

两层准地转模式里中期天气过程的初步计算和试验

许有丰 张学洪 张宝严

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文用两层准地转模式,初步考虑海陆的差异,不同尺度波动之间的非线性作用,将场用富氏级数展开,得到一组非线性常微分方程组。讨论了中期过程的演变。

得到近于纬向的环流向经向环流转变。极地高压形成等结果。而这类大型过程的转变主要是由于超长波的发展。还讨论了动力、热力因子的作用。

一、前 言

为了作好中期预报,了解中期过程的演变规律是必要的。大气的演变是非线性、线性作用的共同结果,而非线性作用是很重要的。将中长期过程用线性化后的方程来计算^[1,2],初始扰动由于摩擦、湍流交换等作用将很快衰减,一般十天左右就减为原来强度的 $\frac{1}{10}$ — $\frac{2}{10}$ 。Tsai^[3] 等根据实际资料分析波动的发展、衰减过程,指出非线性作用对超长波及长波之间能量转换的重要性。因此,讨论中期过程,必须要考虑波动与基本气流以及不同尺度波动之间的非线性作用。另外,中期过程还要考虑非绝热作用,特别是海陆的差异及地面层的热力作用。本文用一个准地转两层模式,初步考虑了不同尺度波动之间的非线性作用及海陆差异来讨论中期过程的演变以及一些物理因子对超长波、长波系统中期演变的作用。

二、基本方程组

1. 采用两层模式,把涡度方程分别写在1、3层上,得到:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla\right)(f + \zeta_1) - f \frac{\omega_2}{P_2} = A_v \nabla^2 \zeta_1 \quad (2.1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_3 \cdot \nabla\right)(f + \zeta_3) + f \frac{\omega_2}{P_2} - f \frac{\omega_4}{P_2} = A_v \nabla^2 \zeta_3 - \frac{k}{2} (3\zeta_3 - \zeta_1) \quad (2.2)$$

1980年4月28日收到,9月23日收到修改稿。

在求得 (2.1)、(2.2) 式中,已用了垂直方向上的边界条件:

$$p = 0, \quad \omega = \omega_0 = 0$$

$$p = P_4, \quad \omega = \omega_4$$

式中下标 0、1、2、3、4 分别代表 0、250、500、750、1000 毫巴上的值。\$A_s\$ 为侧向湍流交换系数, \$k\$ 为摩擦系数。\$\omega_2, \omega_4\$ 可以通过热流量方程表示出来。

2. 求 \$\omega_2\$ 及 \$\omega_4\$.

对“2”层,热流量方程为:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_2 \cdot \nabla\right) T_2 - \frac{\alpha_2 \omega_2 T_2}{P_2} - \frac{1}{c_p \rho_2} (\varepsilon_I + \varepsilon_{II} + \varepsilon_{III})_2 \quad (2.3)$$

\$\varepsilon_I, \varepsilon_{II}, \varepsilon_{III}\$ 分别为辐射加热、湍流热交换及凝结加热。

$$\varepsilon_{I,2} = \bar{\alpha} \rho_a \left\{ M \left[\frac{4(\phi_1 - \phi_3)}{R} - 3\bar{T}_2 + bW e^{-\lambda' b \rho_1} \right] \right\},$$

$$\varepsilon_{II,2} = \frac{\rho_2 c_p}{R} A_T \nabla^2 (\phi_1 - \phi_3), \quad \text{略去 } \varepsilon_{III}.$$

与 [4] 中相同,可以求得:

$$\frac{\omega_2}{P_2} = \frac{1}{R \alpha_2 T_2} \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) (\phi_1 - \phi_3) - A_T \nabla^2 (\phi_1 - \phi_3) - \frac{R}{c_p \rho_2} \bar{\alpha} \rho_a \left(M \left[\frac{4(\phi_1 - \phi_3)}{R} - 3\bar{T}_2 \right] + bW e^{-\lambda' b \rho_1} \right) \right\} \quad (2.3)'$$

式中 \$\bar{\alpha}\$ 为灰体长波辐射吸收系数, \$\rho_a\$ 为水汽密度, \$\lambda' = \bar{\alpha} \rho_a / g \rho\$, \$W\$ 为大气上界的太阳短波辐射吸收量, \$\alpha = \frac{R}{g} \left(\frac{g}{c_p} + \frac{\partial T}{\partial Z} \right)\$.

对 \$p = P_4\$ 层,非绝热项中只考虑垂直湍流交换项,用 Кибель 考虑气团变性的方法^[5],热流量方程为:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T - \frac{\alpha T}{P_4 \sigma} \omega = \frac{g^2}{R^2 T^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(K' \sigma^2 \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right) \quad (2.4)$$

其中, \$\sigma = P/P_4\$, \$K' = \lambda' / c_p \rho\$ 为湍流导温系数。对 (2.4) 式,在垂直方向保留微分形式,对时间的微商用差分表示,得到:

$$\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\sigma^2 \frac{\partial T^i}{\partial \sigma} \right) - T^i = a_T^i \Delta t - T^i \quad (2.4)'$$

其中, \$a_T = \mathbf{V} \cdot \nabla T - \frac{\alpha T}{P_4 \sigma} \omega\$, \$\varepsilon^2 = \left(\frac{g}{RT} \right)^2 K' \Delta t\$.

