

双台风相互作用的一种分析

吴 中 海

(上海台风研究所)

一、引言

台风移动主要受背景流场的“引导气流”操纵。当间距足够近的两个或多个台风同时存在时，由于台风的位置变化比较显著，由它们引起的那部份“引导气流”的变化也就较大，这就使得在多台风情况下台风路径比较复杂。

在我们的统计动力学方案中^[1]，虽然在选取样本时已经有意识地剔除了一些影响明显的双台风个例。但是，从拟合误差的初步分析中，仍然很清楚地看出，产生较大误差极大部分还是与双台风的情况相联系着。这就说明进一步使方差减缩的因素将来自双台风的相互作用。

在[2]中对于双涡旋的研究历史作了简要的回顾。五十年代以后的工作，我们见到的有[4],[5],[6],[7],[4]是对双台风的移动作了预报经验的总结。而[5],[6],[7]则对双热带气旋的相互作用进行了观察资料的统计分析和定量描述。但是这种定量描述是从兰金(Rankine)涡旋($V R = \text{常数}$)或是从被里尔(Richl)所推断的 $V \sqrt{R} \approx \text{常数}$ 出发。这就如两根直涡线的情况一样，反映了角变化率，而反映不出相对距离的变化。虽然[7]中也对吸引作用作了讨论，但在定量上仅只作了统计分析。由于结合观察资料作统计分析时，事实上是大尺度流场的“引导”作用和气旋性环流所造成的“引导”作用混杂在一起，这就无法分清纯粹的两个气旋的相互作用及大尺度流场“引导”的“干扰”，于是如[6]中所描绘的形形色色的实际相对运动轨迹产生的原因就说不清了。

本文直接从台风的位势高度分布出发，导出了纯粹双台风相互作用的表示式，为[1]中方差减缩提供了条件。并对单纯相互作用下的相对运动轨迹进行了定性讨论，分析了各种可能的定性形态。特别是，从定性讨论中还发现了双台风一般是不可能发生中心重合的现象(外围流场可以合并)。陈联寿^[8]最早对这一现象给予了注意，指出西北太平洋台风7009, 7010最后互旋时两个中心仅相距一个纬距左右，但直到在福建省登陆时还是两个中心分别在两地先后登陆。包澄澜^[9]则对这两个台风中心不重合现象作了天气学的分析和说明。

二、公式的导出

在涡旋厚度范围内某一层等压面上取定坐标系后，在以涡旋中心为中心，平均半径 R

1979年2月13日收到修改稿。

为半径的圆域 σ 上对运动方程两端积分取平均后就有

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\pi R^2} \iint_{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_1 \\ \frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\pi R^2} \iint_{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_2 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2x_1}{dt^2} - f_1 \frac{dy_1}{dt} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_1^1 \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} + f_1 \frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_1^2 \end{array} \right. \quad (2)$$

其中 (u, v) 是中心的移动速度, f 为地转参数, ϕ 为位势高度, 而 g_1, g_2 则表示与垂直速度有关的力及涡旋内力等的相应分量.

对于同时存在的两个台风, 它们的中心位置分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$. 相对距离为 r , 中心连线的倾角为 θ . 而相应的影响半径和涡旋范围为 $R_1, \sigma_1; R_2, \sigma_2$ (如图 1 所示). 有

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2x_1}{dt^2} - f_1 \frac{dy_1}{dt} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_1^1 \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} + f_1 \frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_1^2 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2x_2}{dt^2} - f_2 \frac{dy_2}{dt} = -\frac{1}{\pi R_2^2} \iint_{\sigma_2} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_2^1 \\ \frac{d^2y_2}{dt^2} + f_2 \frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{\pi R_2^2} \iint_{\sigma_2} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_2^2 \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2x_1}{dt^2} - f_1 \frac{dy_1}{dt} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_1^1 \\ \frac{d^2y_1}{dt^2} + f_1 \frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_1^2 \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2x_2}{dt^2} - f_2 \frac{dy_2}{dt} = -\frac{1}{\pi R_2^2} \iint_{\sigma_2} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy + g_2^1 \\ \frac{d^2y_2}{dt^2} + f_2 \frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{\pi R_2^2} \iint_{\sigma_2} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy + g_2^2 \end{array} \right. \quad (6)$$

