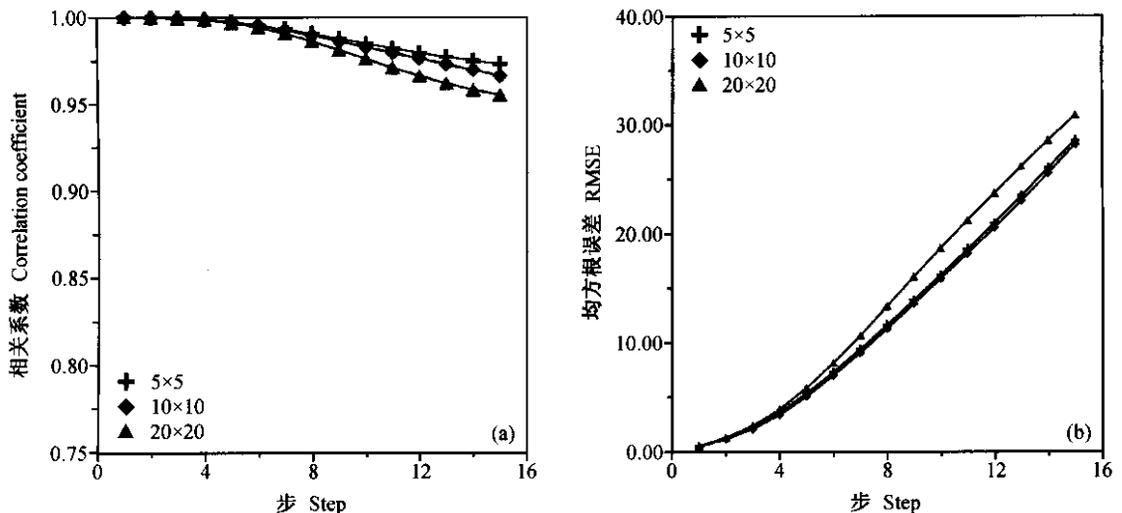


图 1 在吸引子的左叶上运动时不同空间分辨率的预测结果比较 (a) 相关系数 (b) 均方根误差

Fig. 1 The prediction results with different resolutions during the left-leaf of the 33 modes Lorenz attractors. (a) Correlation coefficient, (b) root-mean-square error (RMSE)