解 (2.4)' 方程有以下边界条件:

$$1) Z = \infty \quad (\text{即 } \sigma = 0), \quad T^i \text{ 有限} \quad (2.5)$$

$$2) Z = 0 \quad (\text{即 } \sigma = 1), \quad -\lambda' \frac{\partial T}{\partial Z} + \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial Z} = S' + A' - rE(T) \quad (2.6)$$

\$S', A'\$ 分别为到达地面的短波与长波辐射, \$rE(T)\$ 为地面长波辐射。\$T^*\$ 为下垫面温度, \$\lambda^*\$ 是下垫面的热传导系数(在海洋,则是热量的涡流交换系数)。在地面热平衡条件(2.5)中略去了蒸发消耗的热量 \$\left(\frac{\lambda' L}{c_p} \frac{\partial q}{\partial Z} \right)\$.

T^* 满足热传导方程:

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = K^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial Z^2} \quad (2.7)$$

与处理 (2.4) 式的方法类似, (2.7) 式改写成:

$$\frac{\partial^2 T^{*t_1}}{\partial Z^2} - \frac{T^{*t_1}}{K^* \Delta t} = - \frac{1}{K^* \Delta t} T^{*t} \quad (2.7)'$$

解 (2.7)' 式的边界条件为:

$$\begin{aligned} 1) & \text{ 在 } Z = 0 \text{ 处, } T^{*t_1} = T^{t_1} \\ 2) & \text{ 在 } Z = -\infty \text{ 处, } T^{*t_1} \text{ 有限} \end{aligned} \quad (2.8)$$

在 (2.8) 式条件下, (2.7)' 式的解为:

$$\begin{aligned} T^{*t_1}(x, y, z) = (T^{t_1})_{z=0} e^{\frac{z}{\sqrt{K^* \Delta t}}} + \frac{1}{2\sqrt{K^* \Delta t}} \int_{-\infty}^0 [e^{\frac{-|z-z'|}{\sqrt{K^* \Delta t}}} - e^{\frac{z+z'}{\sqrt{K^* \Delta t}}}] \\ \cdot T^{*t}(x, y, z') dz' \end{aligned} \quad (2.9)$$

将 (2.9) 式对 z 求微商, 然后取 $z = 0$, 可求得:

$$\left(\frac{\partial T^{*t_1}}{\partial z} \right)_{z=0} = (T^{t_1})_{z=0} \cdot \frac{1}{\sqrt{K^* \Delta t}} - \frac{1}{K^* \Delta t} \int_{-\infty}^0 e^{\frac{z'}{\sqrt{K^* \Delta t}}} T^{*t} dz'$$

代入 (2.6) 式, 地面热平衡条件可写成:

$$-\lambda' \frac{\partial T^{t_1}}{\partial z} + \frac{\lambda^*}{\sqrt{K^* \Delta t}} T^{t_1} = S^t + A^t - rE(T^t) + \frac{\lambda^*}{K^* \Delta t} \int_{-\infty}^0 e^{\frac{z'}{\sqrt{K^* \Delta t}}} T^{*t} dz' \quad (2.6)'$$

在 (2.5) 及 (2.6)' 边界条件下, 方程 (2.4)' 的解为:

$$\begin{aligned} T^{t_1}(x, y, \sigma) = c_1 \sigma^{\nu_3} + \frac{1}{\varepsilon^2(\nu_3 - \nu_4)} \left[\int_1^\sigma \sigma'^{\nu_3} (a_7 \Delta t - T^t) d\sigma' \right. \\ \left. + \int_0^1 \sigma'^{\nu_3} (a_7^t \Delta t - T^t) d\sigma' \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

其中,

$$\begin{aligned} c_1 = \frac{1}{\varepsilon \Lambda \nu_3 + \Lambda^*} \left\{ S'' + A'' + \frac{\lambda^*}{K^* \Delta t} \int_{-\infty}^0 e^{\frac{z'}{\sqrt{K^* \Delta t}}} T^{*t} dz' - rE(T^t) \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon \Lambda \nu_4 + \Lambda^*}{\varepsilon^2(\nu_3 - \nu_4)} \int_1^0 \sigma'^{\nu_3} (a_7^t \Delta t - T^t) d\sigma' \right\}, \\ \nu_3 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{\varepsilon^2}}, \quad \nu_4 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{\varepsilon^2}}, \\ \Lambda^* = \frac{\lambda^*}{\sqrt{K^* \Delta t}}, \quad \Lambda = \frac{\lambda'}{\sqrt{K' \Delta t}}. \end{aligned}$$

经过简化、整理, 并将 $T^{t_1}(x, y, \sigma)$ 写到 $\sigma = 1$ 上, 可以得到:

$$\begin{aligned} \omega_{\sigma=1} = \frac{P_1}{\alpha_4 T_4} \left\{ \left(\frac{T^{t_1} - T^t}{\Delta t} \right)_{\sigma=1} \left(1 + \frac{\Lambda^*}{\Lambda} \right) + (\mathbf{V} \cdot \Delta T)_{\sigma=1}^t \right. \\ \left. - \frac{1}{\Lambda \cdot \Delta t} [S'' + A'' - rE(T_4)'] \right\} \end{aligned} \quad (2.11)$$

在不考虑地形的情况下, 可将 $\sigma = 1$ 处的值作为 P_4 处的值。在此两层模式中, 对 4 层上的某些量只能近似地以 1、3 层的量表示。

$$\text{我们取 } \frac{\partial T_4}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi_1 - \phi_3}{R} + \frac{r}{2g} (\bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_3) \right],$$

其中,

$$\bar{\phi}_k = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_{i,j,k}, \quad k = 1, 3.$$

(2.11) 式写成:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_4}{P_2} = \frac{2}{R\alpha_4\bar{T}_4} \left\{ \left(1 + \frac{\Lambda^*}{\Lambda} \right) \frac{\partial}{\partial t} \left[(\phi_1 - \phi_3) + \frac{Rr}{2g} (\bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_3) \right] + a' \mathbf{V}_3 \cdot \nabla (\phi_1 - \phi_3) \right. \\ \left. - \frac{R}{\Lambda \cdot \Delta t} [S' - a\sigma T_2^3(4T_2 - 3\bar{T}_2)] \right\} \quad (2.11)' \end{aligned}$$

