

气象场的几种中尺度分离算子 及其比较

夏大庆 郑良杰 董双林 宋 丽

(总参谋部气象研究所)

提 要

本文根据选择滤波原理,设计了几种高通滤波器。连同求滑动距平的方法一起,通过理论分析和个例计算,比较了它们的中尺度分离功能。结果表明,我们设计的选择滤波算子(2.5)式的中尺度分离功能最佳。

一、引 言

在研究中尺度强对流性天气时,首先遇到的问题是,如何从观测的、包含各种时、空尺度波动的气象场中,将中尺度系统分离出来。目前用得较多的方法是,求气象场的时间序列、空间分布的滑动距平。这种方法的出发点是,认为气象场的中尺度变化是对大尺度变化的一种扰动(或偏离)。

另外,我们知道,Shuman^[1]曾经设计出具有选择滤波功能的算子。在对预报方程进行时间积分的过程中,用这样的算子可以有选择地滤去短波分量。后来,Shapiro^[2]进一步完善了这一工作,提出了设计选择性良好的低通滤波器的一般方法。他们的工作,目的在于抑制高频波分量虚假的非线性增长,改善大尺度预报场,因而要求低通滤波器在消去最短的可分辨波分量,即2倍格距波的同时,尽量保留所有较长波分量的振幅。与他们的要求相反,在对气象场进行中尺度分离时,我们希望的是不被歪曲,或尽量少受歪曲地分离得中尺度波段的所有波分量。为此目的,我们设计了几种高通滤波器。连同求滑动距平的方法一起,在一维情况下,比较了它们的响应曲线;在二维情况下,比较了它们对同一理想场进行中尺度分离后的均方根误差;最后,比较了它们对同一个例进行中尺度分离的结果。理论分析和个例计算结果都表明,选择滤波算子(2.5)式的中尺度分离功能最佳。

二、算子 的设计

1. 选择滤波

我们可以将气象场的时间序列、空间分布看作是各种(时间、空间)波长的波分量叠加

的结果。

设 f 为某一气象要素, 一维情况下, 在数轴上定义

$$\bar{f}_i = (1-s)f_i + \frac{s}{2}(f_{i+1} + f_{i-1}) \quad (2.1)$$

其中, f_i 为 f 在 i 点的值, s 为滤波系数, 由所滤波长计算其值。这样定义的算子, 对计算点来说是对称的。它既不改变波数, 也不改变位相, 只改变波分量的振幅。

先后令 $s = s_1, s = s_2$, 两次使用(2.1), 使得

$$\begin{aligned} \bar{f}_i = & \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1s_2}{2} \right] f_i + \frac{1}{2} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)](f_{i+1} + f_{i-1}) \\ & + \frac{s_1s_2}{4}(f_{i+2} + f_{i-2}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

它可从数轴上一次滤去两个短波分量。

Shapiro 曾经证明, 采用对各较长波分量(即长于所滤波长的各波分量)的振幅有不同程度恢复作用的选择滤波算子, 可以使这部分波动尽量少受削弱。比如, (2.2) 式中令 $s_1 = -s_2 = s$, 使得

$$\bar{f}_i = \left(1 - \frac{3s^2}{2}\right)f_i + s^2(f_{i+1} + f_{i-1}) - \frac{s^2}{4}(f_{i+2} + f_{i-2}) \quad (2.3)$$

该算子可从数轴上一次滤去一个短波分量, 并对较长波分量的振幅有恢复作用。

从滤波前的气象场中减去滤波后的气象场, 即得气象场的短波部分。这就是高通滤波器。

对于二维情况, 假定 x 方向取两个滤波系数 s_1 和 s_2 , y 方向取两个滤波系数 s_3 和 s_4 , 分别使用(2.2)式, 得到(格点标号如图 1)