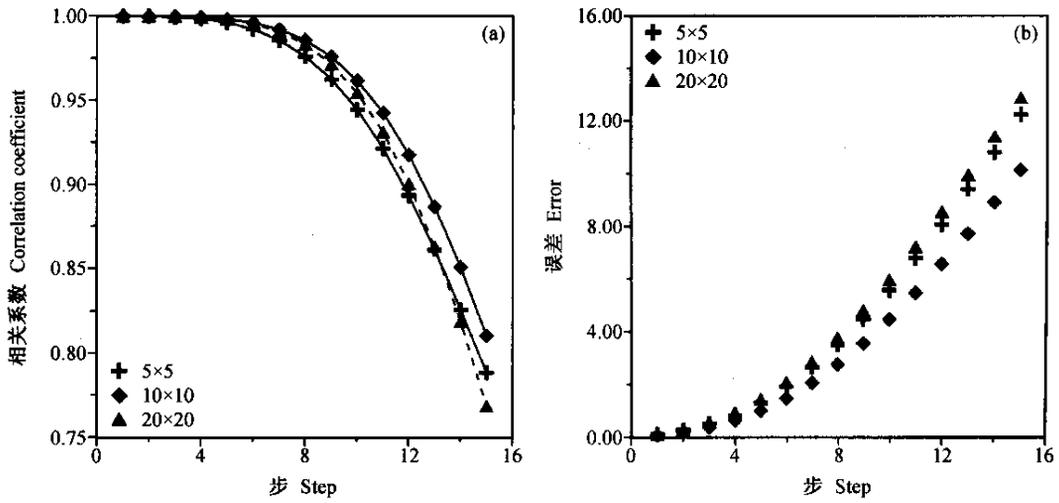


图2 同图1,但为过渡带上的情况

Fig. 2 Same as Fig. 1, but during the transition

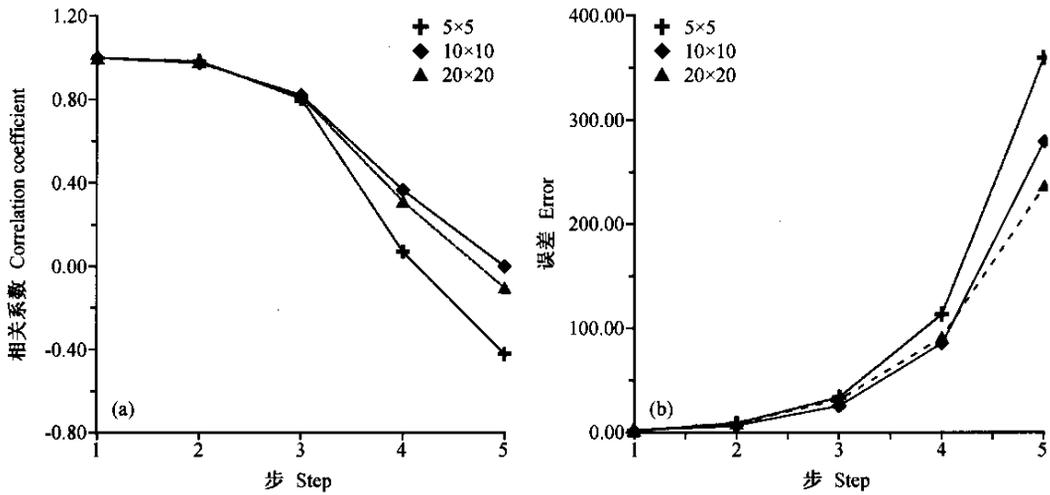


图3 同图2,但预报步长为5

Fig. 3 Same as Fig. 2, but the prediction step is 5

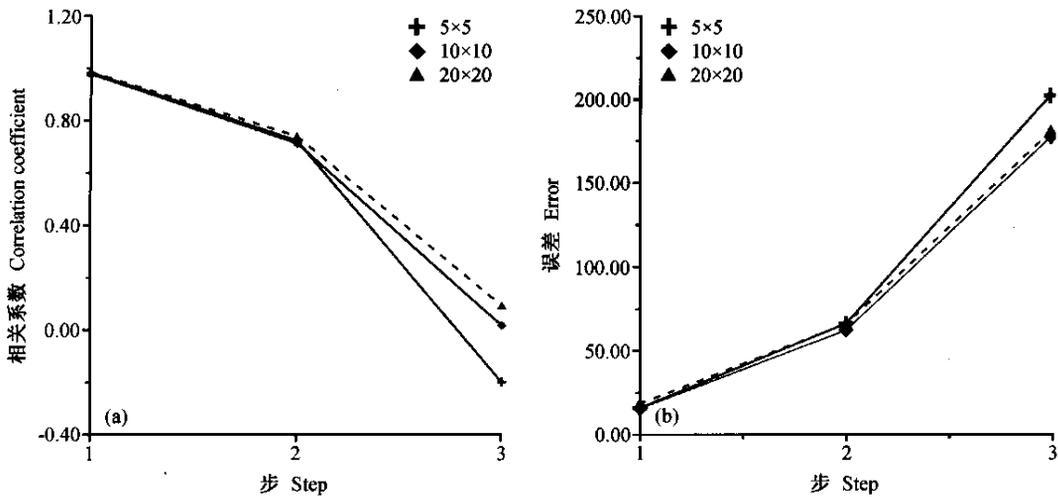


图4 同图2,但预报步长为10

Fig. 4 Same as Fig. 2, but the prediction step is 10

适当的邻近点建立预测方程,因而预测精度不可避免会降低。对于 20×20 的空间网格来说,它似乎又是一个过度精细的空间分辨率,或者说是一个比我们的截谱模式更高的空间分辨率。我们知道 33 模 Lorenz 系统在水平方向上只包含 5 波,垂直方向上只有 6 波,它大体上相当于一个 11×13 的网格,而 20×20 的分辨率就可能加进一些无用的信息,导致对吸引子结构的歪曲描述,从而影响了预测结果。因此,过细的空间分辨率并不一定得到较高的预测精度,一些 GCM 模式也得到相同的结论^[20, 21]。

