

用车贝雪夫多项式展开系数对短期降水场 进行客观、定量描述和预报

董晓敏 温杏琴 吴承宗 俞晓景

(江苏省气象科研所)

提 要

本文针对江苏省6—7月12小时降水场,得到降维和客观、定量描述的数学模型,求出:
个12小时时段的预报向量 Y ,通过降水天气诊断分析,归纳出制约成云致雨过程的、有限区域
内的物理量因子场;立足于场量的观点,用车贝雪夫多项式展开的办法,把上述因子场上彼此
有内在联系的巨量数据信息浓缩加工成因子集合 X 。在环流客观、定量分类基础上,选用逐
步回归模型建立 Y 和 X 之间的统计方程,经统计检验和试报检验,效果均较满意,进而设计
短期降水场的客观、定量、自动或半自动化预报方案。

一、预 报 向 量

观测表明,江苏6—7月的12小时雨量在时间和空间分布上均存在不稳定和不均匀性,这给客观、定量预报带来困难。根据江苏地域呈西北到东南走向的斜长形和6—7月

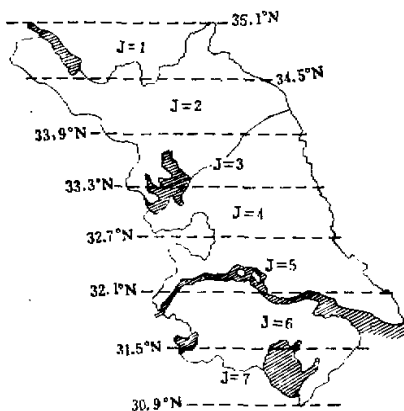


图1 自北向南等纬距地将江苏省分为七个区的示意

1984年1月10日收到,5月21日收到再改稿。

降水基本上具有纬向分布的天气气候特点^[1], 可将二维降水场转为南北向一维七点 (用 $J = 1, 2, \dots, 7$ 表示) 雨量分布^[2]. J 点上的雨量 $R_i(J)$ 是图 1 第 J 区内测站雨量的平均值; 其中 $i = 1, 2, \dots, 6$ 分别对应着 $0-12^h$, $12-24^h$, $24-36^h$, $36-48^h$, $48-60^h$, $60-72^h$ 共六个 12 小时时段.

再用车贝雪夫多项式 $\phi_L(J)$ 展开 $R_i(J)$:

$$\begin{cases} \hat{R}_i(J) = \sum_{L=1}^{L_0} y_i(L) \phi_L(J) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y_i(L) = \sum_{J=1}^{J_0} \phi_L(J) R_i(J) / \sum_{J=1}^{J_0} \phi_L^2(J) \end{cases} \quad (2)$$

在序号 J 的空间里和第 i 个 12 小时时段内, $y_i(L)$ 的天气意义是: $y_i(1)$ 为全省平均雨量值, $y_i(2)$ 、 $y_i(3)$ 、 $y_i(4)$ 、 $\dots$ 等分别是降水量沿南北方向线性、抛物线、三次曲线……等变化的权重; 根据试验^[3] 取 $L_0 = 4$, $\hat{R}_i(J)$ 已相当好地符合 $R_i(J)$; 又因车贝雪夫多项式是正交函数族, 展开系数之间彼此独立, 四个系数构成降水预报向量, 记作

$$Y_i = (y_i(1), y_i(2), y_i(3), y_i(4)).$$

二、因子集合

通过对强降水的诊断分析^[3,4], 归纳出大气中成云致雨过程制约关系较密切的物理量场是: 反映形势背景的 H_{500} 和 P_{500} 场; 体现中空温湿特征的 $\sum_{850}^{500} \theta_{se}$ 和 $(T - T_d)_{700}$ 场; 显示动力条件的 ζ_{500} 、 D_{700} 、 ω_{700} 场. 经验统计^[5], 和 48 小时降水预报的时间尺度相匹

