

旋转大气中运动的多时态特征 和时间边界层 (II)

伍荣生

(南京大学气象系)

一、引言

在前一文中^[1],我们利用尺度分析的方法与时间边界层的概念,对大气中大尺度运动的多时态特征进行了分析和讨论,指出这种多时态的特征是旋转大气中的一种固有现象,但是这种多时态特征是否会因运动尺度的改变而改变呢?这就是本文所要继续进行分析的问题。

二、特征时间与水平尺度之间的关系

在前文中,我们曾指出利用参数 L, C, V, f 以及 β 可以组成四个特征时间:

$$T_1 = \frac{L}{C}, \quad T_2 = \frac{1}{f}, \quad T_3 = \frac{1}{\beta L}, \quad T_4 = \frac{L}{V} \quad (1)$$

式中 $C = \sqrt{gH}$ 为重力波速, f 为地转参数, g 为重力加速度, $\beta = \frac{\partial f}{\partial x}$ 为 Rossby 参数, V 为运动的特征速度, H 为均质大气的高度, L 为运动的水平尺度. T_1 表示重力波传播的特征时间, T_2 表示惯性振动的特征时间, T_3 表示 Rossby 波的特征时间, T_4 为平流特征时间.

这四个特征时间具有不同的特点, T_2 与 L 无关, T_1 与 T_4 均与 L 成正比, 而 T_3 却反比于 L , 根据这些不同特点, $T_i (i = 1, \dots, 4)$ 与 L 的关系如下图所示, 在此图中, 纵横坐标分别以对数作为尺度.

利用 (1) 式及此图, 可知有以下的一些

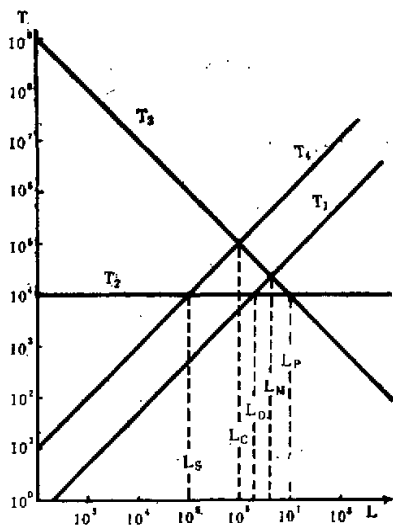


图 1

1978年9月6日收到修改稿.

关系:

$$1) T_4 = T_2 \text{ 时, } L = L_s = \frac{V}{f} \sim 10^5 \text{ 米}$$

$$2) T_4 = T_3 \text{ 时, } L = L_c = \sqrt{\frac{V}{\beta}} \sim 10^6 \text{ 米}$$

$$3) T_1 = T_2 \text{ 时, } L = L_0 = \frac{C}{f} \sim 3 \times 10^6 \text{ 米}$$

$$4) T_1 = T_3 \text{ 时, } L = L_m = \sqrt{\frac{C}{\beta}} \sim 5.5 \times 10^6 \text{ 米}$$

$$5) T_2 = T_3 \text{ 时, } L = L_p = \frac{f}{\beta} \sim 10^7 \text{ 米}$$

从此还可以看到,对于某一特定的水平尺度的运动,有二个物理性质完全不同的特征时间是不能区分的,或者说,这二个物理性质不同的过程是混合在一起的. 这可举例予以说明: 例如,在前文中,曾指出,当 $L = L_0$ 时,对于快速过程有方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

将此方程回到有因次方程,其波动解就是众所周知的重力惯性波^[3],其频率包括了惯性振动与重力波动二个部分. 从上面的关系式中,也可以很清楚地看到 $T_1 = T_2$, 即这二个特征时间是不能区分的.