$$\begin{aligned} \bar{f}_0 = & \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1s_2}{2} \right] \left[(1-s_3)(1-s_4) + \frac{s_3s_4}{2} \right] f_0 \\ & + \frac{1}{2} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)] \left[(1-s_3)(1-s_4) + \frac{s_3s_4}{2} \right] (f_1 + f_3) \\ & + \frac{1}{2} \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1s_2}{2} \right] [s_3(1-s_4) + s_4(1-s_3)] (f_2 + f_4) \\ & + \frac{1}{4} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)] [s_3(1-s_4) + s_4(1-s_3)] \sum_{i=5}^8 f_i \\ & + \frac{s_1s_2}{4} \left[(1-s_3)(1-s_4) + \frac{s_3s_4}{2} \right] (f_9 + f_{11}) \\ & + \frac{s_3s_4}{4} \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1s_2}{2} \right] (f_{10} + f_{12}) \\ & + \frac{s_1s_2}{8} [s_3(1-s_4) + s_4(1-s_3)] (f_{13} + f_{16} + f_{17} + f_{20}) \\ & + \frac{s_3s_4}{8} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)] (f_{14} + f_{15} + f_{18} + f_{19}) \\ & + \frac{s_1s_2s_3s_4}{16} \sum_{i=21}^{24} f_i \end{aligned} \quad (2.4)$$

使用该算子,一次可在 x 和 y 方向各滤去两个短波分量。

我们可以根据需要,对(2.4)式作各种简化。这里仅给出两个将要在后面进行分析比较的算子:

1) 通常,可使算子在 x 和 y 方向的滤波特性相同。令 $s_3 = s_1, s_4 = s_2$, 则

$$\begin{aligned} \bar{f}_0 = & \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1 s_2}{2} \right]^2 f_0 \\ & + \frac{1}{2} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)] \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1 s_2}{2} \right] \sum_{i=1}^4 f_i \\ & + \frac{1}{4} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)]^2 \sum_{i=5}^8 f_i \\ & + \frac{s_1 s_2}{4} \left[(1-s_1)(1-s_2) + \frac{s_1 s_2}{2} \right] \sum_{i=9}^{12} f_i \\ & + \frac{s_1 s_2}{8} [s_1(1-s_2) + s_2(1-s_1)] \sum_{i=13}^{20} f_i + \left(\frac{s_1 s_2}{4} \right)^2 \sum_{i=21}^{24} f_i \end{aligned} \quad (2.5)$$

该算子可从二维场中一次滤去两个短波分量。

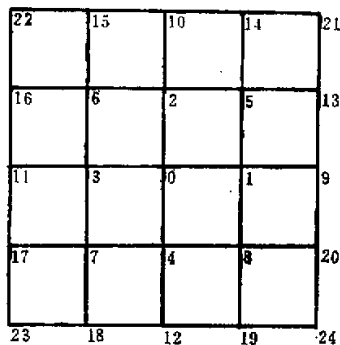


图1 格点标号

2) 令 $s_1 = -s_2 = s_3 = -s_4 = s$, 使得

$$\begin{aligned} \bar{f}_0 = & \left(1 - \frac{3s^2}{2} \right)^2 f_0 + s^2 \left(1 - \frac{3s^2}{2} \right) \sum_{i=1}^4 f_i + s^4 \sum_{i=5}^8 f_i \\ & + \frac{s^2}{4} \left(1 - \frac{3s^2}{2} \right) \sum_{i=9}^{12} f_i - \frac{s^4}{4} \sum_{i=13}^{20} f_i + \frac{s^4}{16} \sum_{i=21}^{24} f_i \end{aligned} \quad (2.6)$$

该算子可从二维场中一次滤去一个短波分量,并对较长波分量的振幅有恢复作用。

2. 滑动距平

它是通过求计算点与以计算点为中心,一定时、空范围内各离散点的平均值(即滑动平均值)之间的差值,来显示气象场的中尺度分布的。这是目前常用的中尺度分离方法。

一维 5 点滑动平均算子为

$$\bar{f}_i = \frac{1}{5} (f_{i-2} + f_{i-1} + f_i + f_{i+1} + f_{i+2}) \quad (2.7)$$