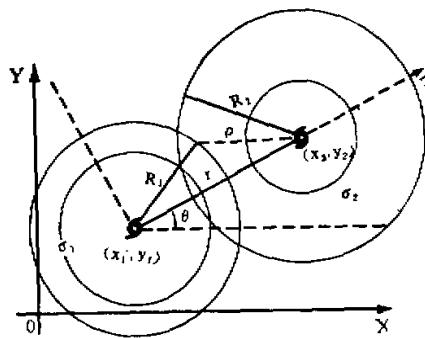


图 1

对于位势高度 ϕ , 我们可以分解为 $\phi = \phi_0 + \phi_1 + \phi_2$ ¹⁾, 其中 ϕ_1, ϕ_2 分别为两个纯气旋的位势高度分布, 而 ϕ_0 是挖去 ϕ_1, ϕ_2 后的大尺度流场的位势高度. 由于已分出了 ϕ_0 的影响, 因而在台风这类涡旋中, ϕ_1, ϕ_2 的一般特性应该是:

1) 对气旋中心而言是圆对称分布的, 即 $\phi_i = \phi_i(t, \rho), i = 1, 2$. 其中 t 是时间参数, ρ 是到中心的距离.

2) $\frac{\partial \phi_i}{\partial \rho} \geq 0, i = 1, 2$.

1) 相差一常数项对公式的推导不受影响.

$$3) \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \rho^2} \leq 0, i = 1, 2.$$

这样,对于(3), (4)式右端第一项就有

$$-\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} dx dy = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_0}{\partial x} dx dy - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx dy \quad (7)$$

$$-\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx dy = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_0}{\partial y} dx dy - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial y} dx dy \quad (8)$$

这两个等式的右端第一项反映了大尺度流场的“引导”作用,而第二项则反映了气旋2对气旋1的“引导”作用。对于第二项作用力有:

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 &= -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx dy \vec{i} - \frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial y} dx dy \vec{j} \\ &= -\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos(\alpha - \theta)}) \cos \alpha d\alpha \vec{i} \\ &\quad - \frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos(\alpha - \theta)}) \sin \alpha d\alpha \vec{j} \end{aligned}$$

其中 t 为时间参数,而其余各变量见图1所示。在积分中令 $\beta = \alpha - \theta$,则有

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos(\alpha - \theta)}) \cos \alpha d\alpha \\ &= -\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta \frac{x_2 - x_1}{r} \\ &- \frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos(\alpha - \theta)}) \sin \alpha d\alpha \\ &= -\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta \frac{y_2 - y_1}{r} \end{aligned}$$

令

$$A_2(t, r; R_1) = -\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta$$

那末

$$\vec{F}_2 = A_2 \left(\frac{x_2 - x_1}{r} \vec{i} + \frac{y_2 - y_1}{r} \vec{j} \right).$$

又由纯气旋的位势高度分布的一般性质2), 我们又容易验证 $A_2 \geq 0$ 。事实上:

$$I = \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta$$

$$= 2 \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta \right\}$$

1) 由于 ϕ_2 的圆对称分布,因而 $\iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx dy = \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial y} dx dy = 0$.

$$+ \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta \Big\}$$

在第二个积分中令 $\beta = \pi - \alpha$, 就有

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) - \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 + 2rR_1 \cos \beta})] \cos \beta d\beta$$

由于在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上 $\cos \beta \geq 0$, $\sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta} \leq \sqrt{r^2 + R_1^2 + 2rR_1 \cos \beta}$ 因而 $I \leq 0$, 而 $A_2 = -\frac{1}{\pi R_1} I \geq 0$ ¹⁾. 因此, 气旋 2 对气旋 1 的作用力 \vec{F}_2 是一个大小为 $A_2(t, r; R_1)$, 而方向是由 (x_1, y_1) 指向 (x_2, y_2) 的矢量.