将 (2.3)'、(2.11)' 两式代入 (2.1)、(2.2) 式中, 并引入地转近似, 得到:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla^2 \phi_1 - \lambda_2(\phi_1 - \phi_3)] &= -\mathbf{V}_1 \cdot \nabla (\nabla^2 \phi_1) - \beta \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + A \nabla^2 [\nabla^2 \phi_1 \\ &\quad - \lambda_2(\phi_1 - \phi_3)] - L_1 \left[(\phi_1 - \phi_3) - \frac{3}{4} R \bar{T}_2 \right] - S_1 W \\ \frac{\partial}{\partial t} [\nabla^2 \phi_3 + \lambda_2(\phi_1 - \phi_3) - \lambda_4 \left(1 + \frac{\Lambda^*}{\Lambda} \right) \left\{ (\phi_1 - \phi_3) + \frac{Rr}{2g} (\bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_3) \right\}] \\ &= -\mathbf{V}_3 \cdot \nabla [\nabla^2 \phi_3 + (a'\lambda_4 - \lambda_2)(\phi_1 - \phi_3)] - \beta \frac{\partial \phi_3}{\partial x} + A \nabla^2 [\nabla^2 \phi_3 + \lambda_2 \\ &\quad \times (\phi_1 - \phi_3)] + \frac{k}{2} (3\nabla^2 \phi_3 - \nabla^2 \phi_1) + (L_1 + L_2) \\ &\quad \times \left[(\phi_1 - \phi_3) - \frac{3}{4} R \bar{T}_2 \right] + (S_1 - S_2) W \end{aligned} \right. \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } L_1 &= \lambda_2 M' \frac{4\sigma \bar{T}_2^3}{R} \left(\frac{R}{c_p} \frac{\bar{\alpha} \rho_0}{\rho_2} \right), \quad L_2 = \lambda_4 \frac{4\sigma \bar{T}_2^3}{R} \cdot \frac{aR}{\Lambda \cdot \Delta t} \\ S_1 &= \lambda_2 b \left(\frac{R}{c_p} \frac{\bar{\alpha} \rho_0}{\rho_2} \right) e^{-b\lambda_2' \rho_2}, \quad S_2 = \lambda_4 a' \frac{R}{\Lambda \cdot \Delta t} e^{-b\lambda_4' \rho_4}, \\ \lambda_2 &= \frac{f_0^2}{\alpha_2 \bar{T}_2 R}, \quad \lambda_4 = \frac{2f_0^2}{\alpha_4 \bar{T}_4 R} \end{aligned}$$

(2.12)、(2.13) 两式即基本方程组。

三、问题的解法

为了讨论基本气流与波动以及不同尺度波动之间的非线性作用, 我们将场用双重富氏级数展开。对高度场, 考虑超长波及长波系统, 因而在纬圈上取 1—6 波, 即设:

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_1 = & A_{00} + \sum_{n=1}^2 (A_{0,2n} \cos 2ny + B_{0,2n} \sin 2ny) \\ & + \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^6 (A_{m,2n} \cos mx + B_{m,2n} \sin mx) \cos 2ny \end{aligned} \right. \quad (3.1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_2 = & C_{00} + \sum_{n=1}^2 (C_{0,2n} \cos 2ny + D_{0,2n} \sin 2ny) \\ & + \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^6 (C_{m,2n} \cos mx + D_{m,2n} \sin mx) \cos 2ny \end{aligned} \right. \quad (3.2)$$

式中 $A_{m,2n}$ 、 $B_{m,2n}$ 等为 t 的函数, l 为 45°N 纬圈长, d 为南北方向的长度.

对 $\frac{A^*}{A}$ 场, 则取:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{A^*}{A} = & a_{00} + \sum_{n=1}^2 (a_{0,2n} \cos 2ny + b_{0,2n} \sin 2ny) \\ & + \sum_{m=1}^6 (a_{m,0} \cos mx + b_{m,0} \sin mx) \end{aligned} \quad (3.3)$$

与 [4] 中相同, 考虑太阳辐射随时间、纬度而变, 即取:

$$W = [1 - \Gamma(x, y)] W_0 \left[\cos y + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_0 \right) \sin y \right] \quad (3.4)$$

W_0 为平均日辐射总量, $\Gamma(x, y)$ 为反照率, λ_0 为太阳的黄经. $\Gamma(x, y)$ 也用富氏级数展开:

设

$$\begin{aligned} \Gamma(x, y) = & \Gamma_{00} + \sum_{n=1}^3 [\Gamma_{0,2n-1}^{(1)} \cos(2n-1)y + \Gamma_{0,2n-1}^{(2)} \sin(2n-1)y] \\ & + \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^6 [(\Gamma_{m,2n-1}^{(1)} \cos mx + \Gamma_{m,2n-1}^{(2)} \sin mx) \cos(2n-1)y] \\ & + \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^6 [(\Gamma_{m,2n-1}^{(3)} \cos mx + \Gamma_{m,2n-1}^{(4)} \sin mx) \sin(2n-1)y] \end{aligned} \quad (3.5)$$

将 (3.1)–(3.5) 式代入 (2.12), (2.13) 式中, 乘相应的三角函数, 对整个区域积分, 经整理后可以得到一组包含 58 个方程的常微分方程组 (3.6):

