

气象要素场水平分布的统计预报方法(一)

——长江中下游地区降水分布的预报

周家斌

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文提出一个应用不规则格点上的车贝雪夫多项式预报长江中下游地区降水分布的统计预报方法。这一方法可以定量地报出降水分布,是对目前常用的单站预报方法的一个改进。

一、引 言

长期旱涝预报对工农业生产和国防建设事业具有重要意义。影响旱涝的一个主要因子是降水量,因而降水的长期预报就成为气象预报的重要内容。目前的长期降水预报,大多限于单站预报(某区域代表站的预报本质上仍属单站预报),而实际业务单位需要的却是降水分布预报,例如本文所要讨论的长江中下游地区降水分布就是如此。由于降水水平分布的复杂性,因此不仅单站预报无法解决对降水分布的预报,而且代表站预报也往往不能达到预报降水分布的目的。目前,降水分布的预报有时采用分型方法,就是先报出雨型,再以该型的典型分布作为该年的预报。这种方法基本上仍属定性预报,满足不了实际部门的需要。因而,有必要研究一种降水分布预报的定量方法。

目前,统计预报方法中普遍存在的一个问题是:许多统计关系在用历史资料建立时拟合效果很好,但当用于预报时这种关系往往不能保持。我们认为,造成这种现象的一个原因是预报因子和预报量代表性不好。许多统计关系都建立在单点资料的基础上,而单站资料容易受局地因素和资料质量的影响,缺乏代表性。若改用面上的资料则就比较稳定。因此,无论是预报因子还是预报量,都以使用面上的资料为好。

面上的资料难以逐点使用,也不应该逐点使用,因为逐点使用无法考虑相邻各点间的物理联系。因此,最好采用表示水平分布的特征量代表面上的特点。为此,常应用正交展开的方法,提取面上资料的主要信息。三角函数、球函数可以用于这种展开,但三角函数展开必须在规则区域的等距格点上,而球函数只能用于球面资料。可是,降水资料都是在不规则的测站上的,因此最好使用可用于不规则格点的正交函数。在文献[1]中,我们将车贝雪夫(Чебышев)多项式推广到不规则格点上,并指出此种多项式可以用于气象要素分布的预报。在本文中,我们给出制作降水分布预报的具体方法。由于车贝雪夫多项式不随时间变化,因而用它来做降水分布预报是适宜的。

二、降水分布的展开

图 1 给出长江中下游地区 6 月降水量的多年平均分布。图中圆点为测站, 我们要预报的是这些测站上的降水分布。为此, 需要在所选测站上将降水分布用车贝雪夫多项式展开。

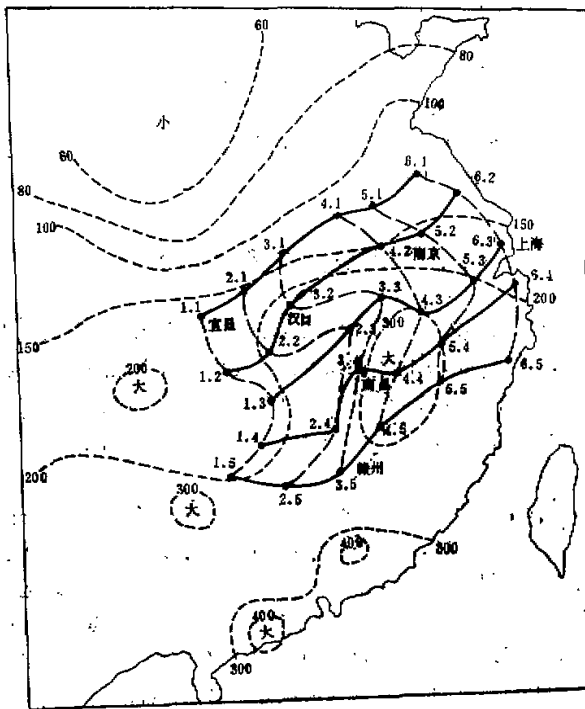


图 1 长江中下游地区 6 月降水量的多年平均分布及格点与序号的关系
圆点为测站, 1.1, 2.1, ..., 6.5 为格点序号

我们在文献 [1] 中已经指出, 只要将平面上的不规则格点编以二维序号 1.1, 2.1, ... 等等, 并取此序号为自变量, 则我们就可以在不规则格点上用车贝雪夫多项式将气象要素的分布展开。图中格点序号是根据降水分布的特点确定的。我们可以看到, 其中第二个序号相同的点的连线(即实线)大致与降水量等值线(短虚线)平行。这样选择格点, 可以减少展开所需要的项数, 从而提高收敛速度与展开式系数的代表性。因此, 在对降水场进行展开时, 必须精心选择格点序号的分布。只有这样, 才能充分发挥不规则格点上车贝雪夫多项式的优越性, 减少拟合误差, 提高预报效果。