又如 $L = L_c$ 时,从下面的(26)式可知,其波动解(线性化后)即为著名的 Rossby 波动公式

$$C_{ph} = \bar{u} - \frac{\beta}{k^2 + m^2} \quad (3)$$

式中 C_{ph} 为波动相速, $\bar{u}$ 为基本气流, k, m 分别为 x, y 方向的波矢分量,由此可见,这时,其特征时间包括了平流变化部分(与 $\bar{u}$ 有关)以及 Rossby 波动(与 β, L 有关)二个特点. 这从图上及上述关系式中也很清楚地看到, T_4 与 T_3 是很难区分的. 至于其他例子,这里就不再一一枚举了.

从图 1 中还可以看到,运动的水平尺度不同,这四个特征时间的大小也有所不同,它们之间的关系,如下式表示

$$\begin{aligned} \text{I}_1 \quad L &\leq L_s; & T_1 &< T_4 \leq T_2 < T_3 \\ \text{I}_2 \quad L_s &< L \leq L_c; & T_1 &< T_2 < T_4 \leq T_3 \\ \text{II}_1 \quad L_c &< L \leq L_0; & T_1 &\leq T_2 < T_3 < T_4 \\ \text{II}_2 \quad L_0 &< L \leq L_m; & T_2 &< T_1 \leq T_3 < T_4 \\ \text{II}_3 \quad L_m &< L \leq L_p; & T_2 &\leq T_3 < T_1 < T_4 \\ \text{II}_4 \quad L &> L_p; & T_3 &< T_2 < T_1 < T_4 \end{aligned} \quad (4)$$

当 $L \leq L_c$ 时, 最大的特征时间为 T_3 , 而在 $L > L_c$ 时, 最大的特征时间为 T_4 , 我们称前者为第一类, 后者为第二类. 由于最大的特征时间的不同, 所以在对控制方程进行分析时, 亦将会得到不同的结果, 所以在下一节中, 还需对基本方程组进行分析和讨论.

三、基本方程与特征参数

为了与前文相一致, 仍以正压原始方程为例来进行讨论, 方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla u - f v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v + f u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi + C^2 \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

其中所用符号同前文. 引进

$$\begin{aligned} (u, v) &= v(u', v'), \quad \phi = f_0 L V \phi' \\ (x, y) &= L(x', y'), \quad t = T t' \\ f &= f_0 \left(1 + \frac{\beta}{f_0} L y'\right) = f_0 \left(1 + \frac{L}{L_p} y'\right) \end{aligned}$$

如此(4)式可化为无量纲方程(略去撇号)

$$\begin{aligned} \frac{L_0}{L} F_r^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T_1}{T} \frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla u \right) - \left(1 + \frac{L}{L_p} y \right) v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{L_0}{L} F_r^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T_1}{T} \frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v \right) + \left(1 + \frac{L}{L_p} y \right) u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{L}{L_0} F_r^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T_1}{T} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi \right) + \Delta \cdot \mathbf{V} &= 0 \\ F_r^{\frac{1}{2}} &= \frac{V}{C} \end{aligned} \quad (6)$$

取 $\varepsilon_1 = \frac{L}{L_p}, \quad \varepsilon_2 = \left(\frac{L_\varepsilon}{L} \right)^2, \quad \varepsilon_3 = \left(\frac{L_\varepsilon}{L_0} \right)^2 \quad (7)$

对于第二类运动 (即 $L > L_c$), 最大特征时间为 T_4 , 故在(6)式中取 $T = T_4$, 如此(6)式可写成

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla u \right) - (1 + \varepsilon_1 y) v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v \right) + (1 + \varepsilon_1 y) u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \varepsilon_1 \varepsilon_3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi \right) + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式是具有三个参数的方程组, 这三个参数还因运动的水平尺度不同而有不同的关系, 例如

$$\begin{aligned}
 \text{当 } L = L_0 \text{ 时, } \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 \ll 1, \quad \varepsilon_1 \ll 1 \\
 L = L_m \text{ 时, } \quad \varepsilon_1 \ll 1, \quad \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = \varepsilon_1^2 \\
 L = L_p \text{ 时, } \quad \varepsilon_1 = 1 \quad \varepsilon_2 \ll 1, \quad \varepsilon_3 \ll 1
 \end{aligned} \tag{9}$$