二维 25 点滑动平均算子为

$$\bar{f}_0 = \frac{1}{25} \sum_{i=0}^{24} f_i \quad (2.8)$$

三、算子的比较

我们将在一维情况下,讨论各算子的响应曲线;在二维情况下,分析各算子在有限区域上对理想场和个例进行中尺度分离的结果,比较它们的中尺度分离功能。

1. 响应函数

在一维情况下,设要素 f 在数轴上 i 点的值可以表示为

$$f_i = C + A \cos k(x_i - \varphi) \quad (3.1)$$

式中, $x_i = i\Delta x$, Δx 为格距, i 为整数, C 为常数, A 为振幅, k 为波数, φ 为位相。定义响应函数 ρ 为滤波后与未滤波的波分量振幅之比。于是,经(2.1)式作用后,响应函数为

$$\rho = 1 - 2s \sin^2 \frac{k\Delta x}{2} \quad (3.2)$$

利用选择滤波算子,逐次滤去 M 个指定的短波分量后,响应函数为

$$\rho = \prod_{m=1}^M \rho_m \quad (3.3)$$

如用选择滤波算子依次滤去 2—5 倍格距波,则

$$\rho_A = \prod_{m=1}^4 \left(1 - 2s_m \sin^2 \frac{k\Delta x}{2} \right) \quad (3.4)$$

如用兼含恢复作用的选择滤波算子依次滤去 2—5 倍格距波,则

$$\rho_B = \prod_{m=1}^4 \left(1 - 4s_m^2 \sin^2 \frac{k\Delta x}{2} \right) \quad (3.5)$$

其中, $s_1 = \frac{1}{2}$, $s_2 = \frac{2}{3}$, $s_3 = 1$, $s_4 = 1.4472148$ 。

对于 5 点滑动平均算子

$$\rho_c = \frac{1}{5} (1 + 2 \cos k\Delta x + 2 \cos 2k\Delta x) \quad (3.6)$$

图 2 给出与(3.4), (3.5)和(3.6)式对应的 $(1 - \rho)$ 曲线。可以看出, $(1 - \rho_A)$ 在 2—5 倍格距波段上变化很小,不象 $(1 - \rho_c)$,尤其不象 $(1 - \rho_B)$ 那样激烈振荡。因此,经选择滤波算子分离得的这部分中尺度波动几乎没有被歪曲。在长于 5 倍格距的波段上, $(1 - \rho_A)$ 随波长衰减较慢。从“选择性”看,是差一些。然而对于有限区间上的中尺度分离来

说,这一点似乎并不十分重要。这是因为,我们只需两次使用算子(2.2)式,就可以逼真地得到几乎全部 2—5 倍格距波,以及同属于中尺度波段的 6—8 倍格距波的大部分(在我们的计算中,空间格距取为 40 公里),并大大减小了边点的影响。

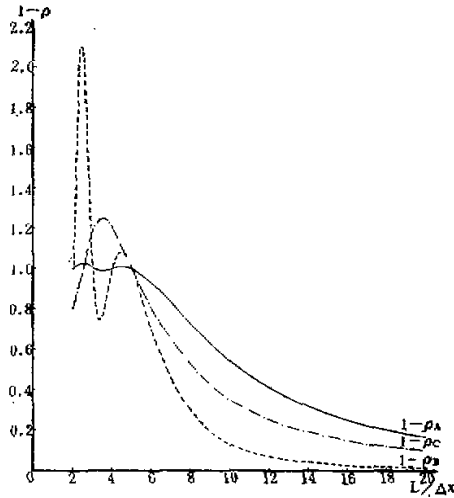


图2 $(1 - \rho)$ 曲线

2. 计算结果的分析比较

下面分析比较二维滤波算子(2.5)、(2.6)和(2.8)式的中尺度分离功能。

我们先在具有急流的大尺度西南气流

$$f_1 = 150 \lg^{-1}[0.2(I + J - 20)] + 100$$

上,叠加一中低压

$$f_2 = -150 \exp\{-1.2[(I - 9)^2 + (J - 6)^2]\}$$

和一中高压

$$f_3 = 150 \exp\{-1.2[(I - 7)^2 + (J - 7)^2]\}$$

构成理想场(I, J 为格点坐标)。分别用这三个算子进行中尺度分离*,并计算各自的均方根误差。结果表明,在中尺度系统所在的地区,以(2.5)式的均方根误差最小,为 9.439; (2.8)式次之,为 9.954; (2.6)式最大,达 13.647。这也说明,不含恢复作用的选择滤波算子(2.5)式的中尺度分离功能最佳;而兼含恢复作用的算子(2.6)式,其中尺度分离功能反而最差。

接着,我们又用这三个算子分别对 1980 年 5 月 24 日 19 时 1000, 850, 700, 500, 300 和 100 毫巴的风、温度、相当位温、位势高度等要素场进行中尺度分离,并比较它们的结果。