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} = & -\frac{L_1}{4} (A_{00} - C_{00}) + \frac{1}{2} S_1 W_0 \left[\Gamma_{0,1}^{(1)} + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_0 \right) \Gamma_{0,1}^{(2)} \right] \\ \frac{dP_{1+2n}}{dt} = & A(2n)^4 A_{0,2n} + (A\lambda_2 - L_1)x_{1+2n} \\ & + \frac{1}{2} S_1 W_0 \left[\Gamma_{0,2n+1}^{(1)} + \Gamma_{0,2n-1}^{(2)} + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_0 \right) (\Gamma_{0,2n+1}^{(2)} - \Gamma_{0,2n-1}^{(1)}) \right] \\ & n = 1, 2; \\ & \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{17+6(n-1)+m}}{dt} = & \frac{1}{f_0} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{q=1}^2 m [m^2 + (2q)^2] A_{m,2q} [2(q+n) B_{0,2(q+n)} \right. \\
& + 2|q-n| B_{0,2|q-n|}] \\
& - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^2 (2q)^3 m B_{0,2q} (A_{m,2(q+n)} + A_{m,2|q-n|}) \Big\} \\
& + \frac{\lambda_2}{f_0} \left\{ \frac{1}{2} m c_{m,2q} [2(q+n) B_{0,2(q+n)} + 2|q-n| B_{0,2|q-n|}] \right. \\
& - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^2 (2q) m D_{0,2q} (A_{m,2(q+n)} + A_{m,2|q-n|}) \Big\} \\
& + \beta m A_{m,2n} + A [m^2 + (2n)^2] B_{m,2n} \\
& + A \lambda_2 [m^2 + (2n)^2 - L_1] x_{5+12(n-1)+12m} \\
& + \frac{1}{2} S_1 W_0 \left[\Gamma_{m,2n+1}^{(2)} + \Gamma_{m,2n-1}^{(2)} + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_\odot \right) \right. \\
& \times \left. \left(\Gamma_{m,2n+1}^{(4)} - \Gamma_{m,2n-1}^{(4)} \right) \right] \quad n = 1, 2; \quad m = 1, 2, \dots, 6;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{30}}{dt} = & (L_1 + L_2) \frac{1}{4} (A_{00} - C_{00}) - \frac{1}{2} (S_1 - S_2) W_0 \\
& \times \left[\Gamma_{0,1}^{(1)} + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_\odot \right) \Gamma_{0,1}^{(2)} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{30+n}}{dt} = & [A(2n)^4 + k(2n)^2] C_{0,2n} + \left[- \left(A \lambda_2 + \frac{k}{2} \right) (2n)^2 + (L_1 + L_2) \right] x_{1+n} \\
& + (S_2 - S_1) \frac{W_0}{2} \left[\Gamma_{0,2n+1}^{(1)} + \Gamma_{0,2n-1}^{(1)} + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_\odot \right) \right. \\
& \times \left. \left(\Gamma_{0,2n+1}^{(3)} - \Gamma_{0,2n-1}^{(3)} \right) \right] \quad n = 1, 2;
\end{aligned}$$

.....

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{40+6(n-1)+m}}{dt} = & \frac{1}{f_0} \left\{ \sum_{q=1}^2 \frac{m}{2} [m^2 + (2q)^2] C_{m,2q} [2(q+n) D_{0,2(q+n)} \right. \\
& + 2|q-n| D_{0,2|q-n|}] \Big\} \\
& - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^2 m (2q)^3 D_{0,2q} (C_{m,2(q+n)} + C_{m,2|q-n|}) \\
& + \frac{a' \lambda_1 - \lambda_2}{f_0} \left\{ \sum_{q=1}^2 \frac{m}{2} [2(q+n) B_{0,2(q+n)} + 2|q-n| B_{0,2|q-n|}] C_{m,2q} \right. \\
& - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^2 m (2q) D_{0,2q} (A_{m,2(q+n)} + A_{m,2|q-n|}) + \beta m C_{m,2n} \\
& + A [m^2 + (2n)^2] [m^2 + (2n)^2 + k] D_{m,2n} \\
& + \left. \left\{ (L_1 + L_2) - \left(A \lambda_2 + \frac{k}{2} \right) [m^2 + (2n)^2] \right\} x_{5+12(n-1)+2m} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (S_2 - S_1) \frac{1}{2} W_0 \left[\Gamma_{m,2n+1}^{(2)} + \Gamma_{m,2n-1}^{(2)} + \left(\frac{1}{4} + 0.63 \sin \lambda_0 \right) \right. \\
 & \left. \times (\Gamma_{m,2n+1}^{(4)} - \Gamma_{m,2n-1}^{(4)}) \right] \quad n = 1, 2; \quad m = 1, 2, \dots, 6; \\
 & x_1 = A_{00} + C_{00}, \quad x_{1+n} = A_{0,2n} - C_{0,2n}, \\
 & x_{3+n} = B_{0,2n} - D_{0,2n}, \dots, x_{5+12(n-1)+2m} = B_{m,2n} - D_{m,2n};
 \end{aligned}$$

