第4卷 第2期　　大 气 科 学　　Vol. 4, No. 2
1980 年 6 月　　SCIENTIA ATMOSPHERICA SINICA　　June, 1980

一类光滑算子和 ε—Spline 函数及计算网格点偏导数的一种格式*

马吉溥　　柯小麒
（南京大学数学系）　（中山大学数学系）

提　　要

本文讨论并提出了一类气象上常用的带有可控制参数的光滑算子和一种 ε—Spline 概念．基于此，统一地给出了正方形(或矩形)网点的数值场的光滑算子公式和计算偏导数的一种格式。

光滑算子和差分格式中所含的参数，可以根据预报方程和滤波要求确定．我们以有限域正压原始方程为例，说明了如何确定对 u, v（风场分量）和 ϕ 的光滑公式以及差分格式中的参数的方法。

§1 一种权函数和光滑算子

1）设 D 表示一个正方形域：

$$-a \leqslant x \leqslant a, \qquad -a \leqslant y \leqslant a.$$

我们引入下面的权函数

$$M(x, y, a) = \begin{cases} (a^2 - x^2)^3(a^2 - y^2)^3, & (x, y) \in D \\ 0, & (x, y) \bar{\in} D. \end{cases}$$

令

$$\kappa = \iint_D M(x, y, a)dxdy = \left(\frac{32}{35}\right)^2 a^{14}.$$

不难看到，$M(x, y, a)$ 于整个平面是连续且有直到二阶各连续的偏导数．

2）光滑算子 C

设 Ω' 是平面上某一闭区域，Ω 由 Ω' 上任意点为中心边长为 a 的诸正方形组成的一个闭区域．

对于定义在 Ω 上的连续函数类，我们引入如下的光滑算子：

设 $f(x, y)$ 是任意 Ω 上的一个连续函数，定义

$$f_a(x, y) = Cf(x, y),$$

其中

$$Cf(x, y) = \frac{1}{\kappa}\iint_{\Omega'} M(x - X, y - Y, a)f(X, Y)dXdY. \tag{1}$$

1978 年 6 月 10 收到修改稿．

* 本文主要内容曾于一九七五年八月热带低纬数值预告协作会上报告和讨论过．

由于核函数 $M(x, y, a)$ 在闭区域 Ω' 是连续且有二阶连续偏导数，我们不难看到，光滑算子 C 具有下面的性质[1]：

光滑算子 C 将 Ω' 上连续的函数类映到 Ω' 上连续且有直到二阶各连续偏导数的函数类中。

在以下讨论中，我们将在一种 ε—Spline 概念的基础上，给出正方形或矩形网点上，气象上常用的平滑算子类。

§2 ε—Spline 函数的概念

实际问题中，函数 $f(x, y)$ 一般只可能给出一定数量的观测值. 以 $(x_i, y_j)(i = n_1, n_1 + 1, \cdots, n_2;\ j = N_1, N_1 + 1, \cdots, N_2)$ 记观测点（以下称节点），$f(i, j)$ 记函数 $f(x, y)$ 的测值.

我们引入如下的概念.

函数测值于某节点邻近的差幅：设节点 (x_i, y_j) 属于 Ω'. 函数测值 $f(x_i, y_j)$ 与落在园：$(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2 \leqslant h^2$ 中诸节点测值差的最大值，我们称之为测值 $f(x_i, y_j)$ 在节点 (x_i, y_j) 的一个 h 邻近的差幅，并以 $\delta_h f(i, j)$ 记之.

ε—Spline 函数：区域 Ω' 上的一个逐片多项式 $P(x, y)$，如满足：

(i) $P(x, y)$ 在 Ω' 具有直到 K 阶连续各级偏导数，

(ii) 在任意节点 (x_i, y_j) 上，对给定 ε 和 h，

$$|P(x_i, y_j) - f(i, j)| \leqslant \varepsilon \delta_h f(i, j),$$

成立，则称 $P(x, y)$ 是诸测值 $f(i, j)$ 在 Ω' 上的一个 K 次 ε—Spline 函数.

ε—Spline，像一般 Spline 一样，也是一个逐片的多项式，具有一定的光滑性. 当函数诸测值，对于给定的某一 h 值，其差幅：$\delta_h f(i, j)$ 很小时，它可以近似地代替一般样条函数. 然而，正如下面介绍的，ε—Spline，在某些情况下（如平面正方形网点或矩形网点，这样一些节点）它具有给定的解析表示式. 计算很简单，只要知道节点之测值经过简单的算术运算而无需迭代法便可获得它的值.