*从二维场中滤去 2—5 倍格距波,需 2 次使用(2.5)式,或 4 次使用(2.6)式。

1980年5月24日前后,在江淮流域发生一次暴雨过程。24日15时,在高空西风槽前,西太平洋副热带高压西北侧,地面中间尺度低压倒槽北部的辐合线上,生成一中尺度低压,其西侧为一中尺度高压,该中低压于19时经江苏盱眙向东北方向移动,22时在射阳减弱消失。伴随的中高压也同时消失。受这个中尺度系统的影响,16—22时,在安徽五河-江苏泗阳-燕尾港一线产生较强的对流性降水。五河18—20时3小时降雨量达46.4毫米。图3给出24日19时1000毫巴位势高度和流场。暴雨中心出现在中低压与中高压之间的地区,偏于中高压一侧。

图4给出算子(2.5)和(2.6)式分别对流场进行中尺度分离的结果(因中尺度系统常常在近地面反映最清楚,我们仅给出流场在1000毫巴上的分布)。可以看出,(2.6)式的分离结果(图4c)十分零乱。由前面对响应函数的讨论可知,这是由于短波波段上激烈振荡产生虚假系统所造成的。反复使用(2.6)式,边界影响深入区域内部,也是分离结果很差的一个原因。其大尺度*背景流场中(图4d),混杂着一些中、小尺度波动,分析不出中间尺度辐合线。相比之下,算子(2.5)式不仅清晰地分离出五河附近的暴雨中尺度系统,而且在大尺度背景流场中,中间尺度辐合线也很规则,从直观上看不出残留有中、小尺度波动。25点滑动平均算子(2.8)式的分离结果(图略)优于(2.6)式,但不及(2.5)式。

用三个算子分离出的中尺度和大尺度速度场分别计算涡度、散度和垂直运动,比较它们的计算结果(图略)发现,在1000毫巴面上,五河附近的中低压和中高压,在涡度场上分别有一正、负涡度中心与之对应,在散度场上分别有一辐合、辐散中心与

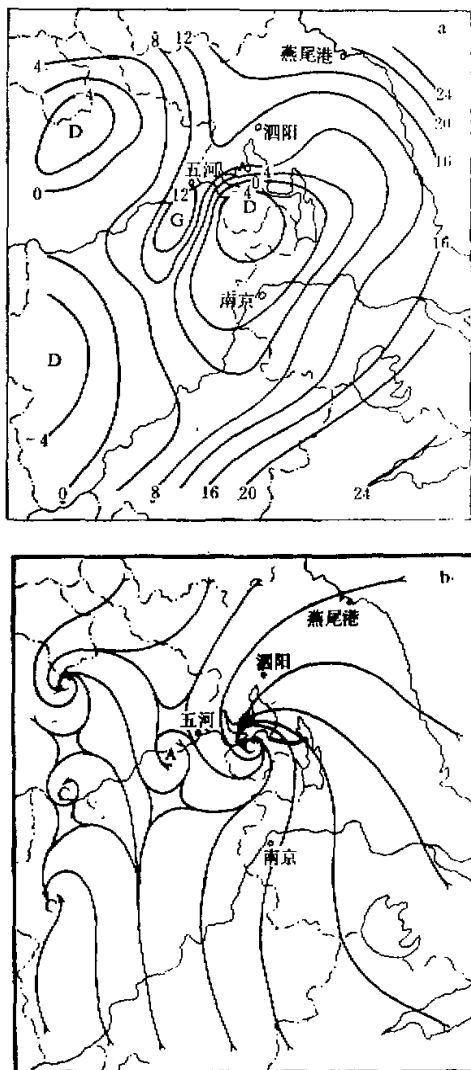


图3 1980年5月24日19时1000毫巴
位势高度(a)和流线(b)