通常称 $L = L_p$ 的运动为超长波, 此时, $\varepsilon_1 = 1$, 它不再是小参数了, 对于这类运动, (8) 式可化为

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla u \right) - (1 + y)v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\
 \varepsilon_2 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla v \right) + (1 + y)u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\
 \varepsilon_3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi \right) + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

从 (10) 式可知, 在零级近似情况下, 有

$$\begin{aligned}
 (1 + y)v_0 &\approx \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \\
 (1 + y)u_0 &= -\frac{\partial \phi_0}{\partial y} \\
 \nabla \cdot \mathbf{V}_0 &= 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

将方程组 (11) 中的前两式代入第三式 (即无辐散条件) 得 $\partial \phi_0 / \partial x = 0$, 由此

$$v_0 \approx 0, \quad u_0 \approx u_0(y) \tag{12}$$

这就表示, 运动基本上是呈纬向的准地转运动, 它与一般长波系统不同, 在后一情况 v_0 与 u_0 是相同大小的。以上结果是由于在 (11) 式中, 考虑了 β 的作用而引起的。从此可见, β 的作用是促使气流的纬向化, β 作用越大, 这一作用也就越强。 ε_1 的大小就反映了气流呈纬向化的作用。 ε_2 这一参数反映了 β 作用与平流变化作用的相对大小, 当 $L = L_c$ 时, 这两个作用是相等大小的, 反之, 在 $L > L_c$ 时, 平流变化的作用较之 β 作用是较小的, 而当 $L < L_c$ 时, 平流变化相对来说较 β 作用为重要。从 (10) 式可见, ε_3 反映了散度这一作用对于位势变化的影响, 它是一个固定不变的小参数, 也就是说, 不论那一种尺度, 散度对于位势变化的影响均是很微弱的。但是在旋转大气中, β 作用以及平流作用等与它相互影响, 所以在这些综合作用下, 散度的作用并不是经常可以忽略不计的。这从 (8) 式及下面的 (13) 式可以看出, 在位势变化项之前带有参数 $\varepsilon_1 \varepsilon_3$, 以及 $\varepsilon_1 \varepsilon_3 / \varepsilon_2$, 这些参数显然是与运动的尺度有关。

对于 $L < L_c$ 的运动, 最大的特征时间为 T_3 , 故取 $T = T_3$, 如此 (6) 式化为

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \mathbf{V} \cdot \nabla u - (1 + \varepsilon_1 y)v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\
 \varepsilon_1 \frac{\partial v}{\partial t} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \mathbf{V} \cdot \nabla v + (1 + \varepsilon_1 y)u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\
 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \varepsilon_1 \varepsilon_3 \mathbf{V} \cdot \nabla \phi + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

对于不同的运动尺度 L , 各个 ε 之间还有以下关系

$$\begin{aligned} L = L_c \text{ 时, } \varepsilon_2 = 1, \quad \varepsilon_3/\varepsilon_2 \ll 1, \quad \varepsilon_1 \ll 1 \\ L = L_c \text{ 时; } \varepsilon_2 > 1, \quad \varepsilon_1\varepsilon_2 = 1, \quad \varepsilon_1\varepsilon_3 \ll 1 \end{aligned} \quad (14)$$

显然(13)式与上面的(8)式是不同的,因此,根据水平尺度的不同,可以将运动分为两大类,一类可用(8)式来描述,另一类可用(13)式描述.从以下几节的分析中,可以看到不同大类的运动,其多时态的特征亦有一些差异.

四、大气中的慢变过程

在(8)式与(13)式中,其含有时间变化项的前面带有小参数,在前文中已经指出,此时如按小参数展开,则其解必然会出现不能满足完整的初值条件,这种情况称为奇异的,为了克服此困难,我们曾引用 Prandtl 提出的边界层的处理方法^[1],即在初始时刻附近引入了一个时间边界层,在此边界层内,风压场的变化是较急剧的,这就是通常所谓的快速过程或适应过程^[2],但在此边界层之外,运动是较平缓的,这就是通常所谓的慢变过程或演变过程.