同理气旋 1 对气旋 2 的作用力 \vec{F}_1 将是一个大小为

$$A_1(t, r; R_2) = -\frac{1}{\pi R_2} \int_0^{2\pi} \phi_1(t, \sqrt{r^2 + R_2^2 - 2rR_2 \cos \beta}) \cos \beta d\beta,$$

而方向是由 (x_2, y_2) 指向 (x_1, y_1) 的矢量. 即

$$\vec{F}_1 = A_1 \left(\frac{x_1 - x_2}{r} \hat{i} + \frac{y_1 - y_2}{r} \hat{j} \right).$$

对于实际的两个台风, 只要确定了它们的位势高度廓线, 我们就不难从上述公式导出直接刻划双台风作用的因子. 如果在预报时段内略去了涡旋的强度变化, 也就是说 $\phi_i = \phi_i(\rho)$ $i = 1, 2$. 那末, 这两组随着位置变化的因子就能在每个六小时时段中分别加以利用.

其次, 由于当 r 充分大时 $\rho = \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}$ 也充分大, $\phi_2(t, \rho)$ 表示离开中心充分远处纯气旋 2 的位势高度, 因而几乎是常数. 这就说明了 A_2 当 r 充分大后渐趋于零. 此外

$$\begin{aligned} A_2(t, 0; R_1) &= -\frac{1}{\pi R_1} \phi_2(t, R_1) \int_0^{2\pi} \cos \beta d\beta = 0 \\ \frac{\partial A_2}{\partial r}(t, 0; R_1) &= -\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \phi_2}{\partial \rho}(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \\ &\quad \times \frac{r - R_1 \cos \beta}{\sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}} \Big|_{r=0} \cos \beta d\beta \\ &= -\frac{1}{\pi R_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial \rho}(t, R_1) \int_0^{2\pi} \cos^2 \beta d\beta \end{aligned}$$

由于 $\frac{\partial \phi_2}{\partial \rho} \geq 0$, 因此 $\frac{\partial A_2}{\partial r}(t, 0; R_1) \geq 0$.

对于 $A_1(t, r; R_2)$ 也有同样的特点. 所以 A_1, A_2 随着 r 变化的特征形如图 2 所示.

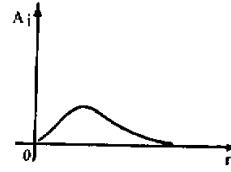


图 2

1) 从推导中可看出, 只有在 $r = 0$ 及影响范围之外 A_2 才等于 0 否则总有 $A_2 > 0$.

三、两个涡旋的相互作用

从方程(3), (4), (5), (6)并结合上面的讨论, 我们不难看出造成两个涡旋相对运动的原因将来自四个方面;

- 1) 大尺度背景流场对两个涡旋的“引导”作用的差异.
- 2) 两个涡旋所在纬度不同引起地转参数的差异.
- 3) 两个涡旋内部结构的不同而造成 g_1^1, g_1^2 与 g_2^1, g_2^2 之间的差异.
- 4) 两个涡旋间存在的相互作用.

这四方面的影响, 显然在不同的特定条件下所起的作用也是不一样的. 例如当两个涡旋相距较远时, 相互间作用力的影响较小, 而大尺度背景流场的“引导”差异成为显著的可能性就较大. 反之, 当两个涡旋相距较近时, 则大尺度背景流场的“引导”差异一般就比较小了, 此时应以相互间的作用力为主. 我们的主要着眼点是在于研究两个涡旋间的相互作用. 因而, 为了突出主要矛盾, 我们就以 4) 为主来进行讨论, 而其余三个因素就作为一种“干扰”来看待. 那末, 在处理的手法上, 就是在(3), (4), (5), (6)中出现上述三种因素时, 我们就认为是没有差异的. 于是, (5) 减(3)式、(6)减(4)式后就有

$$\frac{d^2(x_2 - x_1)}{dt^2} - f_1 \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} = -(A_1 + A_2) \frac{x_2 - x_1}{r} \quad (9)$$

$$\frac{d^2(y_2 - y_1)}{dt^2} + f_1 \frac{d(x_2 - x_1)}{dt} = -(A_1 + A_2) \frac{y_2 - y_1}{r} \quad (10)$$