* 系指空间尺度大于中尺度者。下同。

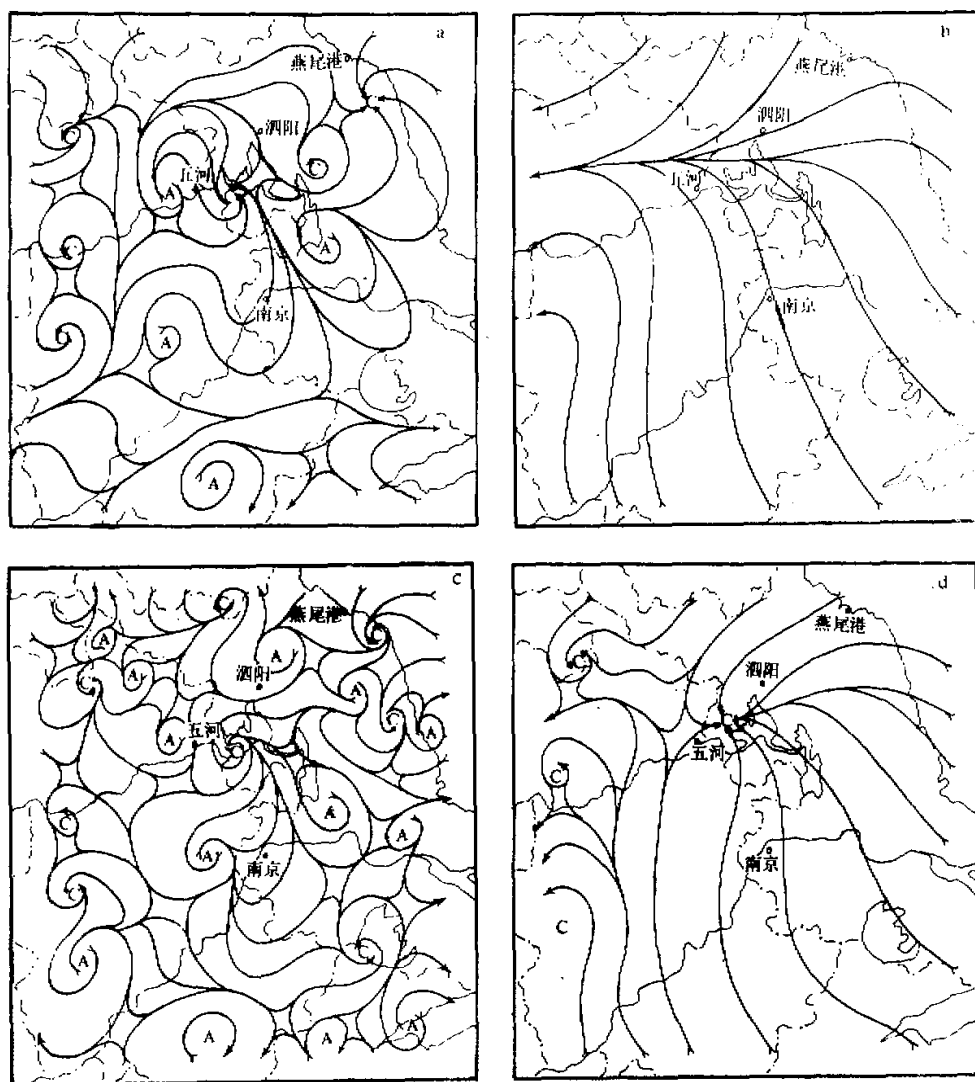


图4 中尺度分离后的1000毫巴流场

算子(2.5): (a) 中尺度分布, (b) 大尺度分布; 算子(2.6): (c) 中尺度分布, (d) 大尺度分布。

之对应。它们的量级均为 10^{-4} 秒 $^{-1}$, 即比大尺度涡度大一个量级, 且中尺度散度与中尺度涡度同量级, 显示出中尺度系统中, 垂直涡度和水平散度的动力学特征。但是, 与算子(2.6)和(2.8)式不同的是, 与算子(2.5)式对应的涡度、散度大尺度分布中, 直观上都看不出混有中、小尺度波动。因此, 仍以(2.5)式的中尺度分离结果最好。