方程组 (3.6) 中的 $P_1, P_2, \dots, P_{28}$ 为:

$$\begin{cases}
 P_1 = -\lambda_2(A_{00} - C_{00}) \\
 P_{1+n} = -\left(n \frac{2\pi}{d}\right)^2 A_{0,2n} - \lambda_2 x_{1+n} \\
 P_{3+n} = -\left(n \frac{2\pi}{d}\right)^2 B_{0,2n} - \lambda_2 x_{3+n} & n = 1, 2; \\
 P_{2(m-4)+12n} = -\left[\left(m \frac{2\pi}{l}\right)^2 + \left(n \frac{2\pi}{d}\right)^2\right] A_{m,2n} - \lambda_2 x_{4+12(n-1)+2m} & n = 1, 2; \\
 P_{2(m-4)+12n+1} = -\left[\left(m \frac{2\pi}{l}\right)^2 + \left(n \frac{2\pi}{d}\right)^2\right] B_{m,2n} - \lambda_2 x_{5+12(n-1)+2m} & m = 1, 2, \dots, 6; \\
 P_{30} = b_1 - P_1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} A[1, 1] P_1 / \left(-\frac{Rr}{2g} \lambda_4\right) \\
 P_{20+i} = b_i + P_i + \frac{\lambda_4}{\lambda_2} A[i, 1] P_1 / \left(-\frac{Rr}{2g} \lambda_4\right), \quad i = 2, 3, 4, 5; \\
 P_{30+i} = b_{5+i} + P_{5+i} & i = 1, 2, \dots, 24;
 \end{cases} \quad (3.7)$$

$A[i, 1]$ 为矩阵 A 中相应的元素 $a_{i,1}$.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,29} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{29,1} & a_{29,2} & \dots & a_{29,29} \end{pmatrix}$$

$a_{i,j}$ 为 $\frac{A^*}{A}$ 场展式中的富氏系数及 λ_4 等常数组成的线性函数, 具体表达式这里不再列出.

而

$$\begin{aligned}
 b_i &= a_{i,1} x_1 + a_{i,2} x_2 + \dots + a_{i,29} x_{29} \\
 &= \sum_{j=1}^{29} a_{i,j} x_j \quad i = 1, 2, \dots, 29;
 \end{aligned}$$

这样, 求解偏微分方程组 (2.12), (2.13) 的问题就转化为求解常微分方程组 (3.6) 及代数方程组 (3.7). 下面的问题就是求解这两组方程组. 我们用数值解法. 具体的求解、计算过程如下: 先给出初始高度场 ϕ_1, ϕ_2 的富氏系数 $A_{00}^{(0)}, A_{0,2n}^{(0)}, A_{m,2n}^{(0)}, B_{0,2n}^{(0)}, \dots, D_{m,2n}^{(0)}$ 等以及 $\Gamma(x, y)$ 场、 $\frac{A^*}{A}$ 场的富氏系数, 由方程组 (3.7) 可以算出 $P_i^{(0)}, (i = 1, 2, \dots, 58)$. 然后用 Runge-Kutta 方法解方程组 (3.6) (具体计算公式在此省去), 得到下一时刻 $t_1 (t_1 = t_0 + \Delta t)$ 的 $P_i^{(1)}$, 再从方程组 (3.7) 中解出 t_1 时刻高度场的富氏系数 $A_{00}^{(1)}, A_{0,2n}^{(1)}, \dots, D_{m,2n}^{(1)}$ 等, 从 (3.1)、(3.2) 式可算出 $\phi_1^{(1)}, \phi_2^{(1)}$ 场. 如此一步步地重复这一计算过程, 就可

得到若干天后的 $A_{00}^{(n)}, A_{0,2n}^{(n)}, \dots, D_{m,2n}^{(n)}$ 及高度场 $\phi_1^{(n)}, \phi_2^{(n)}$.

四、结果和讨论

在本试验中, 东西方向长 l 为 45°N 纬圈的长度, 南北长 d 为 2×10^4 公里, $\lambda_2 = 1.2 \times 10^{-12} \text{ 米}^{-2}$, $\lambda_4 = 1.4 \times 10^{-12} \text{ 米}^{-2}$, $f_0 = 10^{-4} \text{ 秒}$, $A_v = A_T = A = 10^5 \text{ 米}^2 \text{ 秒}^{-2}$, $\beta = 0.2 \times 10^{-11} \text{ 米}^{-1} \text{ 秒}^{-1}$, $W_0 = 85/8640 \text{ 卡} \cdot \text{秒}^{-1}$, $k = 4 \times 10^{-6} \text{ 秒}^{-1}$, $L_1 = 9.70 \times 10^{-18} \text{ 米}^{-2} \cdot \text{秒}^{-1}$, $S_1 = 6.13 \times 10^{-17} \text{ 米}^{-2} \text{ 卡}^{-1} \text{ 秒}^{-2}$, $L_2 = 6.65 \times 10^{-18} \text{ 米}^{-2} \text{ 秒}^{-1}$, $S_2 = 1.34 \times 10^{-16} \text{ 米}^{-2} \text{ 卡}^{-1} \cdot \text{秒}^{-2}$, $\Delta t = 6 \text{ 小时}$.

对 A^*/A 场, 在海洋上取 $A^* = 2.37 \times 10^{-2} \text{ 卡} \cdot \text{厘米}^{-2} \text{ 秒}^{-1} \text{ 度}^{-1}$, 陆地上取 $A^* = 1.70 \times 10^{-4} \text{ 卡} \cdot \text{厘米}^{-2} \text{ 秒}^{-1} \cdot \text{度}^{-1}$, $A = 0.42 \times 10^{-3} \text{ 卡} \cdot \text{厘米}^{-2} \text{ 秒}^{-1} \text{ 度}^{-1}$. 按 (3.3) 式展开 (图略).

Γ 场在计算中取成随时间不变的常值, 给出 2 月月平均值, 按 (3.5) 式展开, 大陆 Γ 值大, 海洋小, 高纬度大, 低纬度小. (图略)

我们主要试验了两组初始场 (均为 1—6 波和纬向气流的合成场). 第一组, 主要为 2 波, 4—6 波弱, 近于纬向气流 (见图 1a、2a). 第二组, 4—6 波较强, 而 4 波更强一些 (见图 3a、低层图略). 计算了 5—7 天, 算了 1—6 波、1—3 波和纬向气流的合成场, 4—6 波的合成场, 以表示超长波及长波的演变. 还试验了纬向气流上仅迭加 2 波以及仅迭加 4 波这两组初始场. 并分别试验了非线性平流作用、 β 效应、摩擦、湍流交换等因素的作用.