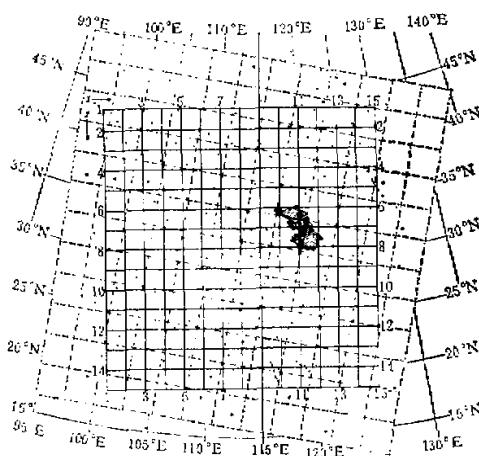


图 2 物理量场计算范围

虚线为国家气象中心网格 ($d = 381\text{km}$), 实线为江苏网格 ($d = 200\text{km}$, 标准经线 115°E). “○”为计算诊断场所取测站, 阴影区为江苏的地域范围.

配的空间尺度是图 2 给出的三级嵌套网格区: 第一级 $I = 1-15$, $J = 1-15$; 第二级 $I = 6-14$, $J = 3-11$; 第三级 $I = 10-12$, $J = 6-8$.

降水天气及其天气系统, 不仅和上述场区内一些重要的局部点值有关, 更重要的是和各点彼此间的数值分布特征及其变化有关。因此, 怎样才能把高质量的预报因子, 从巨量的数据信息中提炼出来呢?

对于这个问题, 近几年在“MOS”预报方法中, 是结合预报经验选用“关键区(指标站)”值作因子的办法来处理的。虽然这样做在客观、定量预报上迈进了一步, 但由于因子缺乏场量的总体概念, 因而用其来体现天气分析和预报的经验有很大的片面性; 加之“关键区(指标站)”往往难以准确选定, 且物理意义也模糊不清。这些都限制了因子的质量, 影响方程效果。

立足于场量的观念去处理, 把巨量数据信息在时、空分布上的特征和制约关系浓缩成几个“参变量”。用参变量作因子不仅数据量大大减少, 而且物理意义清晰、天气特征显著, 克服了以上办法的缺点。

对图 2 给出的有限区域, 宜选用^[6]车贝雪夫多项式 $\varphi_K(I)$ 和 $\phi_L(J)$ 分别沿 x 和 y 方向展开来求取场量的参变量。对于任一个场量 $F(J, I)$, 有^[7]:

$$\hat{F}(J, I) = \sum_{L=1}^{L_0} \sum_{K=1}^{K_0} A_{LK} \phi_L(J) \varphi_K(I) \quad (3)$$

$$A_{LK} = \frac{\sum_{I=1}^{I_0} \sum_{J=1}^{J_0} F(J, I) \phi_L(J) \varphi_K(I)}{\left[\sum_{I=1}^{I_0} \varphi_K^2(I) \sum_{J=1}^{J_0} \phi_L^2(J) \right]} \quad (4)$$

$$B_{LK} = A_{LK}^2 \frac{\sum_{I=1}^{I_0} \varphi_K^2(I) \sum_{J=1}^{J_0} \phi_L^2(J)}{\sum_{I=1}^{I_0} \sum_{J=1}^{J_0} F^2(J, I)} \quad (5)$$

式中 A_{LK} 为展开系数, 其物理意义是明确的^[7]; B_{LK} 是某展开项在整个场值中占的比例, 反映该项的重要性。按三级嵌套网格展开后, 以 B_{LK} 值大者在七个物理量场的展开系数中分别选择 12 个 A_{LK} 为因子 $X_i(m)$, 全部因子构成的集合记作:

$$X_{i \times m} = \{X_i(m)\} = \begin{Bmatrix} X_1(1), X_1(2), \dots, X_1(12) \\ X_2(1), X_2(2), \dots, X_2(12) \\ \vdots \\ X_7(1), X_7(2), \dots, X_7(12) \end{Bmatrix}$$

三、环流客观分类和各类 Y_i 的方程

不同环流形势下, 降水的物理条件有区别, 考虑预报的着眼点也就有差异。因此, 合理的环流分类, 能改善 Y_i 和 $X_{i \times m}$ 之间的线性关系。