将(10)式乘 $(x_2 - x_1)$ 后减(9)式乘 $(y_2 - y_1)$ 有

$$\frac{f_1}{2} \frac{dr^2}{dt} + \frac{d}{dt} \left[(x_2 - x_1) \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} - (y_2 - y_1) \frac{d(x_2 - x_1)}{dt} \right] = 0$$

对时间 t 积分后就有

$$\frac{f_1}{2} r^2 + (x_2 - x_1) \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} - (y_2 - y_1) \frac{d(x_2 - x_1)}{dt} = c$$

其中 c 是积分常数. 由 $x_2 - x_1 = r \cos \theta$, $y_2 - y_1 = r \sin \theta$ 就有

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{f_1}{2} + \frac{c}{r^2} = -\frac{f_1}{2} + \frac{1}{r^2} \left[r_0^2 \left(\theta'(0) + \frac{f_1}{2} \right) \right] \quad (11)$$

其中 r_0 为初始相对距离, $\theta'(0)$ 为初始相对角变化率.

再由(9)或(10)式可导出第二个积分

$$\begin{aligned} \frac{d^2r}{dt^2} &= -(A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r \\ &= -(A_1 + A_2) + r \left\{ \frac{f_1^2}{4} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^4 - 1 \right] + [f_1 \theta'(0) + \theta'(0)^2] \left(\frac{r_0}{r} \right)^4 \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

令 $\frac{dr}{dt} = p$, 则 $\frac{d^2r}{dt^2} = p \frac{dp}{dr}$, 方程(12)就化为

$$p^2(r) - p^2(r_0) = -2 \int_{r_0}^r (A_1 + A_2) dr - c^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) - \frac{f_1^2}{4} (r^2 - r_0^2)$$

$$p(r) = \pm \sqrt{p^2(r_0) - 2 \int_{r_0}^r (A_1 + A_2) dr - c^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) - \frac{f_1^2}{4} (r^2 - r_0^2)} \quad (13)$$

当 $p(r_0) = \frac{dr}{dt} \Big|_{t=0} \neq 0$ 时, 根式前的符号就取决于 $p(r_0)$ 的符号, 当 $p(r_0) = 0$ 时, 如果 $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0\{f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2\} = 0$, 那末, 我们不难看出方程将有唯一的解案 $r = r_0$, 不然可由 $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0\{f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2\}$ 的符号, 亦即 $\frac{d^2r}{dt^2} \Big|_{t=0}$ 的符号来相应地决定 (13) 式右端的符号。

我们还将注意到, 在初始时刻附近

$$p^2(r_0) - 2 \int_{r_0}^r (A_1 + A_2) dr - c^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) - \frac{f_1^2}{4} (r^2 - r_0^2) > 0 \quad (14)$$

(除了 $r = r_0$ 的解), 但是, 随着时间的推移, r 值的变化将使 (14) 式也变化, 当 r 达到某一值 r_1 使 (14) 式等于零时, 如果

$$\left[-(A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r \right] \Big|_{r=r_1}$$

的符号也起了变化。那末, 以后 $p(r)$ 会转到另一分支, 也就是根式前原来取正号的会转到取负号的一支, 而取负号的会转到正号的一支。为

此, 须注意函数 $-(A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r$ 的情况。

根据上节关于 A_1, A_2 的分析, 函数的构造情况可描绘如下;