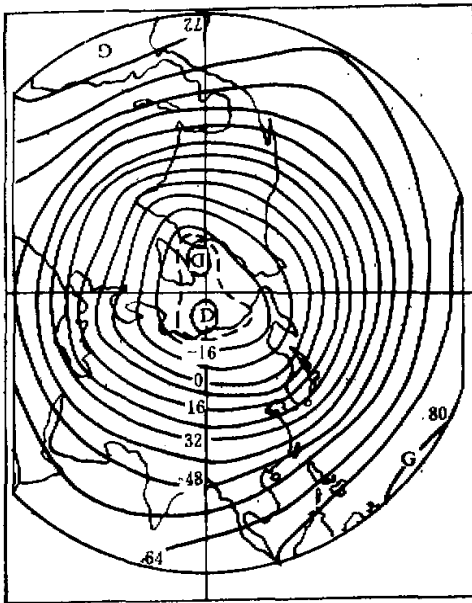


图 1a 初始场(第一组) 300 mb 高度

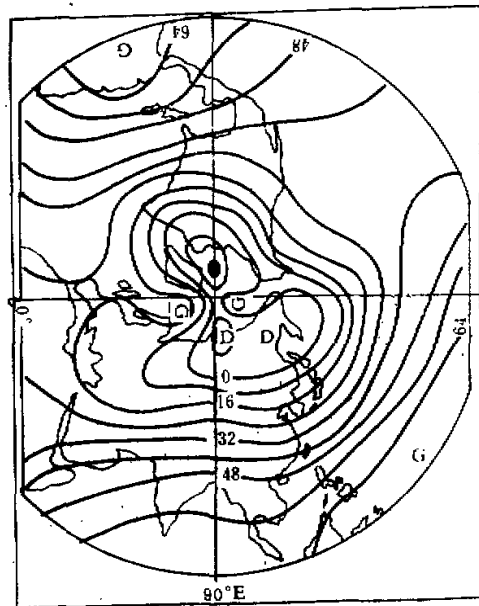


图 1b 300 mb 第 5 天预报场

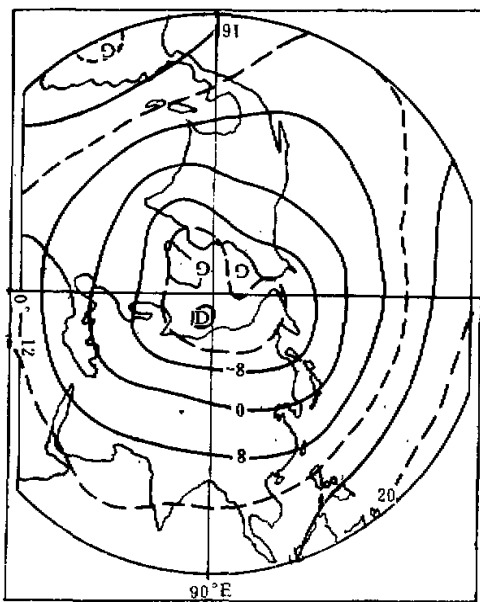


图 2a 初始场(第一组) 700 mb 高度

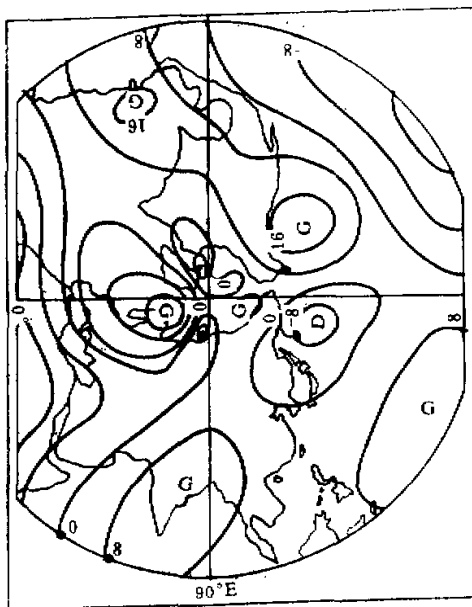


图 2b 700 mb 第 5 天预报场

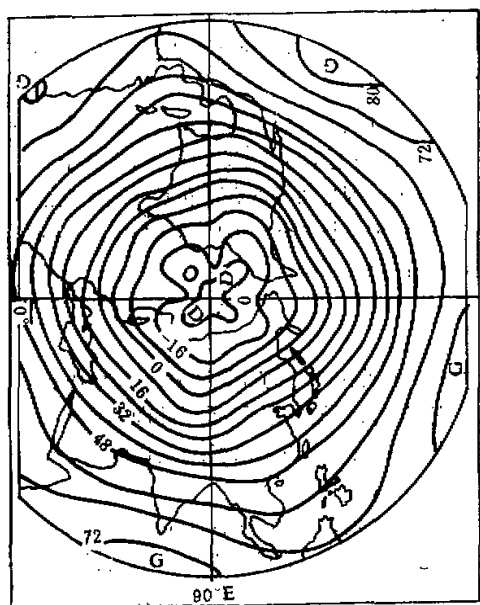


图 3a 初始场(第二组) 300 mb 高度

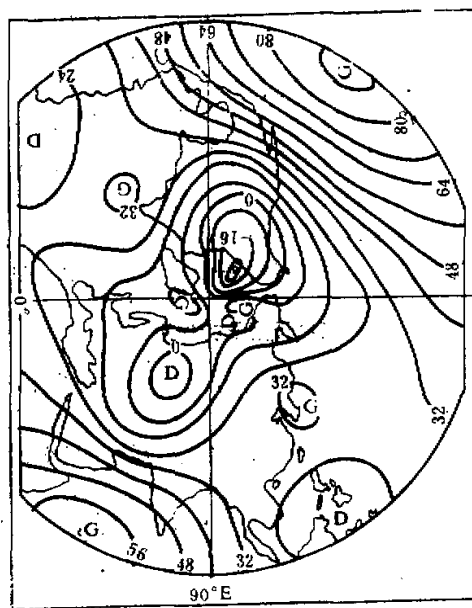


图 3b 300 mb 第 5 天预报场

1. 极地涡旋系统的演变

第一组初始场是近于平直的纬向环流,极区附近有两个低压中心。计算至第3天,高纬地区已发展为经向度较大的偶极型涡旋环流,美洲及亚洲分别有一个低涡。第5天时,涡旋环流几乎扩展到整个北美及亚欧的高纬地区,太平洋及大西洋的北部有两个高压,是比较典型的偶极型环流。见图1b及2b。

第二组初始场,高纬地区主要为4个波,有低压中心,经向度较第一组大。计算至第3天时,其中两个低压环流发展,已可看出向两涡型发展的趋势,至第5天已演变为偶极型环流。(见图3b)。

涡旋环流向南扩展的范围与迭加在基本气流上的波的强度有关^[6]。在本试验中,我们也作了仅迭加四波或两波的环流演变,偶极型环流发展得慢,强度也弱,且仅在高纬地区。而从图3b中可看到,迭加一组波动,偶极型涡旋环流扩展到中纬地区。