以预报经验为线索, 选用 $X_{i \times m}$ 中的四个因子将统计样本分成六类, 详见表 1。

分类建方程时, 因 $X_i(m)$ 进入逐步回归筛选的排列顺序不同, 共求得 720 个方程。根据: ① 方程中的因子数适中 (但也不过多强调因子数是样本数的 $1/4-1/5$ ^[8], 以避免好因子被删掉); ② 方程的质量参数高 (复相关系数 0.85 以上, 无偏估计量和均方差分别在

表 1 环流客观分类的条件和各类特征

类别	样本数	分类的条件	环流主要特征	分类条件的物理意义
1	29	$-0.20 \leq X_1(9) < 0.20$ $0.90 \geq X_1(10)$ $0.05 > X_1(11)$	平直纬向; 锋区不强.	$X_1(2)$: 是第二级嵌套网格区内 500hPa 位势平均值, 其值的大、小反映了环流的季节特征.
2	18	$580.1 > X_1(2) > 585.0$ $-0.20 \leq X_1(9)$ $X_1(10) > 0.90$ $0.05 > X_1(11)$	较平直纬向; 锋区较强, 位置或是偏北或是偏南.	$X_1(9)$: 是第一级嵌套网格区内 500hPa 位势沿东西方向线性变化权重, 其正(或负)值的大、小是东高西低(或东低西高)程度的量度. $X_1(10)$: 是第一级嵌套网格区内 500hPa 位势沿南北方向线性变化权重, 其正(或负)值的大、小是北低南高(或北高南低)程度的量度. $X_1(11)$: 是第一级嵌套网格区内 500hPa 位势沿东西方向抛物线变化权重, 其正(或负)值的大、小是华中西风槽(或脊)强度的量度.
3	20	$-0.20 > X_1(9)$ $0.05 > X_1(11)$	西高(压), 东低(压).	
4	27	$X_1(9) \geq 0.20$ $0.90 \geq X_1(10)$	东高(压), 西低(压).	
5	38	$X_1(11) \geq 0.05$ (但不得同时有: $X_1(9) \geq 0.20$ $X_1(10) \leq 0.90$)	华中有较深的西风槽.	
6	48	$580.1 \leq X_1(2) \leq 585.0$ $-0.20 \leq X_1(9)$ $X_1(10) > 0.90$ $0.05 > X_1(11)$	较平直纬向; 锋区较强, 且位置对长江中下游降水来说“适中”.	

0.9 和 0.1 以下)的原则, 挑选出 $6 \times 4 \times 6 = 144$ 个方程, 其通式为:

$$y_t^*(L) = b_{0t}(L) + b_{1t}(L)X_{1t}^{(L)} + b_{2t}(L)X_{2t}^{(L)} + \cdots + b_{nt}(L)X_{nt}^{(L)} \quad (6)$$

式中 b_{nt} 为不同 t 时段的回归系数, n 为中选进入方程的因子数.

四、方程的效果检验和预报实施方案

将统计样本的因子集合 X 代入(6)式计算出向量

$$Y_t^* = (y_{t(1)}^*, y_{t(2)}^*, y_{t(3)}^*, y_{t(4)}^*),$$

再用(1)式反算降水场拟合值 $\hat{R}_{R(J)}^*$; 取四个检验指标:

$$S_1 = \left[\sum_{j=1}^7 (\hat{R}_{t(j)} - \hat{R}_{R(j)}^*)^2 / (7-1) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$S_2 = \left[\sum_{j=1}^7 (R_{t(j)} - \hat{R}_{R(j)}^*)^2 / (7-1) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$Q_1 = S_1 / y_{t(1)}, \quad Q_2 = S_2 / y_{t(1)}.$$

从表 2 中的数值可见: $\hat{R}_t^*(J)$ 和展开系数构成的向量 Y_t 的拟合值 $\hat{R}_t(J)$ 均方误差小于 2.91 毫米, 强降水的相对均方误差不超过雨量值的 55%; $\hat{R}_t^*(J)$ 和实际降水场 $R_t(J)$ 的均方误差小于 3.54 毫米, 强降水的相对均方误差不超过雨量值的 69%。配合表 2、图 3