在这里, 函数 $\frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r$ 的零点

$$r = r_0 \sqrt{\left| 1 + \frac{2\theta'(0)}{f_1} \right|}$$

有特殊地位; 因为在它的右方, 函数 $-(A_1 + A_2) +$

$\frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r$ 必小于零。而除了 $\theta'(0) = -\frac{f_1}{2}$ 的情形外(即绝对角动量为零), 在它与 $r=0$ 之间必存在使 (14) 式等于零的点 $r = r_1$, 而且在 $r = r_1$ 时 $-(A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4} r$ 必大于零。当 $\theta'(0) = -\frac{f_1}{2}$ 时, 这个零点就与原点重合。

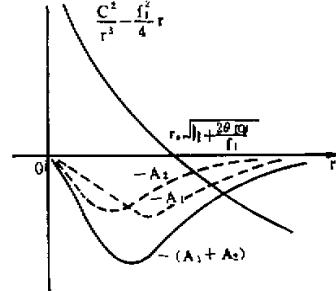


图 3

四、相对运动轨迹的定性描述

在上节导出的 (11), (12), (13) 式的基础上, 我们现在来讨论各种条件下相对运动

轨迹的性态。首先考虑背景流场为均压场的情形，此时初始条件为 $p(r_0) = \frac{dr}{dt} \Big|_{t=0} = 0$, $\theta'(0) = \frac{d\theta}{dt} \Big|_{t=0} = 0$. 由于 $r|_{t=0} = r_0$ 时, $\frac{d^2r}{dt^2} = -(A_1 + A_2) < 0$, 因而(13)式应取负号那一支. 于是 $\frac{dr}{dt} = p(r) < 0$, 再由(11)式即知 $\frac{d\theta}{dt} > 0$. 也就是说相对距离逐渐减小，并作逆时针方向的加速旋转. 但是，从上节关于函数 $-(A_1 + A_2) + \frac{c^2}{r^3} - \frac{f_1^2}{4}r$ 的讨论又可以知道，这种相对运动状态不可能一直延续下去直至两个中心重合 ($r = 0$). 而是一定存在一个值 r_1 使 $p(r_1) = 0$, 又使(12)式右端大于零. 于是继续下去的运动将转到(13)式取正号的一支，也就是说相对距离减小到 r_1 时就不再减小，反而有所扩大. 随之，旋转速度也将变慢. 其定性图形如图 4 所示.

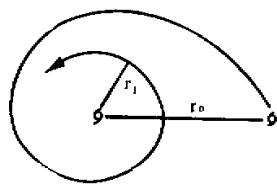


图 4

这种相对距离只能接近到一定程度(如上述的 r_1)的现象，并不仅限于零初始条件才具有. 事实上，从上节末尾的讨论中就可看出，只要 $\theta'(0) \neq -\frac{f_1}{2}$, 那末这种现象就必然发生. 虽然实际的双台风还应考虑到大尺度流场“引导”的“干扰”等. 然而，这种“干扰”决定于作用在两台风上的“引导”等因素的差异. 当两个台风足够靠近时，这些差异均可略去，于是上述结论将仍应成立. 这也就从理论分析上说明了在一般情况下(即除了 $\theta'(0) = -\frac{f_1}{2}$ 的情形)两个台风中心是不会重合的.

通常的所谓双台风合并，只是外围流场的合并，或是在流场合并过程中一个台风的填塞而已.

在[6]中描绘了许多实例的相对运动轨迹，情况多种多样，甚至还有相互作顺时针旋转的. 这主要是由于大尺度流场“引导”的“干扰”所致. 作为定性研究，应着眼于初始干扰下所能引起的相对运动情况. 由于讨论方法相同，在此不再赘述，而将各类情况的定性图形列述如下：