在本节中,我们着重讨论在远离初值的外部区域内慢变过程的特点.

对于 $L > L_c$ 的这一类运动,无因次方程为(8)式,当 $L = L_0$ 时,从(8)式可知零级近似为

$$v_0 = \frac{\partial \phi_0}{\partial x}, \quad u_0 = -\frac{\partial \phi_0}{\partial y}, \quad \nabla \cdot \mathbf{V}_0 = 0 \quad (15)$$

此外,从(8)式还可推得

$$\varepsilon_2 \left(\frac{\partial \mathcal{Q}_p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathcal{Q}_p \right) + v = 0 \quad (16)$$

在推得上式时已略去了高阶小项.式中 $\mathcal{Q}_p$ 为位势涡度,即 $\mathcal{Q}_p = \nabla^2 \phi_0 - \phi_0$, 在(16)式中含有时间变化之前亦带有小参数 ε_2 , 故即使在慢变的过程中,也同样存有一个边界层,前文称为第二边界层,其厚度 $\delta = \left(\frac{L_0}{\varepsilon_2} \right)^2$. 现引入扩张变量 ξ

$$\xi = \frac{t}{\varepsilon_2} \quad (17)$$

则(16)式可化为

$$\frac{\partial \mathcal{Q}_p}{\partial \xi} + v = -\varepsilon_2 (\mathbf{V} \cdot \nabla \mathcal{Q}_p) \quad (18)$$

所以在近似情况下,略去右端小项,其结果便是线性的 Rossby 波动.这就是在第二边界层内的主要特点,而在边界层之外,从(16)式可知, $v \sim 0$, 这是一类准纬向的水平运动.

当 $L \approx L_0$ 时,从(8)式可得(略去高阶小项)

$$\varepsilon_2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \xi \right) - \varepsilon_3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi \right) + v = 0 \quad (19)$$

因此,当 $L > L_0$ 时,由于 $\varepsilon_2 < \varepsilon_3$, 所以有近似关系式

$$\varepsilon_3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi \right) - v = 0 \quad (20)$$

此式与(16)式不同,控制 $L = L_0$ 的方程为位势涡度的守恒,而此式则描述位势的变化. 从(20)式,亦可相似于前引入第二边界层,在此边界层内,有:

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi_0}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

这是一类平流过程. 在边界层之外,仍为纬向的水平运动.

对于 $L < L_0$ 这一类运动,由于 $\varepsilon_2 > \varepsilon_3$, 所以有近似关系式

$$\varepsilon_2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \zeta \right) + v = 0 \quad (22)$$

描述此类运动的物理过程是相对涡度的守恒,它又与前两者不同. 相同的,在此时,亦存有第二边界层,在此边界层内,有

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + v \approx 0 \quad (23)$$

这表示以相对涡度为主要物理量的一种线性波动过程,在此边界层之外,同前二者.

综合以上三种情况可见,在 $L < L_0$ 的这一类运动,是以相对涡度为特征,在 $L = L_0$ 的运动中是以位势涡度为特征,而在 $L > L_0$ 的运动中是以位势为特征的三种不同物理过程. 而这三类运动,在慢变过程中都存有第二边界层,但是边界层的厚度是不同的, $L \leq L_0$ 的运动中边界层的厚度为 ε_2 , 而 $L > L_0$ 的运动中其厚度为 ε_3 , 由于 $\varepsilon_3 = \lim_{L \rightarrow L_0} \varepsilon_2$, 所以随着 L 的增大,边界层的厚度最后趋于一个固定的 ε_3 .