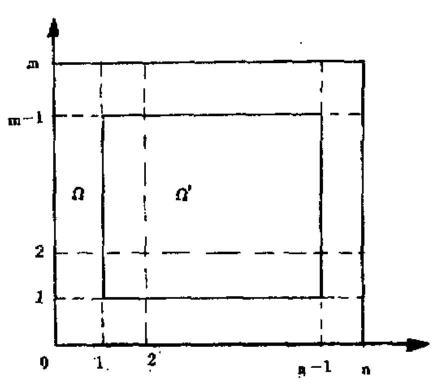

图 1

现在我们以正方形网点为节点作例，导出此种情形下 ε—Spline（矩形情形，可如法泡制）.

设 Ω, Ω' 是由边长为 h 的正方形组成的矩形域(图 1). 令

$$\Omega:\ 0 \leqslant x \leqslant nh,\quad 0 \leqslant y \leqslant mh,$$

$$\Omega':\ h \leqslant x \leqslant (n-1)h,\quad h \leqslant y \leqslant (m-h).$$

并设节点 (ih, jh) 上的测值 $f(i, j)$ 是已知的.

构成此情况下的 ε 样条函数的步骤如下：

首先构成一个 Ω 上的逐片连续的多项式(二次)函数,使得它在节点上取已知的测值.

设 $(x, y) \in \Omega$, 如图 2 所示,它必属某一正方形之中. 令

A——正方形 $M_1M_2M_3M_4$ 的面积;

ζ_i——表 M_i 点相对矩形的面积与 A 的比值, $i=1,2,3,4$. 即点 (x, y) 的面积坐标.

$\zeta_1=(x_3-x)(y_3-y)/A$,

$\zeta_2=(x-x_4)(y_4-y)/A$,

$\zeta_3=(x-x_1)(y-y_1)/A$,

$\zeta_4=(x_2-x)(y-y_2)/A$,

其中 (x_i, y_i) 是 M_i 点的直角坐标.

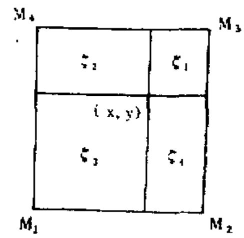

图 2

下面便是我们要求的 Ω 上连续的逐片多项式函数 $\hat{f}(x, y)$:

$$\hat{f}(x, y)=\sum_{i=1}^{4} \zeta_i f(x_i, y_i). \tag{2}$$

接着我们只要对 $\hat{f}$ 作一次光滑,代入(1)中,直接积分,就获得要求的 ε 样条函数.

令

$$f_a(x, y)=C\hat{f}=\frac{1}{\kappa}\iint_{\Omega'} M(x-X, y-Y, a)\hat{f}(X, Y)dXdY,$$

取 a 为 $0<a \leqslant h$ 之任一值. 不碍一般性,以下取 $h=1$.

对(1)式进行变换,有

$$\begin{aligned} f_a(x, y) &=\frac{1}{\kappa}\iint_{\Omega'} M(x-X, y-Y, a)\hat{f}(X, Y)dXdY \\ &=\frac{1}{\kappa}\iint_{D_{x,y}} M(x-X, y-Y, a)\hat{f}(X, Y)dXdY \\ &=\frac{1}{\kappa}\iint_{D} M(X, Y, a)\hat{f}(x+X, y+Y)dXdY, \end{aligned} \tag{1'}$$

其中 $D_{x,y}$ 表示以 (x, y) 为中心,边长为 a 的正方形域.