- 1) $\theta'(0) = 0, p(r_0) = 0$; 见前述.
- 2) $\theta'(0) = 0, p(r_0) < 0$; 同 1).
- 3) $\theta'(0) = 0, p(r_0) > 0$; 见图 5.1.
- 4) $\theta'(0) > 0, p(r_0) = 0$;
 - a) $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0[f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2] > 0$ 见图 5.2.
 - b) $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0[f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2] < 0$ 同 1).
 - c) $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0[f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2] = 0$ 见图 5.3.
- 5) $\theta'(0) > 0, p(r_0) > 0$;
 - a) $\theta'(0)$ 较大 见图 5.4.
 - b) $\theta'(0)$ 较小 见图 5.5.
- 6) $\theta'(0) > 0, p(r_0) < 0$; 同 1)
- 7) $\theta'(0) < 0, p(r_0) = 0$;

- a) $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0[f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2] > 0$ 见图 5.6.
- b) $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0[f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2] < 0$
 $|\theta'(0)|$ 较小, 见图 5.7. $|\theta'(0)|$ 较大, 见图 5.8.
- c) $-(A_1 + A_2)|_{r=r_0} + r_0[f_1\theta'(0) + \theta'(0)^2] = 0$ 见图 5.9.
- 8) $\theta'(0) < 0, p(r_0) < 0$; 同 7b)
- 9) $\theta'(0) < 0, p(r_0) > 0$; 同 7a)

现在我们再将几个实例描绘如下, 以作为与上述定性描述的对照。描绘的方法按 [6] 中所述; 即将中心固定在一个台风的各个位置上, 中线与经线平行, 而将另一个台风的各个位置按次序地描点上去,(内圆半径为 5 纬距, 外圆半径为 10 纬距)。

A) 6413 和 6414 台风; 由于 $\theta'(0) > 0, p(r_0) < 0$, 因而属 6) 型。其图形属于与 1) 型同。也就是图 5 所描绘的情况。

B) 6713 和 6714 台风; 由于 $\theta'(0) > 0, p(r_0) > 0$ 且 $|\theta'(0)|$ 较大。因而属于 5a) 型。

C) 6113 和 6114 台风; $\theta'(0) < 0, p(r_0) < 0$ 且 $|\theta'(0)|$ 较小。故属于 7b) | $\theta'(0)|$ 较小型。

D) 7203 和 7206 台风; 由于 $\theta'(0) < 0, p(r_0) < 0$ 且 $|\theta'(0)|$ 较小, 故亦属 7b) | $\theta'(0)|$ 较小型。虽然由于相距较远, 受大尺度背景流场“干扰”较大。然而其定性性质与前面判定的还是一致的。

E) 为了看一个作顺时针旋转的例子, 我们取了 [6] 中所描绘的 1893 年大西洋双台风的情况。由于 $\theta'(0) < 0, p(r_0) < 0$ 因而属 8) 型。由于 8 月 18 日开始 $|\theta'(0)|$ 较大,