3.2 资料长度

对时空系统的预测来说,资料长短会对预测精度产生重大的影响,也已成为不争的事实。

基于 33 模 Lorenz 系统得到的时空混沌序列,我们取资料长度分别为 5000, 10000, 15000, 20000 的数据集,并利用“场时间序列”局域近似法建立它们的预测方程(同文献[17])。我们把预报当前点取在吸引子上两叶之间的过渡带上,并作了 20 步的逐步预测。图 5 为四个不同长度的数据集所对应的预测与实况之间的相关系数随预报步数的变化。我们可以看出,在前 6 步,预报精度对序列长度的影响不敏感,但随着预报步数的增加,资料长度对预测精度的影响开始显示出来。对于第 20 步的预测,20000 点的资料长度所对应的预报与实况的相关系数达到 0.82,而 5000 点资料长度所对应的相关系数则为 0.76。

图 6 为选取不同的序列长度以步长为 5 作为一个预测步距,预测与实况的均方根误差随预报步数的变化。在第 4 步时,20000 个资料长度的时间序列所得到

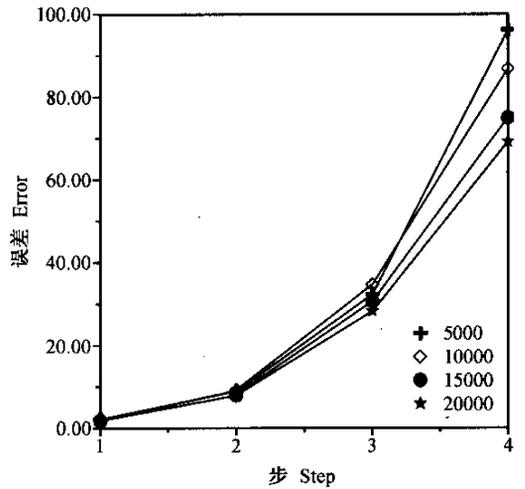


图 6 同图 5, 但为均方根误差的比较

Fig. 6 Same as Fig.5, but for root-mean-square error

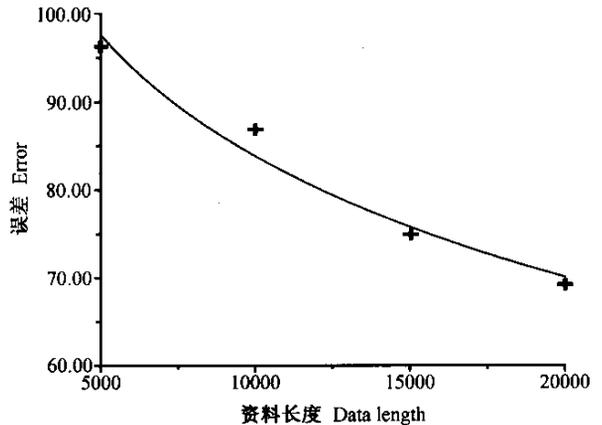


图 7 均方根误差与资料长度的关系

Fig. 7 Root-mean-square error dependences on data length

的均方根误差为 69.3, 而 5000 个资料长度的时间序列所对应的结果为 96.1, 这表明, 资料的长度对预报精度的改善有重要作用。

在图 7 中, 我们给出了预测与实况的均方根误差 D 与资料长度 N 之间的一条经验关系曲线, 它们之间近似为指数关系: $N \approx Ae^{\alpha D}$, 其中 $A \approx 13$, $\alpha \approx -0.05$ 。

以上的结果表明, 资料长度的增加, 可以使相点在吸引子上有更高的密度, 增加系统的遍历性, 从而改善预测的精度。

3.3 资料的噪音

为了考察噪音对预测精度的影响, 我们选择了一个在 $(-1, 1)$ 之间服从均匀分布的随机数发生器。在 33 模 Lorenz 系统给出的时空序列上, 加入由随机数发生器产生的 1 倍、5 倍、10 倍、25 倍、50 倍和 75 倍的随机扰动, 制造六个被不同程度“污染”的时空序列, 利用