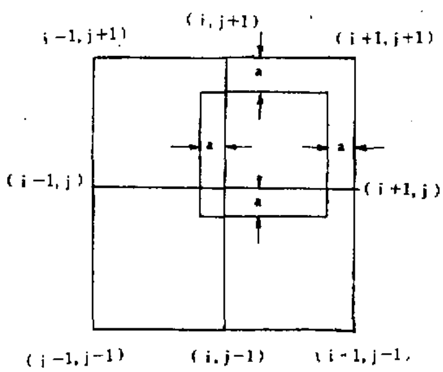

图 3

由(2)不难看到: 当 (x, y) 属于图 3 所示中间部分,即 x, y 满足

$i-a<x \leqslant (i+1)-a$

$j-a<y \leqslant (j+1)-a$

时(参看图 3), $\hat{f}(x+X, y+Y)$, $(X, Y) \in D$ 只依赖图 3 所示九个节点的测值. 并且 x 分别按

(I) $i-a<x \leqslant i+a$,

$j-a<y \leqslant j+a$,

(II) $i-a<x \leqslant i+a$,

$j+a<y \leqslant (j+1)-a$,

(III) $i+a<x \leqslant (i+1)-a$,

$j-a<y\leqslant j+a,$

(IV) $i+a<x\leqslant(i+1)-a,$

$j+a<y\leqslant(j+1)-a$

(参看图 4,(a),(b),(c),(d) 中的部分)四种情形，$\hat{f}(x+Y,y+Y)$ 依赖九个节点中的四个，具有四个表示式。

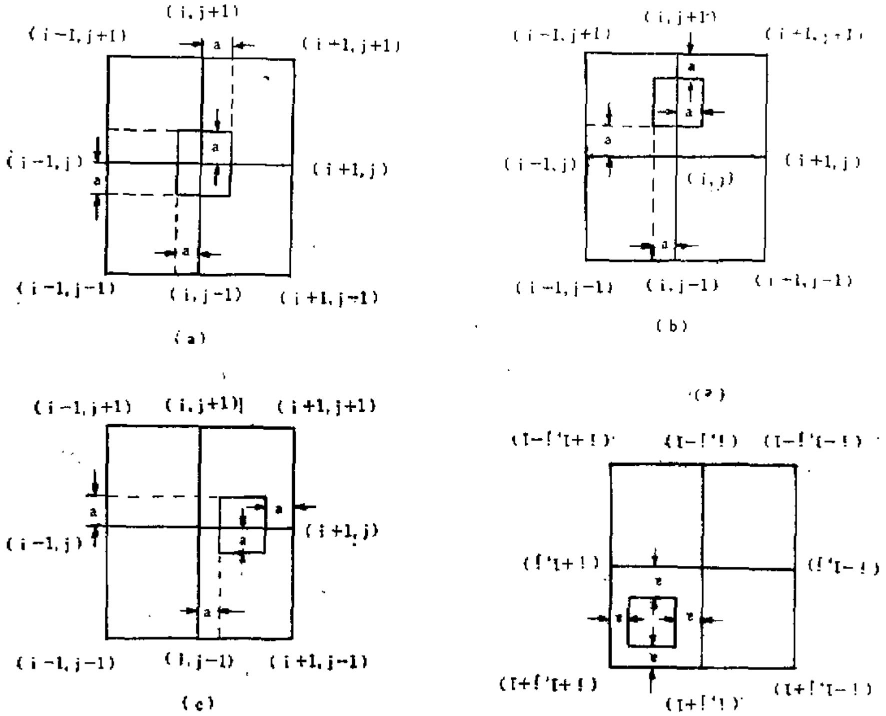

图 4

由此，容易看到，计算积分 (1)′，按上述四种情形，如第一种情形，分别取如下的积分区域：

(I) $-(x-i)\leqslant X\leqslant a,\quad -(y-j)\leqslant Y\leqslant a,$

(II) $-(x-i)\leqslant X\leqslant a,\quad -a\leqslant Y\leqslant -(y-j),$

(III) $-a\leqslant X\leqslant -(x-i),\quad -a\leqslant Y\leqslant (-(y-j),$

(IV) $-a\leqslant X\leqslant -(x-i),\quad -(y-j)\leqslant Y\leqslant a,$

经过简单的积分，可以获得：

当 $\quad i-a<x\leqslant i+a,\quad j-a<y\leqslant j+a,$

$$f_a(x,y)=\left(\frac{35}{32}\right)^2\left\{f(i,j)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(x-i)^2}{a}F_M(x-i)\right)\right.$$

$$\times\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i+1,j)\left(\frac{16}{35}(x-i)+\frac{a}{8}-\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i,j+1)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(x-i)^2}{a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{16}{35}(y-j)+\frac{a}{8}-\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$-f(i-1,j)\left(\frac{16}{35}(x-i)-\frac{a}{8}+\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)\right)$$

$$-f(i,j-1)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(x-i)^2}{a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{16}{35}(y-j)-\frac{a}{8}+\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i+1,j+1)\left(\frac{16}{35}(x-i)+\frac{a}{8}-\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{16}{35}(y-j)+\frac{a}{8}-\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i-1,j-1)\left(\frac{16}{35}(x-i)-\frac{a}{8}+\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{16}{35}(y-j)-\frac{a}{8}+\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$-f(i-1,j+1)\left(\frac{16}{35}(x-i)-\frac{a}{8}+\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{16}{35}(y-j)+\frac{a}{8}-\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$-f(i+1,j-1)\left(\frac{16}{35}(x-i)+\frac{a}{8}-\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$\times\left(\frac{16}{35}(y-j)-\frac{a}{8}+\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)\Bigg\};$$