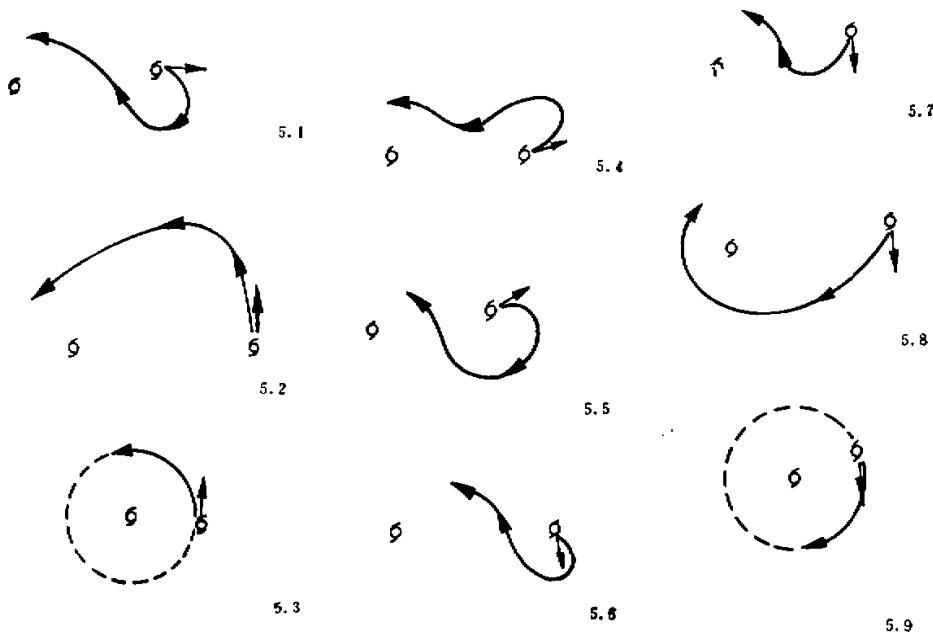


图 5

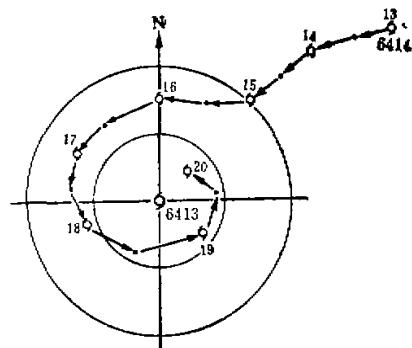


图 a)

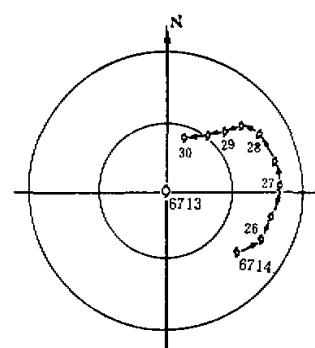


图 b)

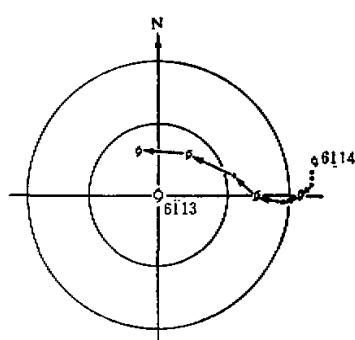


图 c)

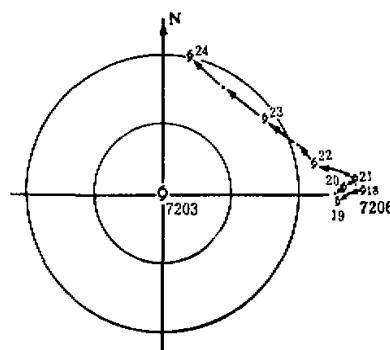


图 d)

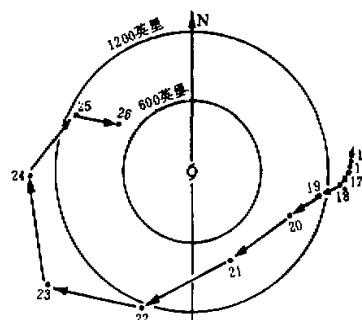


图 e)

因而属于 7b) $|\theta'(0)|$ 较大型.

五、与两根直涡线方程的比较

最后, 我们指出 [5], [6], [7] 以及 [10] 中所述的相对运动的定量描述, 可在特殊假

定下而被导出。

如果一开始我们就作地转平衡假定，而涡旋的位势高度廓线取对数形式，即 $\phi = K \ln \rho$ ，那末相应的两组方程为

$$\begin{cases} -f_1 \frac{dy_1}{dt} = A_2 \frac{x_2 - x_1}{r} & (15) \\ f_1 \frac{dx_1}{dt} = A_2 \frac{y_2 - y_1}{r} & (16) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -f_2 \frac{dy_2}{dt} = A_1 \frac{x_1 - x_2}{r} & (17) \\ f_2 \frac{dx_2}{dt} = A_1 \frac{y_1 - y_2}{r} & (18) \end{cases}$$