表 2 S_1 , S_2 和 Q_1 , Q_2 值

样本平均 指 标 \ 时段 数值	$t=1$ (0—12 ^h)	$t=2$ (12—24 ^h)	$t=3$ (24—36 ^h)	$t=4$ (36—48 ^h)	$t=5$ (48—60 ^h)	$t=6$ (60—72 ^h)
S_1	2.41	2.46	2.91	2.21	2.77	2.80
S_2	2.96	3.22	3.43	3.39	3.39	3.54
Q_1 Q'_1	0.75 0.47	0.88 0.39	0.90 0.55	0.74 0.40	0.74 0.42	0.82 0.45
Q_2 Q'_2	0.95 0.62	1.14 0.64	1.06 0.67	0.97 0.66	0.89 0.57	1.04 0.69

注: S_1 和 S_2 是全体统计样本的平均值; Q_1 和 Q_2 是 $y_i(1)$ 达到 1 毫米以上的统计样本的平均值; Q'_1 和 Q'_2 是 $y_i(1)$ 达到 5 毫米以上的统计样本的平均值。

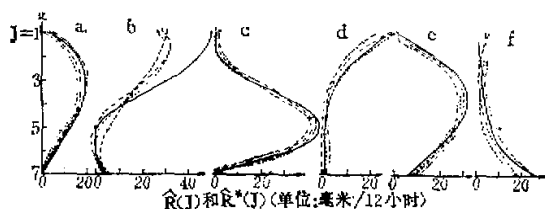


图 3 6 个强降雨时段的分布曲线

实线为 $\hat{R}_i(J)$, 段线为 $\hat{R}_i^+(J)$ 或 $\hat{R}_i^-(J)$, 虚线为 $\hat{R}_i^+(J)$ 或 $\hat{R}_i^-(J)$, 点段线为 $\hat{R}_i^+(J)$ 或 $\hat{R}_i^-(J)$

a: 1977. 7. 7⁰⁸⁻²⁰, b: 1977. 7. 10^{08-11⁰⁴}, c: 1979. 7. 13^{00-14⁰⁰}, d: 1979. 7. 31⁰⁴⁻²⁰, e: 1980. 7. 17^{20-18⁰⁰}, f: 1980. 7. 30⁰⁴⁻²⁰.