同样的步骤，可以推出其它三种情形的积分 (1)′：当 $i-a\leqslant x\leqslant i+a$，$j+a<y\leqslant(j+1)-a$，

$$f_a(x,y)=\left(\frac{35}{32}\right)^2\Bigg\{f(x,j)\frac{32}{35}(j+1-y)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(x-i)^2}{a}F_M(x-i)\right)$$

$$+f(i,j+1)\frac{32}{35}(y-j)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(x-i)^2}{a}F_M(x-i)\right)$$

$$+f(i+1,j)\frac{32}{35}(j+1-y)\left(\frac{16}{35}(x-i)+\frac{a}{8}-\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$-f(i-1,j)\frac{32}{35}(j+1-y)\left(\frac{16}{35}(x-i)-\frac{a}{8}+\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$-f(i-1,j+1)\frac{32}{35}(y-j)\left(\frac{16}{35}(x-i)-\frac{a}{8}+\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)$$

$$+f(i+1,j+1)\frac{32}{35}(y-j)\left(\frac{16}{35}(x-i)+\frac{a}{8}-\frac{(x-i)^2}{2a}F_M(x-i)\right)\Big\};$$

当 $i+a<x\leqslant(i+1)-a,\ j-a<y\leqslant j+a$,

$$f_a(x,y)=\left(\frac{35}{32}\right)^2\Big\{f(i,j)\frac{32}{35}(i+1-x)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i+1,j)\frac{32}{35}(x-i)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a+\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i+1,j+1)\frac{32}{35}(x-i)\left(\frac{16}{35}(y-j)+\frac{a}{8}-\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$+f(i,j+1)\frac{32}{35}(i+1-x)\left(\frac{16}{35}(y-j)+\frac{a}{8}-\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$-f(i,j-1)\frac{32}{35}(i+1-x)\left(\frac{16}{35}(y-j)-\frac{a}{8}+\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)$$

$$-f(i+1,j-1)\frac{32}{35}(x-i)\left(\frac{16}{35}(y-j)-\frac{a}{8}+\frac{(y-j)^2}{2a}F_M(y-j)\right)\Big\};$$

当 $i+a<x\leqslant(i+1)-a,\ j+a<y\leqslant(j+1)-a$,

$$f_a(x,y)=\left(\frac{35}{32}\right)^2\Big\{f(i,j)\left(\frac{32}{35}\right)^2(i+1-x)(j+1-y)$$

$$+f(i+1,j)\left(\frac{32}{35}\right)^2(x-i)(j+1-y)$$

$$+f(i+1,j+1)\left(\frac{32}{35}\right)^2(x-i)(y-j)$$

$$+f(i,j+1)\left(\frac{\varepsilon 2}{35}\right)^2(i+1-x)(y-j)\Big\},\tag{4}$$

其中
$$F_M(x)=-1+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2-\frac{1}{5}\left(\frac{x}{a}\right)^4+\frac{1}{28}\left(\frac{x}{a}\right)^6.$$

设 Ω,Ω' 为图 1 所示的矩形区域，给定网格点 (i,j) 上的函数值 $f(i,j)$，则 (4) 式是诸测值 $f(i,j)$ 在 Ω' 上的一个 ε—Spline，$\varepsilon=\frac{1}{2}\left(\frac{35}{32}\right)^2\cdot\left(\frac{32}{35}-\frac{a}{8}\right)a$.