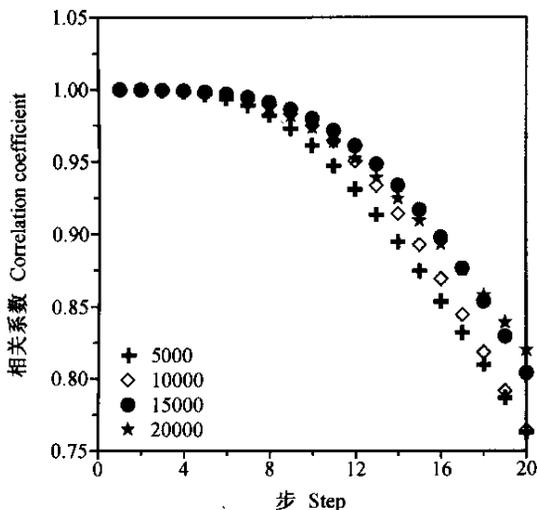


图 5 不同资料长度相关系数的变化

Fig. 5 The correlation coefficient changes with different data lengths

“场时间序列”局域近似方法建立预测方程(参数同上)进行预测试验。

图 8 给出了加入不同程度的噪音水平的时空序列,其预测值与实况值的相关系数随预报步数变化的情况,从图中可以看出,与未被污染的原序列相比,加入不同程度的随机噪音后,其预报能力降低。并且伴随着随机程度的增加,预测与实况的相关系数随预报步数的增加呈现随机振荡特征,且加入的随机噪音越大,其振荡越“激烈”,可见噪音对于混沌系统状态的预测精度的影响是一个不可忽视的重要因素。

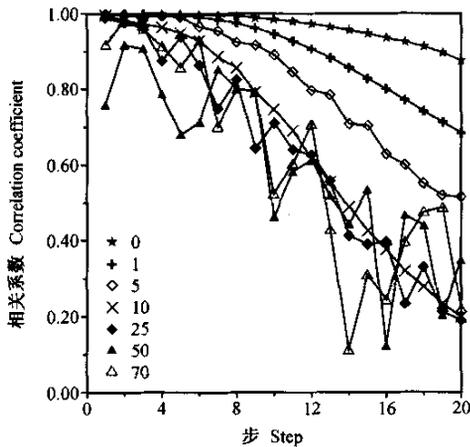


图 8 加入不同程度随机数的时间序列其预测值与实况值的相关系数随预报步数变化,★,+,◇,×,◆,▲,△分别表示不加随机数,以及加入 1,5,10,25,50,75 倍随机数

Fig. 8 The correlation coefficient dependences on the prediction steps with loading on different randoms, ★, +, ◇, ×, ◆, ▲, △ stands for loading on 0, 1, 5, 10, 25, 50, 75 times random numbers, respectively

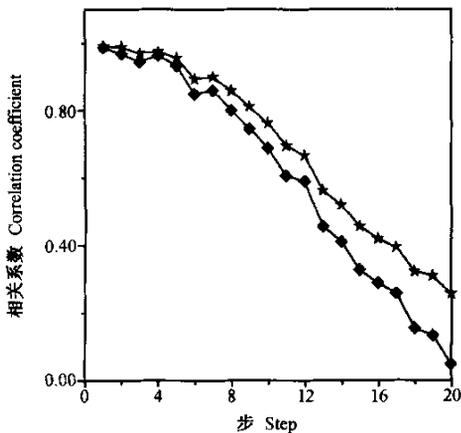


图 9 叠加随机噪音后“场时间序列”局域近似方法(★)与 4 阶自回归方法(◆)的预测能力比较

Fig. 9 A comparison between the spatio-temporal series local approximation method(★) and 4th order auto-regression method(◆) with loading on random noises

当叠加的随机噪音超过 25 倍时,时空序列实质上已变成了一个随机序列,它的预测精度随预报步数的增加表现出强烈的振荡,在预报步数超过 12 以后,基本上在一个稳定的预报精度水平上振荡,表现出了典型的随机特征。它与未被污染的混沌序列分别代表了两种性质不同的情况。利用上述特征来鉴别系统混沌行为的真伪,已成为一个重要方法^[24]。Sugihara 和 May^[25]认为,用这种方法判断一个系统是否是混沌的,在理论上更为可靠,优于关联维的方法,在操作上更为切实可行,同时不需要大量的数据点。

另外,对于上面用到的混沌时间序列叠加 5 倍的 (-1, 1)之间均匀分布的随机噪音序列后,对“场时间序列”局域近似方法与 4 阶自回归方法进行预报对比试验,结果如图 9 所示,两者相比,“场时间序列”局域近似方法显示了更强的抗干扰能力。