下面进一步讨论算子(2.5)式分离出的中尺度系统的热力结构和垂直环流。为此, 我

们绘制了中尺度分离前后,通过暴雨中心的相当位温 θ_e 、垂直环流、涡度和散度的东-西剖面(图略)。

从 θ_e 剖面图上可以看出,五河附近的暴雨中尺度系统是在低层大范围层结不稳定的环境中发生、发展起来的。650 毫巴以下, $\bar{\theta}$ 随高度减小, $\frac{\partial \bar{\theta}_e}{\partial p} \sim 4.6 \times 10^{-2} \text{ 度} \cdot \text{毫巴}^{-1} > 0$, 呈现对流性不稳定; 650 毫巴以上, $\frac{\partial \bar{\theta}_e}{\partial p} < 0$, 大范围气层稳定。相当位温的中尺度距平 θ'_e 的绝对值以近地面最大。正中心出现在中低压区; 其上空 700 毫巴附近为负中心, $\frac{\partial \theta'_e}{\partial p} \sim 2.5 \times 10^{-2} \text{ 度} \cdot \text{毫巴}^{-1} > 0$ 。900 毫巴以下的气层中, $\frac{\partial \theta'_e}{\partial p}$ 甚至达到 $4.4 \times 10^{-2} \text{ 度} \cdot \text{毫巴}^{-1}$ 。这表明,在中低压区,低空最不稳定。在中高压区,低层为负距平,其上为正距平,且距平值都较小 $\frac{\partial \theta'_e}{\partial p} \lesssim 0$ 。因此,中高压区低空的空气比中低压区稳定一些。相当位温的这种垂直分布,有利于暴雨中尺度过程的发生和发展。

从垂直环流、涡度和散度的剖面图上可以看出,造成暴雨的中尺度系统产生于西风槽前伴有上升运动的西南气流之中。600 毫巴以下为正涡度区,伴有辐合; 600 毫巴以上为伴有辐散的负涡度区。中低压上空为上升运动。特别是在暴雨中心附近,几乎整层为上升运动。最大上升速度出现在 650 毫巴,达到 $-1.6 \times 10^{-2} \text{ 毫巴} \cdot \text{秒}^{-1}$ (中尺度分离前,最大上升速度为 $-2.0 \times 10^{-2} \text{ 毫巴} \cdot \text{秒}^{-1}$), 比大尺度垂直速度大一个量级。中高压区的后部有下沉运动。在中低压与中高压之间,500 毫巴以下为正环流圈,其上方 300—100 毫巴之间有一补偿环流圈。

在这样的动力、热力结构下,在中间尺度低压暖湿区北部边沿的辐合线上生成的这个中尺度系统,得到低空西南急流大量的水汽输送。这些不稳定暖湿空气气旋式向暴雨中心辐合,上升至高空后,向四周反气旋式辐散。这种情况若得以维持,显然有利于暴雨的发生和发展。五河附近的这次暴雨中尺度过程就是在这样的情况下发生的。

综上所述,算子 (2.5) 式分离出的气象场的中尺度和大尺度分布,比其它算子更加清楚地揭示了造成五河暴雨的中尺度系统的动力、热力结构及其大尺度背景。该算子比较适合于对有限区域气象场作中尺度分离。

四、结 语

在选择适当的算子对有限区域气象场进行中尺度分离时,既要考虑算子的选择滤波特性,又要注意勿使我们关注的中尺度波段的各波分量受到明显歪曲,还要尽量减小边界对区域内的影响。兼顾这三个方面,通过分析比较,我们认为选择滤波算子 (2.5) 式的中尺度分离功能优于其它算子。

我们选择的暴雨个例不够典型,降雨强度也不算大。尽管如此,运用算子 (2.5) 式仍取得了良好的分离结果。对于比较典型的大暴雨个例,结果会更加令人满意。

另外,若作时间上的中尺度分离,(2.2)式应是比较理想的算子。

参 考 文 献

- [1] Shuman, F. G., Numerical Methods in Weather Prediction, II. Smoothing and Filtering. *Monthly Weather Review*, Vol. 85, No. 11, 357—361, 1957.
- [2] Shapiro, R., Smoothing, Filtering and Boundary Effects. *Review of Geophysics and Space Physics*. Vol. 8, No. 2, 359—387, 1970.

SOME OPERATORS FOR SEPARATING MESO-SCALE METEOROLOGICAL FIELDS AND THEIR COMPARISONS

Xia Daching Zheng Liangjie Dong Shuanglin Song Li

(*Meteorological Research Institute of the Headquarters of the General Staff*)

Abstract

In this paper, we have designed some high-pass filters based on the principle of selective filter. Through theoretical analysis and a case calculation, the capabilities of meso-scale separation have been compared among two filters and the slide deviation. The results show that our selective filtering operator (2.5) is preferable to others.