“天气、动力因子场统计预报方案”流程

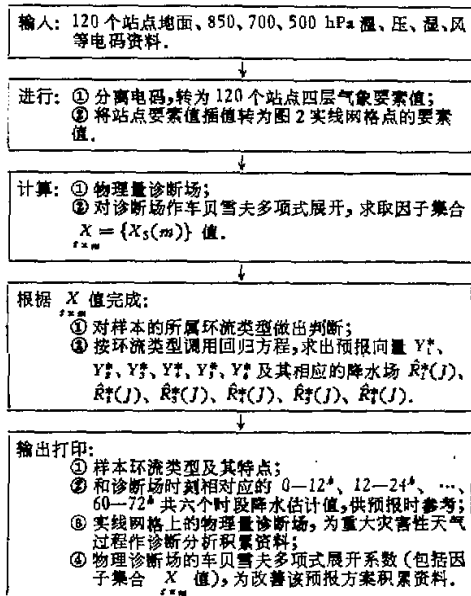


表 3 1981 年 6 月 1 日—7 月 10 日期

强雨时段 t	项 目	江苏自北向南分区降水拟合值和实际降水值							$\hat{R}_t^*$ 和 R_t 的比较说明
		$J=1$	$J=2$	$J=3$	$J=4$	$J=5$	$J=6$	$J=7$	
6 月 8 日 20 时 — 9 日 08 时	R_t	17.5	8.6	1.1	0.3	0.0	0.0	0.0	分布有偏差 “×”
	$\hat{R}_t^*$	0.0	0.0	0.0	9.7	25.7	24.6	0.0	
	$\hat{R}_t^*$	0.0	0.8	0.4	0.0	0.0	0.0	3.6	
6 月 9 日 08 时 — 9 日 20 时	R_t	26.2	19.2	16.2	19.6	0.7	0.0	0.0	雨量分布均接近 分布有偏差 “×”
	$\hat{R}_t^*$	21.1	6.9	0.0	0.0	0.0	0.0	6.5	
	$\hat{R}_t^*$	0.0	11.8	15.6	12.9	7.0	1.2	0.0	
6 月 9 日 20 时 — 10 日 08 时	R_t	7.5	7.6	14.9	13.3	19.9	7.3	1.5	雨量分布均接近 分布有偏差 雨量偏小, 分布有偏差
	$\hat{R}_t^*$	1.1	0.0	2.1	16.6	27.3	24.7	0.0	
	$\hat{R}_t^*$	4.7	37.2	33.7	12.4	0.0	0.0	25.8	
6 月 23 日 20 时 — 24 日 08 时	R_t	2.5	19.0	6.4	5.3	1.6	0.1	0.0	分布略有偏差 “×” 分布略有偏差
	$\hat{R}_t^*$	12.6	3.8	2.7	5.7	9.3	9.7	3.4	
	$\hat{R}_t^*$	0.8	0.9	1.2	1.3	1.2	0.7	0.0	
6 月 24 日 08 时 — 24 日 20 时	R_t	22.7	23.0	11.7	12.7	11.4	25.2	11.1	雨量偏小 雨量偏小, 分布略有偏差 “×”
	$\hat{R}_t^*$	10.3	9.6	7.2	4.4	2.6	3.1	7.4	
	$\hat{R}_t^*$	8.9	2.5	0.0	0.0	0.0	0.0	6.2	
6 月 24 日 20 时 — 25 日 08 时	R_t	45.3	36.5	2.3	0.0	0.6	9.1	0.6	雨量偏小, 分布有偏差 雨量偏小 “×”
	$\hat{R}_t^*$	6.8	4.8	7.1	11.0	14.4	14.7	9.7	
	$\hat{R}_t^*$	11.4	0.0	0.0	0.0	3.6	4.0	0.0	
6 月 25 日 08 时 — 25 日 20 时	R_t	0.0	0.5	11.7	20.4	14.3	11.7	0.3	雨量偏小, 分布略有偏 差分布略有偏差
	$\hat{R}_t^*$	0.0	0.0	1.0	5.6	9.5	11.1	8.7	
	$\hat{R}_t^*$	7.1	4.2	3.0	2.8	3.0	2.8	1.6	
6 月 25 日 20 时 — 26 日 08 时	R_t	0.0	1.4	14.8	89.4	7.6	1.2	0.2	雨量偏小, 分布有偏差 “×”
	$\hat{R}_t^*$	3.5	3.2	2.8	2.9	4.0	6.8	11.8	
	$\hat{R}_t^*$	4.2	0.0	0.0	0.0	0.0	3.6	0.0	
6 月 26 日 08 时 — 26 日 20 时	R_t	0.0	9.5	34.1	33.4	18.6	1.1	0.2	雨量偏小, 分布有偏差
	$\hat{R}_t^*$	0.3	2.4	4.5	6.2	7.2	7.1	5.6	
	$\hat{R}_t^*$	4.7	4.8	7.2	9.7	10.1	6.2	0.0	
	$\hat{R}_t^*$	0.0	0.0	0.0	1.4	5.3	5.7	0.6	

注: ① 表中 R_t 是 t 时段的实际降水场, $\hat{R}_t^*$, $\hat{R}_t^*$, $\hat{R}_t^*$ 分别是用 t 时段开始时之前 12 小时、前 36 小时、前 60 小时、前 24 小时、前 48 小时