3.4 模型的参数

在这一节里我们将考察预测模型中一些重要参数,如邻近点数目、预报方程的阶数以及不同预报方式等对预测结果的影响,以便使所建立的预测模型有更好的预测能力。

3.4.1 邻近点数目

我们选择了几个不同的邻近点的集合,当邻近点取 90, 150, 210, 270, 330, 390 时,看看在一定的资料长度下,邻近点数目对预测精度有何影响。图 10 为一阶预测方程给出的试验结果(其他参数同上)。

当选择预报开始点处于吸引子的过渡带上时,我们作了 30 步的逐步预测。图 10a 为不同的邻近点数目预测与实况的相关系数随预报步数的变化。可以看出,前几步邻近点的影响不敏感,但随着预报步数的增加,不同邻近点数目对预测精度的影响不同,邻近点数目从 90 个增加到 210 个,随着邻近点数目的增加预测精度增加;从 240 增加到 390,预测精度随邻近点数目的增加没有大的变化,并且所对应的预测与实况的相关系数低于邻近点取 210 时的结果。图 10b 为上述试验所对应的预测与实况的均方根误差随预报步数的变化,也显示了同样结果。就上述算例而言,选择 210 个邻近点建立预测方程可以得到较好的预测结果(见图 11)。

3.4.2 预报方程的阶数

Abarbanel^[26]用 Ikeda 映射产生的单变量时间序列,比较不同阶数的映射^[4]所得到的预测精度的优劣,他们的结论是:二次近似优于一次近似。那么,对于场时间序列结论怎样呢?

对 33 模 Lorenz 系统给出的时空序列,当预测当

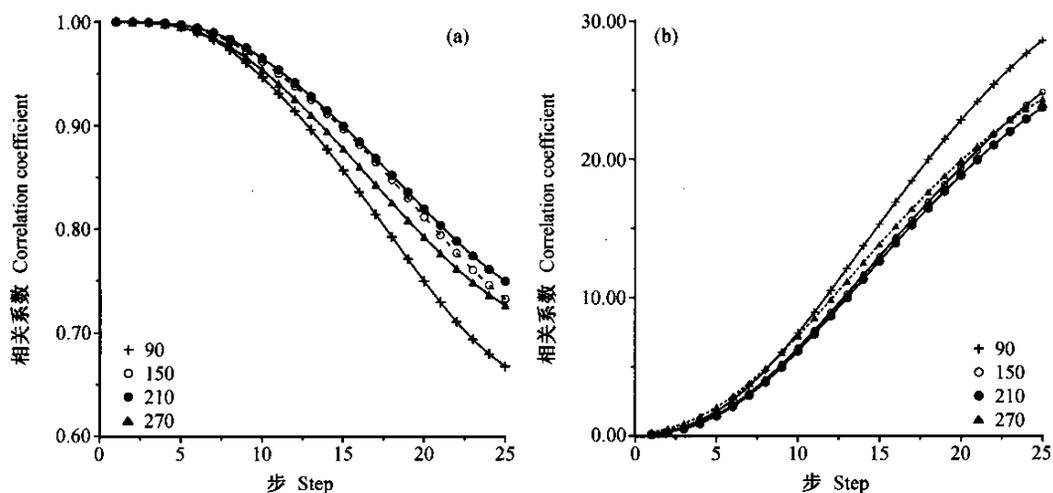


图 10 邻近点数目不同时预测精度随预测步数的变化 (a) 相关系数变化 (b) 均方根误差的变化。+、○、●、▲ 分别为取 90, 150, 210, 270 个邻近点

Fig. 10 The prediction skill dependences on the prediction steps for different nearest neighbors. (a) is for the correlation coefficient, and (b) for root-mean-square error. +, ○, ●, ▲ stands for 90, 150, 210, 270 neighbors, respectively

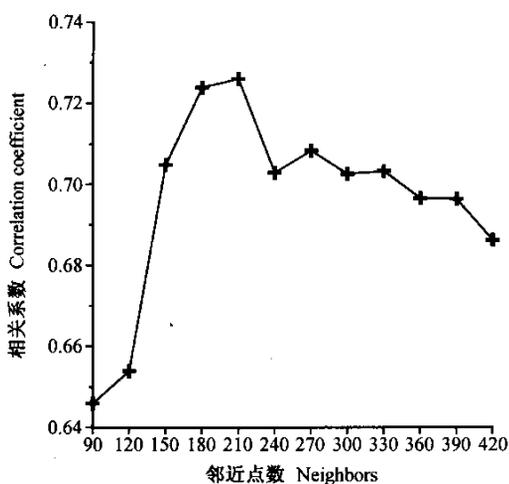


图 11 相关系数随邻近点数目的变化

Fig. 11 The correlation coefficient dependences on the number of nearest neighbors