我们对月降水量分布进行了展开^[2], 展开所用的公式是:

$$\tilde{R}_{ij} = \sum_{k=0}^{K_0} \sum_{j=0}^{K_0} A_{kj}(R) \varphi_k(i) \psi_j(j) \quad (i = 1, 2, \dots, I_0; j = 1, 2, \dots, I_0) \quad (1)$$

其中

$$A_{ks}(R) = \sum_{i=1}^{I_0} \sum_{j=1}^{J_0} R_{ij} \varphi_k(i) \psi_s(j) \quad (k=0, 1, 2, \dots, K_0; S=0, 1, 2, \dots, S_0) \quad (2)$$

上列公式中 i, j 为测站序号, $I_0=6, J_0=5$ (即共有 30 个测站). $\bar{R}_{ij}$ 与 R_{ij} 分别为测站 (i, j) 降水量的拟合值与实测值. $\varphi_k(i) \psi_s(j)$ 为正规化车贝雪夫多项式, k, s 为其阶, $A_{ks}(R)$ 为展开式系数, K_0, S_0 为展开时所取截止阶数. (1) 式的均方根误差为

$$\sigma_{K_0 S_0} = \sqrt{\frac{1}{I_0 J_0 - 1} \left\{ \sum_{i=1}^{I_0} \sum_{j=1}^{J_0} R_{ij}^2 - \sum_{k=0}^{K_0} \sum_{s=0}^{S_0} A_{ks}^2(R) \right\}} \quad (3)$$

根据统计^[2], 在夏季, 即 6—8 月, 要达到 50 毫米的准确度, 所需 A_{ks} 的个数为总格点数的 30—40%. 由此可见, 只要取一部分系数, 就可一定程度上逼近原来的 R_{ij} . 由于目前长期预报只需报出降水分布的趋势, 这种项数尚可取得更少. 这样, 我们就把预报降水分布的问题化为预报其展开式系数 $A_{ks}(R)$ 的问题了.

三、降水展开式系数的预报

长江中下游的降水与北太平洋海水温度有很好的关系^[3]. 所以我们采用海温作为预报降水分布的因子. 单点的海温代表性较差, 因此仍以取海温的平面分布作预报因子为好. 我们将海温资料用车贝雪夫多项式展开, 取其展开式系数代表海温分布的总体特征. 展开海温的公式及相应的误差公式与 (1)—(3) 式类似, 只要将其中降水量 R 换成海温 SST 即可.

文献 [4] 中, 我们曾在四种不规则格点分布情况下对海温进行了展开, 并分别称这四种格点分布为第一、二、三、四区. 第一区代表西北太平洋地区, 第二区代表包括赤道地区在内的东北太平洋地区, 第三区代表黑潮地区, 第四区代表北太平洋地区. 根据我们展开的结果, 在上述四种格点分布的情况下, 为了达到 0.3 度的准确度, 所需展开式系数的个数分别为 28, 63, 14, 42. 上述个数分别占其格点总数的 21%, 30%, 22%, 31%. 现在我们不是求海温场的逼近, 而是选择代表海温分布总体特征的展开式系数作为因子. 因此我们在上述四种格点分布情况下一律取前 15 个系数 ($K_0=2, S_0=4$) 为可能因子. 为了表示整个冬半年海温场的历史演变过程, 我们选用从前一年 9 月至当年 2 月共 6 个月的海温资料. 因此共有 90 个可能因子. 利用这些可能因子, 用逐步回归方法进行筛选, 建立降水展开式系数的预报方程. 展开式系数取 9 个 ($K_0=S_0=2$), 因此对某一种海温格点分布, 某月降水量分布的展开式系数共需九个预报方程. 预报对象取为 6 月、7 月、8 月降水量, 因此四种格点分布情况下共有 108 个预报方程. 作为例子, 下面给出预报 6 月降水量 A_0 的方程.

$$\begin{aligned} A_0(R) = & 199.9 + 4.342A_{00}(10) - 11.19A_{00}(11) + 21.67A_{00}(11) \\ & - 4.271A_{00}(12) - 6.418A_{00}(12) - 23.85A_{00}(1) \\ & - 4.376A_{00}(2) + 25.88A_{00}(2), \end{aligned} \quad (4)$$

上式右端中 A_{ks} 表示第四区格点分布情况下海温场的展开式系数, 括号内数字为月份, 即前一年 10 月至当年 2 月 (9 月的 15 个因子全被选掉了).