而

$$\begin{aligned} A_2 &= -\frac{1}{\pi R_1} \int_0^{2\pi} \phi_2(t, \sqrt{r^2 + R_1^2 - 2rR_1 \cos \beta}) \cos \beta d\beta \\ &= -\frac{1}{\pi R_1^2} \oint \phi_2 d\eta = -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} d\xi d\eta \\ &= -\frac{1}{\pi R_1^2} \iint_{\sigma_1} f v_\eta d\xi d\eta. \end{aligned}$$

式中 v_η 是沿 η 方向(见图 1)的风速分量。由于 $\phi_2 = K \ln \rho$ ，因而 $f v_\eta = \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi}$ 是调和函数，利用调和函数的中值性质，就有 $A_2 = f_1 v_2$ 。这里 v_2 是涡旋 2 在 (x_1, y_1) 点的风速模量，而 f_1 是 f 在该点的值。同理可导出 $A_1 = f_2 v_1$ 。

将它们代入 (15), (16), (17), (18) 就有

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = v_2 \frac{y_2 - y_1}{r} = -\frac{\Gamma_2}{2\pi} \frac{y_1 - y_2}{r^2} \\ \frac{dy_1}{dt} = -v_2 \frac{x_2 - x_1}{r} = \frac{\Gamma_2}{2\pi} \frac{x_1 - x_2}{r^2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dx_2}{dt} = v_1 \frac{y_1 - y_2}{r} = \frac{\Gamma_1}{2\pi} \frac{y_1 - y_2}{r^2} \\ \frac{dy_2}{dt} = -v_1 \frac{x_1 - x_2}{r} = -\frac{\Gamma_1}{2\pi} \frac{x_1 - x_2}{r^2} \end{cases}$$

其中 $\Gamma_1 = 2\pi r v_1$, $\Gamma_2 = 2\pi r v_2$ 是相应于两个涡旋的速度环量。这组方程与两根直涡线的方程完全一致 [10]。也就是说在上述特殊假定下导出了通常对于双涡旋相对运动所得的结论。

参 考 文 献

- [1] 吴中海、许绍溥，“西太平洋台风路径预报的统计动力学方法 SD75”(尚未发表)。
- [2] Kazuo Takenaga, Yoshimasa Uesaka, “Interaction of Binary Tropical Cyclones”, Forecasting Manual for Typhoons. Japan Meteorological Agency 1974.
- [3] Fujiwhara, S. “On the growth and decay of vortical systems”, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 49, 75—104, 1923.
- [4] 上海市气象局气象台、中央气象局气象台，“双台风的几种基本类型和西台风移动路径预报”。天气预报技术经验汇编第一集，1972。
- [5] Haurwitz, B. “The motion of binary tropical cyclones”, Arch. Meteor. Geophys. Bioklin. B4, 73—86, 1951.
- [6] Hoover, E. W. “Relative motion of hurricane pairs.” Mon. Wea. Rev., 89, 251—255, 1961.
- [7] Brand, S. “Interaction of binary tropical cyclones of the Western North Pacific Ocean.” J. Meteor., 9, 433—441, 1970.
- [8] 陈联寿、丁一汇，“台风分析与预报”，即将出版。(或见杭州大学地理系讲义)
- [9] 包澄润，“台风”，空军气象学校 1976 年进修班讲义。
- [10] Кочин Н. Е. Кильбель И. А. Розе, Н. В. “Теоретическая Гидромеханика”，中译本，高教出版社，1956。

AN ANALYSIS OF INTERACTION OF BINARY TROPICAL CYCLONES

Wu Zhong-hai

(Institute of Typhoon, Shanghai)

Abstract

In this paper a method for analysing the interaction of binary tropical cyclones has been given. All the possible tracks of their relative movement have been discussed qualitatively and were compared with the observed.

It might be interested that the outer stream fields of two tropical cyclones could combine themselves into one but not the two centers. The observed movements of the Typhoons 7009 and 7010 over the Northwest Pacific Ocean justified this method of analysis.