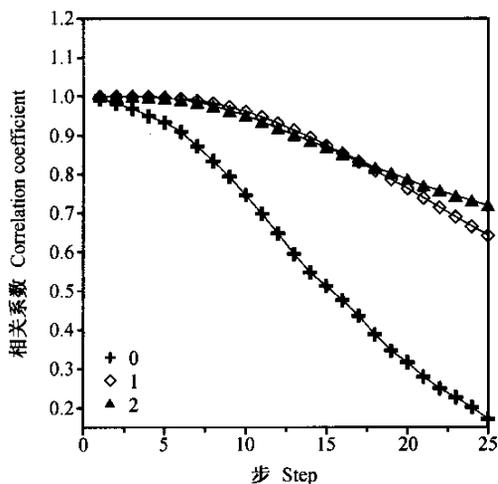


图 12 不同方程阶数相关系数随预报步数的变化

Fig. 12 The correlation coefficient dependences on the prediction steps for different equation orders

前点处在过渡区域时,我们采用不同阶数的方程建立映射关系,并进行了 25 步的逐步预测试验(图 12)。

从图 12 可以看出,用零阶近似建立的预测方程得到的预测效果远远低于另外两种方法。而一阶方程和二阶方程得到的预测效果在开始的几步相差甚微,但随着预报步数的增加,二阶方程开始显示一定的优越性,在第 25 步,一阶方程得到的预测与实况的相关系数为 0.63,而二阶方程为 0.72。这表明,对于我们的场时间序列来说,二阶多项式(非线性映射)的预报精度稍高于一阶多项式(线性映射),也就是说采用更高阶的多项式来构造映射,有可能提高预测精度。自然,

随着阶数的增加,待定系数的数目也急剧增加,这是为改善预报精度付出的代价。

3.4.3 不同的预测方式

就建立预测方程的外推方式而言,当我们想做一个第 T 步的预测,有两个可供选择的方法。一个称之为“直接法”这种方法又可以分为两种形式,一种是我们上面所描述的方法,即通过最邻近点的集合以及这些最邻近点第 T 步的映象来直接构造第 T 步的映射 F_T (直接法 1) 第二种形式就是根据最邻近点的集合以及这些最邻近点所对应的下一步的映象来构造映射 F_1 ,以后第 2 步至第 T 步的映射关系直接采用 F_1 的形式,不再

建立其他的映射关系(直接法 2)。另一种方法称为“迭代法”(indirect method)就是在外推一步后将所得到的预测值作为已知,并作为新的“当前点”,然后重新建立新的映射关系,继续外推一步,重复同样的步骤,直到得到所需的第 T 步的预报结果,这相当于用映射 F_1 进行 $T-1$ 次复合运算。即

$$F_T^T(y) = \underbrace{F_1(F_1(F_1 \dots))}_T = F_1^T(y). \quad (4)$$

下面我们利用 33 模 Lorenz 系统得到的时空序列,将这两种不同的预测(外推)方式进行比较,用直接法和迭代法分别进行 15 步的预测试验,从图 13 给出的相关系数随预报步数的变化可见,迭代法优于上面给出的两种直接法,从图 14 均方根误差的变化来看,对第 15 步的预测,直接法 1 所得到的均方根误差高于迭代法所得到的均方根误差,而且直接法 2 的均方根误差与迭代法所得到的均方根误差存在量级上的差异,显示了迭代法的预测优越性。

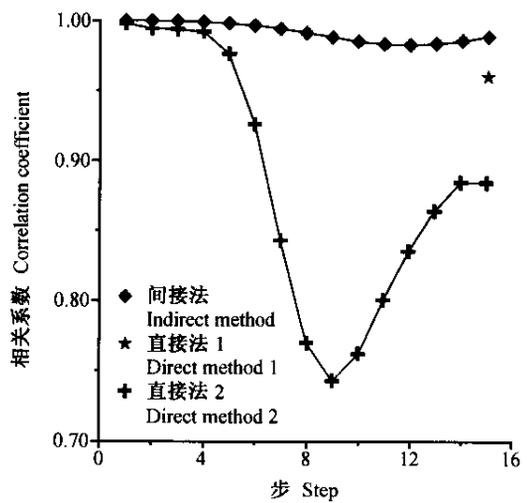


图 13 不同预报方式相关系数随预报步数的变化
Fig. 13 The correlation coefficient dependences on the prediction steps for different prediction methods