此方程的拟合结果见图 2。图中实线为用实际资料计算的结果, 虚线为用 (4) 式拟合的结果。我们看到, 拟合结果是很好的。

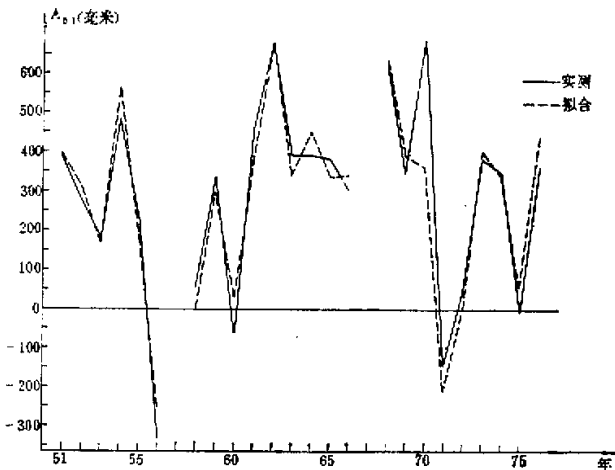


图 2 6 月降水量 A_6 拟合结果

四、降水分布的计算

用逐步回归方法求出降水分布的展开式系数 $A_k(R)$ 后, 就可以用 (1) 式求降水分布了。我们用这一方法对 1951—1976 年中 24 年 (1957、1967 年除外) 的 6、7、8 月降水分布进行了计算, 并求出了每张降水分布图的拟合误差分布和均方根误差。

表 1 长江中下游地区降水分布拟合均方根误差 (单位: 毫米)

年 \ 月	6	7	8	年 \ 月	6	7	8
1951	51.8	92.7	36.6	1965	37.3	63.5	77.8
1952	61.1	62.0	53.8	1966	57.7	58.3	22.6
1953	67.4	54.2	47.1	1968	66.4	90.8	34.8
1954	116.4	111.0	46.9	1969	67.4	90.9	86.7
1955	113.7	36.7	47.9	1970	57.3	52.1	47.1
1956	87.1	44.8	54.7	1971	71.9	39.4	38.3
1958	47.5	46.2	57.7	1972	49.7	62.3	66.7
1959	83.8	39.6	38.0	1973	100.8	39.9	65.0
1960	48.7	50.6	104.8	1974	66.9	76.0	70.4
1961	58.4	39.9	53.5	1975	55.2	50.1	69.9
1962	89.3	60.4	66.9	1976	61.4	69.2	39.0
1963	44.1	51.4	63.2	平均	68.3	59.3	55.8
1964	77.2	41.5	49.6				

表 1 给出逐年 6、7、8 月降水分布拟合均方根误差的统计结果。均方根误差的计算

公式为

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^5 \Delta R_{ij}^2}{29}} \quad (5)$$

式中 ΔR_{ij} 的格点 (i, j) 处降水量的拟合误差。如表所指出, 6、7、8 月的平均均方根误差分别为 68.3、59.3、55.8 毫米。但这些数字尚不能给人以拟合效果的明确的直观的概念。因此我们再举出三个拟合的例子, 用来说明本方法的效果。

例一 1965 年 6 月的拟合结果

图 3 给出 1965 年 6 月降水分布的拟合图和实况图。比较图 3a 与 3b 可知, 两张图的基本分布特点非常相似。拟合图不仅正确表达了预报区东南部的多雨区和长江以北的少雨区, 而且把常德附近的多雨中心也算出来了。从拟合误差分布图(图略)可以看到, 30 个测站中除了 5 个测站以外, 其他测站的误差都不超过 50 毫米。