事实上，由光滑算子 C 的性质，以及由 (4) 式并令 $x=i,\ y=j$,

$$f_a(i,j)=\left(\frac{35}{32}\right)^2\Big\{\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a\right)^2f(i,j)$$

$$+\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a\right)\frac{a}{8}(f(i+1,j)+f(i-1,j)+f(i,j+1)+f(i,j-1))$$

$$+\left(\frac{a}{8}\right)^2(f(i+1,j+1)+f(i+1,j-1)+f(i-1,j+1)$$

$$+f(i-1,j-1))\Big\},\tag{5}$$

取 $h=\sqrt{2}$ 时，

$$\begin{aligned}\delta_h f(i,j) = \max\{&|f(i,j)-f(i,j+1)|,\ |f(i,j)-f(i,j-1)|,\\ &|f(i,j)-f(i-1,j)|,\ |f(i,j)-f(i+1,j)|,\\ &|f(i,j)-f(i+1,j-1)|,\ |f(i,j)-f(i+1,j+1)|,\\ &|f(i,j)-f(i-1,j+1)|,\ |f(i,j)-f(i-1,j-1)|\},\end{aligned}$$

不难看出:

$$|f_a(i,j)-f(i,j)| \leqslant \left(\frac{35}{32}\right)^2\left(\frac{32}{35}-\frac{a}{8}\right)\frac{a}{2}\,\delta_h f(i,j),$$

由此可知 $\varepsilon=\left(\frac{35}{32}\right)^2\left(\frac{32}{35}-\frac{a}{8}\right)\frac{a}{2}$，(4) 式就是本节要求的一个 ε—Spline 函数.

我们注意到，$\left|\frac{x-i}{a}\right|$，$\left|\frac{y-j}{a}\right|<1$，可以看到，(4) 式，含 $\frac{(x-i)^2}{a}F_M(x-i)$，$\frac{(y-j)^2}{a}F_M(y-j)$ 都是较 a 为高阶的小量. 不难看出，(4) 中起主要作用的是关于 x，y 的二次式. 对于要求曲面具有光滑曲率的一些问题，可以取适当的 a 保持 $f_a(x,y)$ 与测值在允许的误差范围内，利用本节公式，进行数值试验.

§3 一类光滑算子

以上各节的讨论，提出了一种光滑算子和由它引生的一种 ε—Spline 函数. 本节，特别地讨论一下，数值预报中常用的正方形网点(矩形网点情形，不难如上法一样推得)上的平滑算子.

我们在 (4) 中，令 $x=i$，$y=j$ 并注意到 (5) 式，有如下的光滑算子类 S:

$$\begin{aligned}Sf(i,j) &= A(a)f(i,j)\\ &+B(a)(f(i,j+1)+f(i,j-1)+f(i+1,j)+f(i-1,j))\\ &+C(a)(f(i+1,j+1)+f(i+1,j-1)\\ &+f(i-1,j+1)+f(i-1,j-1)),\end{aligned}\tag{6}$$

其中 $A(a)+B(a)+C(a)=1$*.

这就是气象上常用的九点光滑算子[2].

如取 $a\geqslant\frac{1}{2}h$，那么 (4) 式，就只剩下第一式了. 我们可以利用 (6)，按实际问题的要求，使不要因 S 的作用致使 $f(i,j)$ 损失过大(注意上面讨论的 $\delta_h f(i,j)$ 和 ε 与 a 的关系)以及一定的滤波要求，用求解极值问题的方法去确定 A，B，C (即确定 a)，以构成我们的光滑算子.

仿以上的方法，令

$$M(x,y,a,b)=\begin{cases}(a^2-x^2)^3(b^2-y^2)^3, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D,\end{cases}$$

其中 D 是以原点为中心，边长为 a，b 的矩形域，可以获得关于矩形网点的九点平滑算子 (6)，不过这时，A，B，C 是与 a，b，h_x，h_y 有关，其中 h_x，h_y 为 x 和 y 向的步长.

---

*) 实际上不设 $h=1$，则 A，B，C 与 a，h 有关.

§4 一种计算偏导数的格式

为叙述方便,先引入一些记号:

$$\Phi_x\alpha(i,\ j)\equiv\frac{1}{2}[\alpha(i+1,j)-\alpha(i-1,j)],$$

$$\Phi_y\alpha(i,\ j)\equiv\frac{1}{2}[\alpha(i,j+1)-\alpha(i,j-1)],$$

$$\Delta_x''\alpha(i,j)\equiv\alpha(i+1,j)-2\alpha(i,j)+\alpha(i-1,j),$$

$$\Delta_y''\alpha(i,j)\equiv\alpha(i,j+1)-2\alpha(i,j)+\alpha(i,j-1),$$

$$\frac{3}{\alpha(i,j)}x\equiv\left(\frac{35}{32}\right)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a\right)\alpha(i,j)+\frac{a}{8}\left(\frac{35}{32}\right)[\alpha(i+1,j)+\alpha(i-1,j)],$$

$$\frac{3}{\alpha(i,j)}y\equiv\left(\frac{35}{32}\right)\left(\frac{32}{35}-\frac{2}{8}a\right)\alpha(i,j)+\frac{a}{8}\left(\frac{35}{32}\right)[\alpha(i,j+1)+\alpha(i,j-1)].$$