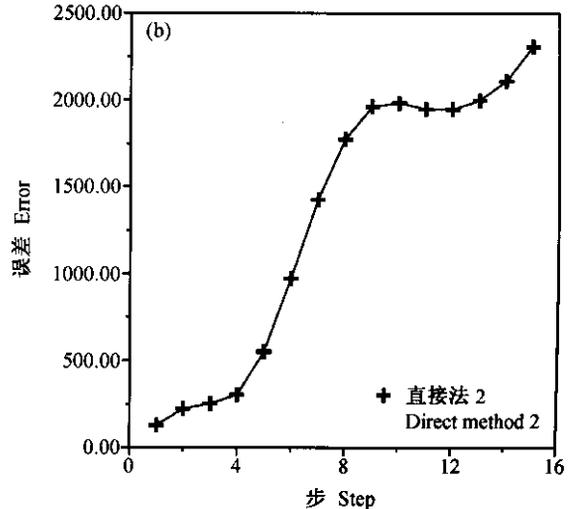
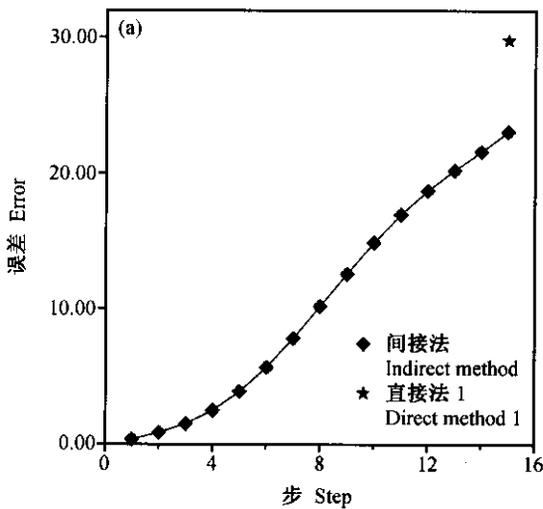


图 14 不同预报方式预测与实况均方根误差随预报步数的变化
Fig. 14 Same as Fig. 13, but for root-mean-square error

4 小结

本文利用 33 模 Lorenz 系统得到的“理想”混沌时空序列,作为时空混沌序列“发生器”。通过状态空间重构,利用“场时间序列”局域近似方法建立预测模型,通过一些敏感性试验分析,了解时空混沌序列预测中误差产生和增长的一些影响因素。得到以下初步结论:

(1) 对于 33 模 Lorenz 系统的混沌时间序列而言,与系统相适应的资料空间分辨率和较长的资料长度都会提高预测精度;同时可预报时效与资料长度之间近似服从指数关系。

(2) 另外,在建立预测模型时,适当的邻近点数

目,以及采用二阶映射关系和迭代法都可以有效地改善预测精度。

(3) 对于加入噪音的混沌时间序列,通过“场时间序列”的局域近似方法和 4 阶自回归方法的预测试验的对比表明,“场时间序列”局域近似方法显示了更强的抗“干扰”能力。

以上结论是基于局域近似法得到的,没有与其他一些非线性建模方法,例如辐射函数基方法、全局近似法等进行比较,这些工作将在今后的一些预测试验中展开。另外,上述结论是基于理想时空序列得到的,对于实际气候资料而言,由于资料的数量以及噪音等因素的存在,以及对参数(嵌入维数、延滞时间等)选取的