对于 $L < L_0$ 的这一类运动中,无因次方程为(13)式. 当 $L = L_0$ 时,利用(13)、(14)两式,可知在零级近似的情况下,气流仍为准地转的,但从(13)式可以推得(已略去高阶小项)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \zeta + v - \varepsilon_3 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi \right) = 0 \quad (24)$$

如此,在近似情况下有

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \zeta + v = 0 \quad (25)$$

这就是日常所讨论的无辐散涡度方程或绝对涡度守恒律,这一种运动与其余的不同,在慢变过程中,控制方程为(25)式,它不是奇异的,因此就不再存在第二边界层,也就是说运动一直是以绝对涡度守恒的原则在作缓慢的运动.

当 $L = L_0$ 时,(13)式化为

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} - yv \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla u - v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \varepsilon_1 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + yu \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla v + u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \mathbf{V} \cdot \nabla \phi + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

在零级近似情况下,有

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla u_0 - v_0 &= -\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \\
 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla v_0 + u_0 &= -\frac{\partial \phi_0}{\partial y} \\
 \nabla \cdot \mathbf{V}_0 &= 0
 \end{aligned} \tag{27}$$

这就是通常所谓的平衡关系式。此外,从(26)式可得(略去高阶小项)

$$\varepsilon_1 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \right) + \mathbf{V} \cdot \nabla \zeta = 0 \tag{28}$$

从此可知,此类运动亦存有第二边界层,其厚度为 ε_1 , 在边界层内,有

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + \mathbf{V} \cdot \nabla \zeta = 0 \tag{29}$$

而在边界层之外,运动是满足

$$\mathbf{V}_0 \cdot \nabla \zeta_0 \approx 0 \tag{30}$$

的近似关系。

综合以上的分析,在 $L \leq L_c$ 的这一类运动中,与另一类的运动,其物理特点并不完全相同,特别是在 $L = L_c$ 时,慢变过程中并不存在第二边界层。

五、大气中的快速过程

对于 $L > L_c$ 的这一类运动,取(8)式,现引入

$$\xi_1 = \frac{x}{\varepsilon_1 \varepsilon_2}, \quad \xi_2 = \frac{y}{\varepsilon_1 \varepsilon_3} \tag{31}$$

如此,有

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial \xi_1} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} &= \varepsilon_1 y v - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \mathbf{V} \cdot \nabla u \\
 \frac{\partial v}{\partial \xi_1} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} &= -\varepsilon_1 y u - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \mathbf{V} \cdot \nabla v
 \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + \varepsilon_1 \varepsilon_3 \mathbf{V} \cdot \nabla \phi + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \\
 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \mathbf{V} \cdot \nabla u - \varepsilon_1 y v &= v - \frac{\partial \phi}{\partial x} \\
 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \frac{\partial v}{\partial \xi_2} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \mathbf{V} \cdot \nabla v + \varepsilon_1 y u &= -u - \frac{\partial \phi}{\partial y} \\
 \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + \nabla \cdot \mathbf{V} + \varepsilon_1 \varepsilon_3 \mathbf{V} \cdot \nabla \phi &= 0
 \end{aligned} \tag{33}$$

对此一类含有多参数的方程组, Hoppensteadt^[3] 曾有过讨论,相似于他的处理,分别称 ξ_1 , ξ_2 为风场、气压场边界层变量。在 $L < L_0$ 时,由于

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} = \left(\frac{L_0}{L} \right)^2 > 1 \tag{34}$$

所以在 (32) 式, (33) 式中, 可得近似方程

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \xi_1} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial \xi_1} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} &= 0\end{aligned}\quad (35)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \xi_2} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial \xi_2} &= 0\end{aligned}\quad (36)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

从 (35) 式可知

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \xi_1} \approx 0 \quad (37)$$

即相对涡度是不变的, 而 (35) 式的最后两式得 $\frac{\partial \nabla \cdot \mathbf{V}}{\partial \xi_2} = 0$, 亦即辐散随时间不变, 因此从 (37) 式可得

$$\phi = \phi_0 + D_0 \xi_2 \quad (38)$$

式中 D_0 为初始时间的散度, 从此式可知位势在初始时刻是随着 ξ_2 作线性增长的, 回到有因次量可以推知高度变化速率与重力波速 C 成比例。

当 $L > L_0$ 时, 由于 $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} < 1$, 故 (32), (33) 式可化为