我们对(4)式求关于 x,y 的偏导数,再令 $x=i,\ y=j$, 可获得如下的一些差分格式:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial x}(i,j)&=\frac{3}{\Phi_x f(i,j)}y\\ \frac{\partial f}{\partial y}(i,j)&=\frac{3}{\Phi_y f(i,j)}x\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

以及

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(i,j)&=\frac{1}{a}\left(\frac{35}{32}\right)\frac{3}{\Delta_x''f(i,j)}y\\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(i,j)&=\frac{1}{a}\left(\frac{35}{32}\right)\frac{3}{\Delta_y''f(i,j)}x\\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(i,j)&=\frac{1}{4}[f(i+1,j+1)+f(i-1,j-1)\\ &\quad-f(i-1,j+1)-f(i+1,j-1)]\end{aligned}\right\}.\tag{8}$$

以上提的平滑算子(6)以及计算偏导数的格式(7)、(8),是统一的. 前者与后者是"原函数"与"导数"的关系. 因此,用上述公式,计算网点函数值和导数,可以保持和推导由此关系反映的一些物理性质,克服盲目性.

注: 以上讨论,可以推广到高维空间和求具有任意K次光滑的 ε—Spline 上去.

§5 一点说明:

(1) 以矩形域Ω的正压原始方程

$$u_t = -uu_x - vu_y + fv - \phi_x$$
$$v_t = -uv_x - vv_y - fu - \phi_y$$
$$\phi_t = -(\phi u)_x - (\phi v)_y$$

为例，按总能量守恒的要求：

$$E_t = -\frac{1}{g}\iint_{(\sigma)}\left\{\left[(\phi u)\left(\frac{u^2+v^2}{2}+\phi\right)\right]_x + \left[(\phi v)\left(\frac{u^2+v^2}{2}+\phi\right)\right]_y\right\}d\delta = 0, \quad (*)$$

我们设 u, v, ϕ 的光滑公式(6)中的参数各为 a_1, a_2, a_3，将积分(*)换成 Σ，网点值和导数，用公式(6)，(7)代入，这样 E_t 含 a_i，$i=1, 2, 3$，按 $|E_t|$ 最小确定 a_i. 这样，可以定出(6)，(7)中的参数，从而确定 u, v, ϕ 网点的值和差分格式.

(2) 因此时，

$$E_t = \frac{1}{g}\oint_l V_n\phi\left(\frac{u^2+v^2}{2}+\phi\right)dl,$$

其中 n 是 l 的内法矢量.

我们也可按边界 l，将 $\oint$ 换成 Σ，使 $|E_t|$ 极小，确定 c_1, a_2, a_3.

(3) 由 §3，(4) 是 ε—Spline，$\varepsilon = \left(\frac{35}{32}\right)^2\left(\frac{32}{35}-\frac{a}{8}\right)\frac{a}{2}$. ε 反映了测值和光滑值差与该点邻近差幅之比. 以此，参考确定的 a_1, a_2, a_3，获得的光滑公式(6)，光滑值的损失程度.

参　考　文　献

[1] Соболев С. Л., 泛函分析在数理方程中的应用(中译本)，科学出版社，1959.
[2] Haltiner, G. J. Numerical Weather Prediction, New York, Wiley, 1971.

A CLASS OF SMOOTH OPERATORS AND ε-SPLINE FUNCTIONS AND DIFFERENCE SCHEME FOR EVALUATING PARTIAL DERIVATIVES

Ma Ji-pu
(Department of Mathematics, Naking University)

Ke Xiao-qi
(Department of Mathematics, Zhongshan University)

Abstract

A class of smooth operators with controllable parameters and the concept of ε-spline function are proposed. The formula of the smooth operator and the difference scheme for evaluating partial derivatives are given for a square (or rectangular) numerical field.

The parameters included in the smooth operator and the difference scheme can be determined according to the filtering reguirement and the predictive equation. The methods determinating of smoothing formula for u, v (components of wind field), ϕ and the parameters in the difference scheme are illustrated by an example of barotropic promotive equation.