某些人为性,其预测效果在一定程度上受到限制,本文结论可以有分析地应用于短期气候预测中。

参考文献

- [1] Packard N H , Crutchfield J P , Farmer J D , et al. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.* , 1980 , **45** : 712 ~ 715
- [2] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence*. Springer-Verlag , 1981 , 366 ~ 381
- [3] Farmer J D , Sidorowich J. Predicting chaotic time series. *Phys. Rev. Lett.* , 1987 , **59** : 845 ~ 848
- [4] Casdagli M. Nonlinear prediction of chaotic time series. *Physica D* , 1989 , **35** : 335 ~ 356
- [5] Grassberger P. Do climatic attractors exist. *Nature* , 1986 , **323** : 609 ~ 612
- [6] Grassberger P. Evidence for climatic attractors. *Nature* , 1987 , **326** : 523 ~ 524
- [7] Essex C , Lookman T , Nerenberg M A H. The climate attractor over short timescales. *Nature* , 1987 , **326** : 64 ~ 66
- [8] Tsonis A A , Elsner J B. The weather attractor over very short time scales. *Nature* , 1988 , **333** : 545 ~ 547
- [9] 杨培才. 场时间序列、时空混沌和区域预测——混沌时间序列分析的一个新台阶. 现代大气科学前沿与展望. 北京:气象出版社, 1997, 189 ~ 193
Yang P C. Spatio-temporal chaos and regional prediction: a new stage of chaotic time series analysis. *Prospect for Modern Atmospheric Sciences* (in Chinese), Beijing :China Meteorological Press , 1997 , 189 ~ 193
- [10] Ellner S. Detecting low-dimensional chaos in population dynamics data : a critical review. *Does Chaos Exist in Ecological System ?* Univ. Press of Virginia. Charlottesville , VA , 1991 , 65 ~ 92
- [11] Smith L A. Estimating dimension in noisy chaotic time series. *J. Roy. Statist. Soc. B.* , 1992 , **54** : 329 ~ 351
- [12] Keppen C L , Nicolis C. Global Properties and Local Structure of the Weather Attractor over western Europe. *J. Atmos. Sci.* , 1989 , **46** : 2356 ~ 2370
- [13] Yang Peicai , Brasseur G P , Gille J C , et al. Dimensionalities of ozone attractors and their global distribution. *Physica D* , 1994 , **76** : 331 ~ 343
- [14] Yang Peicai , Zhou Xiuji , Bian Jianchun. A nonlinear regional prediction experiment on a short-range climatic process of the atmospheric ozone. *J. Geophys. Res.* , 2000 , **105** (D10) : 12253 ~ 12258
- [15] Chen Bomin , Ji Liren , Yang Peicai , et al. An approach to improving the dynamical extended-range(monthly) prediction. *Chinese Science Bulletin* , 2003 , **48** (7) : 696 ~ 703
- [16] Wang Geli , Yang Peicai , Lu Daren. On spatio-temporal series analysis and its application to predict the regional short term climate process. *Advances in Atmospheric Sciences* , 2004 , **21** (2) : 71 ~ 76
- [17] 王革丽, 杨培才, 吕达仁. 场时间序列预测方法及其预测能力的试验分析. 大气科学, 2004, **28** (4) : 536 ~ 544
Wang G L , Yang P C , Lu D R. Method of spatio-temporal series and tests analysis on its predictable skill. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 2004 , **28** (4) : 536 ~ 544
- [18] 杨培才. 33 模 Lorenz 系统的某些总体特征. 大气科学, 1987, **11** : 48 ~ 57
Yang Peicai. Some characters of the 33 modes Lorenz system. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences* (in Chinese), 1987 , **11** : 48 ~ 57
- [19] Lorenz E N. Atmospheric predictability experiments with a large numerical model. *Tellus* , 1982 , **34** : 505 ~ 513
- [20] Williamson D L , Kiehl J T , Hack J J. Climate sensitivity of the NCAR community climate model (CCM2) to horizontal resolution. *Climate Dyn.* , 1995 , **11** : 370 ~ 397
- [21] Baumhelfner D B. Numerical extended-range prediction : forecast skill using a low-resolution climate model. *Mon. Rev. Wea.* , 1996 , **124** : 1965 ~ 1980
- [22] Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.* , 1963 , **20** : 130 ~ 141
- [23] Curry J H , Herring J R , Loncaric J , et al. Order and disorder in two and three dimensional Benard convection. *J. Fluid Mech.* , 1984 , **147** : 1 ~ 38
- [24] Elsner J B , Tsonis A A. Nonlinear prediction , chaos and noise. *Bulletin of the American Meteorological Society* , 1992 , **73** : 49 ~ 60
- [25] Sugihara G , May R M. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series. *Nature* , 1990 , **344** : 734 ~ 741
- [26] Abarbanel H D I , Brown R , Sidorowich J J , et al. The analysis of observed chaotic data in physical systems. *Reviews of Modern Physics* , 1993 , **65** (4) : 1331 ~ 1392