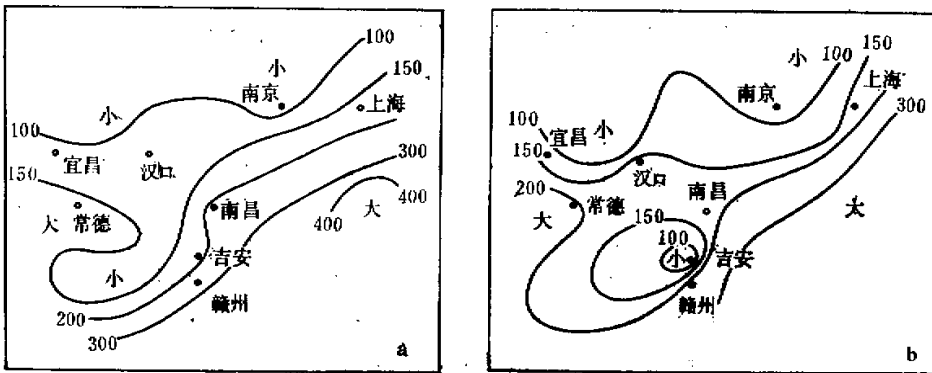


图 3 1965 年 6 月长江中下游地区降水分布计算结果
(a) 拟合图 (b) 实况图(下同)

例二 1954 年 6 月的拟合结果

图 4 给出 1954 年 6 月降水分布的计算结果。1954 年 6 月长江中下游地区降水特别多, 比较 4a 与 4b 我们可以看到, 对于这样异常的洪涝, 拟合图成功地表示出来了。图 4a 的误差, 比起图 3a 来, 绝对值要大一些, 但从降水分布的总趋势及降水特多的基本特征来说, 拟合是正确的。只有岳阳的误差大了一些, 但该站仍处于多雨区, 且其降水拟合值 463 毫米高于多年平均值 226 毫米一倍以上。从 400 毫米以上降水的范围来看, 拟合是相当好的。

例三 1958 年 6 月的拟合结果

图 5 给出 1958 年 6 月降水分布的计算结果。1958 年 6 月长江中下游地区大旱, 降

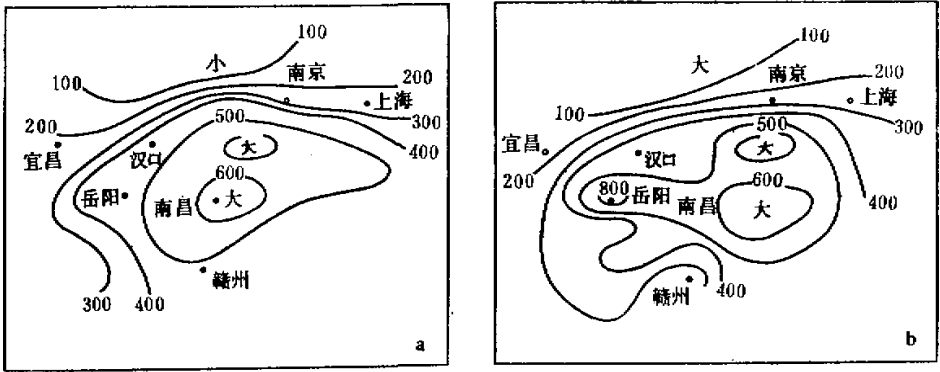


图 4 1954 年 6 月长江中下游地区降水分布计算结果

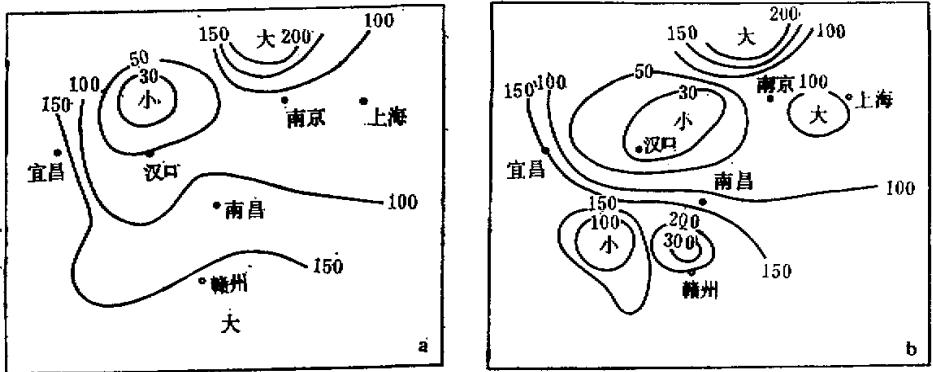


图 5 1958 年 6 月长江中下游地区降水分布计算结果

水极少。比较图 5a 与 5b, 我们看到, 对于这样异常的干旱, 拟合结果也非常好, 特别是 100 毫米以下的降水极少区, 拟合与实况相当接近。

由此可见, 尽管个别测站上的降水绝对数值可以有较大的误差, 但是降水分布的总体特征可以很好地拟合出来。从表 1 可以知道, 1954 年 6 月的均方根误差为 116.4 毫米, 是 24 年中最大的。即使如此, 该年的降水分布拟合图仍与实况相当符合。其他误差较小的年份, 拟合效果当然应该更好。从 1954 年 6 月与 1958 年 6 月的拟合结果来看, 这一方法还可以算出特旱特涝这种极端情况。