为了解偶极型环流发展中,超长波与长波的发展情况,我们比较1—3波合成场及4—6波合成场的演变,从图4b、4c中可以看到,4—6波的振幅变化小,而1—3波合成场变化大。

2. 极地高压的生成和发展

从图1a、1b中可以看出,初始场上极区阿拉斯加以北有一个弱脊,当高纬地区低压环流发展后,第3天在大西洋北部及白令海峡以北有极地高压形成,第5天时,极地高压环流进一步发展。而初始场为纬向气流上仅迭加2波的流型,第5天在两大洋的北部仅有高压脊发展,而未形成切断的极地高压(图略)。

从图1、图2中还可看到,高层的极地高压相对地比较弱,低涡则比较强。在低层,则极地高压比较强。

极地高压的形成、发展动力作用是重要的,而它形成、发展的地区和超长波高压发展的地区基本上是一致的(见图4b、4c)。从4—6波合成图上还可看到,高纬地区有5个长波高压,并没有这么多极地高压发展,但是极地高压中心则在超长波高压和长波高压重合的地区。因而可初步认为,极地高压的形成主要是由于超长波低压发展引起超长波高压发展而造成的,但长波高压对极地高压的强度、中心位置有影响。

3. 一些物理因子的作用

非线性平流作用。图4a为仅考虑平流作用后得到的第5天的计算结果。和图1b比较可以看到,基本流型和大型系统是很接近的。在仅考虑平流作用后,近于纬向的绕极环流向偶极型等涡旋这种经向环流的转变,极地高压的形成均已表现出来。这说明大型环流的转变,非线性平流作用是主要的。

叶笃正、李麦村^[7]指出大气运动的发展过程存在三个阶段:迅速的适应阶段,天气演变阶段,相对持续的准平衡阶段。而大尺度运动的演变阶段的时间尺度为 10^5 秒。我们的试验也反映了这一点。而非线性平流作用显然是演变阶段中最为重要的角色。曾庆存^[7]研究了全球旋转适应过程,指出在一定条件下经向环流向轴对称纬向环流适应主要