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \xi_1} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial \xi_1} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} &= 0\end{aligned}\quad (39)$$

$$\begin{aligned}v &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \frac{\partial u}{\partial \xi_2} \\ u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \frac{\partial v}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_2} + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0\end{aligned}\quad (40)$$

从 (39) 式可得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi_1^2} + u = -\frac{\partial \phi_0}{\partial y} \quad (41)$$

这是一类有外源的强迫振动, 外源为 $\frac{\partial \phi_0}{\partial y}$. 从 (40) 式可得

$$\frac{\partial}{\partial \xi_2} (\nabla^2 \phi_0 - \phi_0) = 0 \quad (42)$$

即对于 ξ_2 这个变量而言,位势涡度是不变的. 这就是 $L > L_0$ 的快速过程的特点.

对于 $L < L_0$ 这一类运动,利用 (13) 式,取

$$\xi_1 = \frac{t}{\varepsilon_1}, \quad \xi_2 = \frac{t\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_3} \quad (43)$$

由于 $\varepsilon_2/\varepsilon_3 > 1$, 故此时的快速过程的控制方程同 (35)、(36) 式, 其结果亦相同, 所不同者就是风场、气压场的边界层厚度各不相同.

但是在 $L = L_0$ 时, 由于 $\varepsilon_2/\varepsilon_3 = 1$, 故此时 $\xi_1 = \xi_2$. 因此, 描述快速过程的方程便成为

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi_1} - v &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi_1} + u &= -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \xi_1} + \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \end{aligned} \quad (44)$$

这就是通常所讨论的适应方程.

综合以上的讨论, 可见通常所论的适应方程只是对于 $L = L_0$ 的那一类运动是合适的. 对于其余各种运动, 由于水平尺度的不同, 描述快速过程的控制方程亦不同, 因之, 其结果也就不同.

致谢: 在完成本文的过程中, 得到巢纪平教授的热情帮助, 并为本文作了一些修改, 特致深切谢意.

参 考 文 献

- [1] 伍荣生、巢纪平, 旋转大气中运动的多时态特征和时间边界层, 大气科学, 2, 267-275, 1978.
- [2] 叶笃正、李麦村, 大气运动中的适应问题, 科学出版社, 1964.
- [3] Hoppensteadt, F., On systems of Ordinary Differential equations with several parameters multiplying the derivatives, J. Diff. Eq. 5, 106-116, 1969.

CHARACTERISTICS OF MULTI-TIME SCALES OF MOTION AND TEMPORAL BOUNDARY LAYERS IN ROTATING ATMOSPHERE (II)

Wu Rong-sheng

(Department of Meteorology, Nanjing University)

Abstract

In the previous paper, we have found that the multi-time scales of atmospheric motion are the essential feature of dynamic processes. By the use of the concept of boundary layer, several temporal boundary layers corresponding to different time scales can be determined. In this paper, we shall discuss the relations between time scales and horizontal length scale L , while in the previous paper, the special scale L_c (Rossby deformation radius) is concerned. Following Conclusions are obtained in this paper:

1) For the identical length L , there are several time scales corresponding to different physical processes. When L tends to a relevant magnitude, two of these time scales may be identified.

2) For large scale motion, the prevailing flow is zonal under the influence of beta effect.

3) There exists the 2nd temporal boundary layer in the slow varying process. Within this layer, different length scales will have different physical processes. For example, in the case of $L < L_c$, the motion within this layer is governed by the relative vorticity, while $L > L_c$, the motion is geopotential. For the case of $L = L_c$, as pointed in the previous paper the motion is characterized by the variation of potential vorticity. As $L = L_c = \sqrt{\frac{V}{\beta}}$ the 2nd boundary layer disappears. The motion is charac-

terized by the conservation law of relative vorticity.

4) In the fast process, the characteristic feature varies with horizontal length scale L too.