五、讨 论

(1) 目前的长期预报, 主要要求报对趋势, 对降水分布来说, 只要报对多雨区与少雨区的大致位置就可以了。因此, 我们不必过分要求拟合降水分布的细节。也就是说, 只要报出少数系数就行。正因为这样, 车贝雪夫多项式用于降水分布的预报, 应该说是比较合

适的。而且,从对特旱与特涝年的拟合结果来看,这种方法是有前途的。

(2) 前已指出,统计关系不稳定的原因之一是单点资料代表性差,降水资料更是如此。本文采用海温分布作为预报因子,降水分布作为预报量,这就提高了预报因子和预报量的代表性,从而使统计关系趋于稳定。

(3) 统计关系不稳定的另一个原因,就是有些预报方案所选因子缺乏物理意义。我们所选的预报因子是海温,这个因子已为大量研究工作所确认,也为许多预报实践所证实,应该说是具有较强物理基础的。我们在使用海温资料时,不是取个别月份个别点的值,而是考虑从前一年9月至当年2月整个冬半年海温场分布的历史演变,这也是符合天气预报实践经验的。

致谢 在本文写作过程中,作者与中国科学院计算中心张建中同志曾进行过有益的讨论,谨此致谢。

参 考 文 献

- [1] 周家斌,不规则格点上的辛贝雪夫多项式展开问题,科学通报, 26, 548—550, 1981.
- [2] 周家斌,资料压缩传输与存储的一个途径(尚未发表).
- [3] 长期天气预报组,冬季太平洋海水温度异常对我国汛期降水的影响,中国科学院大气物理所集刊,第6号, 1—12, 科学出版社, 1978.
- [4] 周家斌,用北太平洋海水温度的空间分布特征预报长江中下游降水,中国科学院大气物理研究所集刊,科学出版社(即将出版).

STATISTICAL FORECASTING OF THE HORIZONTAL DISTRIBUTION OF METEOROLOGICAL ELEMENTS (1)

—Forecast of the Distribution of Precipitation over Middle and Lower Reaches of the Changjiang River

Zhou Jia-bin

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

Previous investigations on the application of Chebyshev polynomials in meteorology deal with only the expansion in equidistant grids. By introducing a nonlinear transformation, Chebyshev polynomials are generalized into irregular grids by the author. This transformation is accomplished by replacing the independent variables with their ordinal numbers.

Thirty observational stations over middle and lower reaches of the Changjiang (Yangtze) River are selected. Two dimensional ordinal numbers (ξ_1, ξ_2) are assigned to each station (see Fig. 1 in the text). The distribution of monthly rainfall are expanded by using the expression,

$$\bar{R}_{ij} = \sum_{k=0}^{K_0} \sum_{s=0}^{S_0} A_{ks}(R) \varphi_k(i) \psi_s(j) \quad (1)$$

where $\bar{R}_{ij}$ denotes the monthly rainfall at the station (i, j) . (i, j) are the 2-dimensional ordinal of the station, $\varphi_k(i)$ $\psi_s(j)$ normalized Chebyshev polynomials, k and s the orders of the polynomials, $A_{ks}(R)$ the expansion coefficients, and K_0 and S_0 the truncation orders of expression (1).

The distribution of monthly mean sea surface temperature (SST) is expanded in terms of Chebyshev polynomials to extract its main characteristics. By using expansion coefficients of SST as predictors and that of precipitation as predictands, a series of prediction Eqs. for coefficients $A_{ks}(R)$ are established (e.g. expression (4) in the text). The forecast of $\bar{R}_{ij}$ can then be evaluated from expression (1).

The obtained results indicate that the distribution of precipitation may be fitted reasonably with the method proposed in this paper. For instance, the flood in June, 1954 and drought in June, 1958 over middle and lower reaches of the Changjiang River are fitted satisfactorily. The fittings (Fig. 4(a) and 5(a)) are quite close to the observations (Fig. 4(b) and 5(b)).

Finally, it is worth to point out that Chebyshev polynomials do not vary with time and they are suitable for predicting horizontal distribution of meteorological elements.