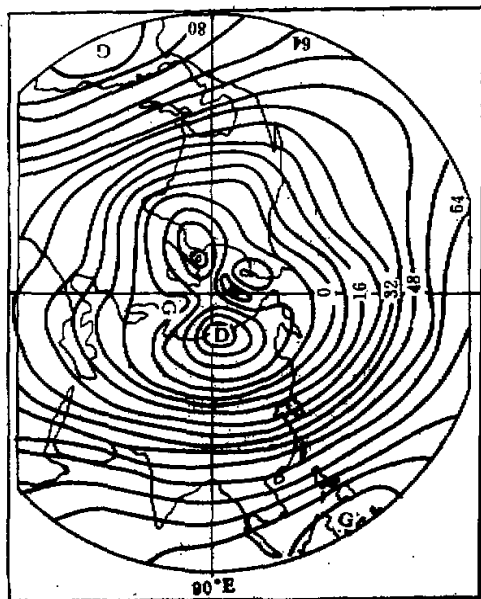


图 4a 300 mb 第一组初始场 5 天预报

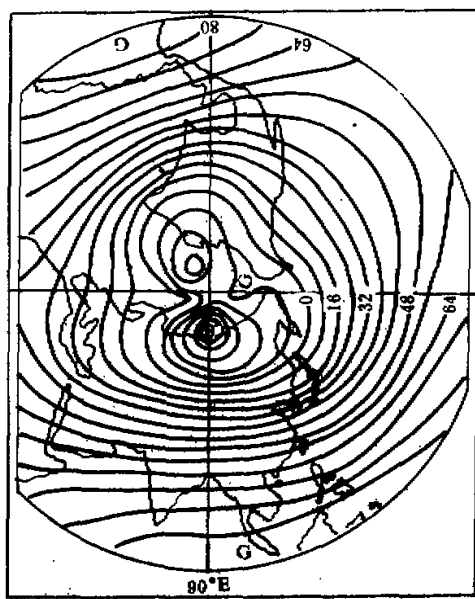


图 4b 1—5 波加纬向环流

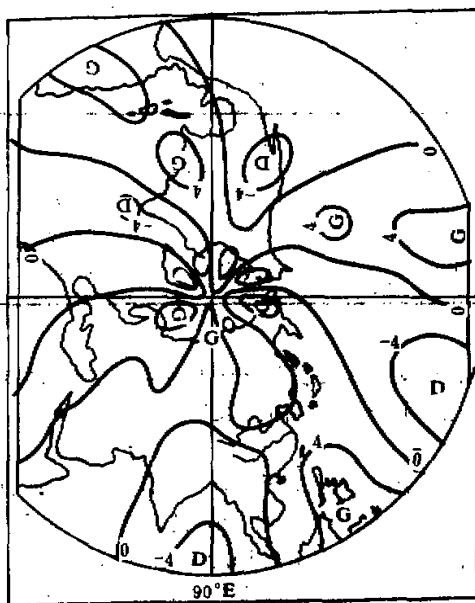


图 4c 4—6 波合成场

通过非线性平流作用来完成的。Tsay 和 Kao^[3] 等用实测资料分析、计算了指数循环过程,得出在最初阶段超长波主要通过非线性平流作用得到能量而增强。

考虑辐射后,第 5 天在中高纬的大陆地区降温约 1°C 左右,在海洋上大部份地区温度近于不变。在 30°N 以南地区温度不降,更南一些地区一般增温 1°C 。这就使南北温差增大 $1-2^{\circ}\text{C}$ (气柱的平均温度)。

湍流交换一般使高、低压强度减弱。我们的试验中看出,它使超长波高、低压系统的减弱更为明显,使高度场的南北梯度减小。

试验中看出辐射、湍流交换作用和平流作用比较,对环流的影响是比较缓慢的。因此,可以设想,当平流作用减弱后,大气运动就表现出相对持续稳定的阶段。

在 [4] 中讨论过 β 项的作用使超长波增强,尤其使一波增强。当平流作用比较强时, β 的这一作用就相对地不那么明显了。在试验中还可看到,有 β 项后,使低压系统向东南伸展,配合非线性平流作用,在某些地区高纬有高压系统发展,低纬亦为高压环流,在它们之间为低压,而初始场为北低南高形势,这种变化反映了经圈环流圈的增多。

4. 极区低涡与副高

极区低涡的发展和低纬超长波高压(相当于副高)的活动可能有较密切的关系。从图 1a、1b 中可以看到这种超长波系统是成对存在的,即高纬地区有一个超长波低压,其南面低纬度地区相应有一个超长波高压。而长波低压其南面就不一定有一个副高中心相对应。在试验中还可看到,平流作用使极区低涡和副高向同一经度附近靠近。表 1 是极区两个低压(记为 D_1 、 D_2) 及低纬两个高压(记为 G_1 、 G_2) 中心位置(经度)的变化。从表中可以看到这一趋势。

表 1

	D_1	G_1	D_2	G_2
0 天	80°E	140°E	85°W	65°W
3 天	85°E	125°E	75°W	65°W
5 天	90°E	120°E	65°W	65°W

这也反映了高纬环流和低纬环流之间的一种联系,而这种联系超长波反映得比较明显。因此,极地涡漩的发展可能是使副高位置发生变化的一个重要原因。此问题值得进一步分析。

本试验中还存在一些问题,一般在 7 天以后还有不稳定现象。这是一种非线性不稳定,缩小时间步长是不起什么作用的,而初始场不同也只能使不稳定发生的时间有较大的差别。此外,虽然考虑了海陆的一些差异,但由于模式层次的限制,近地面温度只能用 T_2 间接表示,这就较严重地影响了海陆差异的考虑。凝结、蒸发未考虑,非地转作用还未很好引起。对中期过程作更深入的研究,还需在这些方面作更多的工作。

参 考 文 献

- [1] 巢纪平, 许有丰, 两层线性模式里长期天气过程的一些计算, 动力气象学论文集, 科学出版社, 1961.
- [2] 朱抱真, 王宗皓, 赵明哲, 考虑辐射和运动相互调整的一个长期预报模式, 同上.
- [3] Tsay, c-y and Kao, s-k, Linear and Nonlinear contributions to the growth and decay of the large-scale atmospheric waves and jet streams, *Tellus*, 30, 1-14, 1978.
- [4] 许有丰, 张学洪, 偶极型涡旋形成的数值试验, 《北方灾害性天气文集》, 气象出版社(即将出版).
- [5] Кибель, И. А. 《短期天气预报的流体力学方法引论》(第十二章), 科学出版社, 1959.
- [6] 叶笃正, 李麦村, 大气各类运动的多时间尺度特性 《第二次全国数值天气预报会议论文集》, 科学出版社, 1980.
- [7] 曾庆存, 旋转大气运动的非线性相互作用和旋转适应过程, 《中国科学》, 1979年第10期.

COMPUTATION AND EXPERIMENT OF MEDIUM-RANGE WEATHER PROCESS WITH A TWO-LAYER QUASI-GEOSTROPHIC MODEL

Xu You-feng Zhang Xue-hong Zhang Bao-yan

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

Using a two-layer quasi-geostrophic model with the potential height ϕ at any specific time expressed as Fourier series, the nonlinear ordinary differential equations are obtained. The evolution of medium-range weather process is investigated. Some effects of the sea-land contrast and the nonlinear interaction between different wave components are considered.

It is shown that the zonal circulation is transformed into meridional circulation and the polar anticyclones are created. The transformation of the large-scale circulation is mainly due to the development of ultra-long waves. Some effects of dynamical and thermodynamical factors are also discussed.