② 表中“×”表示预报值对实际的强降水无反映。

间 18 个强雨时段的实际降水场 $R_i(J)$ 和 $\hat{R}_i^*(J)$ 比较

强雨时段 t	项 目	江苏自北向南分区降水拟合值和实际降水值							$\hat{R}_i^*$ 和 R_i 的比较说明
		$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$	$j=7$	
6 月 27 日 08 时 —27 日 20 时	R_i	0.0	3.9	31.6	11.3	27.4	42.2	49.4	“×” 雨量偏小, 分布有偏差
	$\hat{R}_i^*$	2.2	1.0	1.4	2.5	3.5	3.6	1.9	
	$\hat{R}_i^*$	18.8	18.8	16.1	10.1	3.9	1.2	5.6	
6 月 27 日 20 时 —28 日 08 时	R_i	0.0	0.1	0.9	2.7	6.1	17.2	44.1	雨量偏小, 分布略有偏差 分布有偏差 “×”
	$\hat{R}_i^*$	1.3	1.2	4.4	8.3	10.5	8.7	0.4	
	$\hat{R}_i^*$	17.8	32.0	26.4	11.5	0.0	0.0	17.2	
6 月 28 日 08 时 —28 日 20 时	R_i	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	4.9	13.9	雨量和分布均接近 分布有偏差
	$\hat{R}_i^*$	0.0	0.0	2.3	1.9	1.0	2.3	8.1	
	$\hat{R}_i^*$	9.5	10.5	10.2	8.4	4.9	0.0	0.0	
6 月 28 日 20 时 —29 日 08 时	R_i	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	6.7	15.6	分布有偏差 “×” 分布略有偏差
	$\hat{R}_i^*$	1.0	7.7	12.0	13.7	13.0	9.9	4.4	
	$\hat{R}_i^*$	3.8	0.0	0.0	0.0	0.0	1.8	0.0	
6 月 30 日 08 时 —30 日 20 时	R_i	6.0	4.6	6.7	17.4	0.8	1.8	2.6	分布略有偏差 雨量和分布均接近 分布略有偏差
	$\hat{R}_i^*$	3.7	9.9	11.2	10.1	9.3	11.1	18.2	
	$\hat{R}_i^*$	7.2	8.0	6.6	4.5	2.8	3.0	6.3	
6 月 30 日 20 时 —7 月 1 日 08 时	R_i	6.5	16.7	23.6	21.7	25.4	10.6	9.5	“×” 雨量偏小
	$\hat{R}_i^*$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.7	1.6	0.0	
	$\hat{R}_i^*$	5.8	1.7	2.9	6.8	10.4	11.1	6.0	
7 月 1 日 08 时 —1 日 20 时	R_i	9.7	6.2	15.6	11.1	22.7	10.2	3.5	雨量略偏小, 分布有偏差
	$\hat{R}_i^*$	2.0	2.4	2.4	2.6	3.9	6.9	12.5	
	$\hat{R}_i^*$	0.0	10.9	8.6	0.0	0.0	0.0	5.2	
7 月 6 日 20 时 —7 日 08 时	R_i	3.0	2.7	13.6	35.6	6.2	0.7	0.0	分布有偏差 分布略有偏差 分布有偏差
	$\hat{R}_i^*$	20.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.6	13.0	
	$\hat{R}_i^*$	0.0	0.0	4.4	12.5	19.3	21.8	17.2	
7 月 9 日 20 时 —10 日 08 时	R_i	0.0	0.0	2.0	7.1	29.2	41.2	11.3	雨量偏小 分布略有偏差
	$\hat{R}_i^*$	3.7	3.4	3.6	4.1	4.8	5.7	6.7	
	$\hat{R}_i^*$	10.9	11.5	15.8	20.6	22.5	18.4	4.8	
	$\hat{R}_i^*$	6.1	6.1	13.3	18.4	19.7	15.9	5.4	

小时

的因子集合计算出来的 t 时段降水场的预报值。

给出各种强降雨分布下的 $\hat{R}_i^*$ 和 $\hat{R}_i(J)$ 曲线,可见方程对强降雨的概括能力比小雨要好。

对未参加统计的 1981 年 6 月 1 日到 7 月 10 日逐日试验预报的结果是: ① 18 个强降雨时段可由表 3 看出, $\hat{R}_i^*(J)$ 和实际降水场 $R_i(J)$ 在分布上虽有差异,但大多在雨量上均能反映出来; ② $\hat{R}_i^*(J)$ 指示出 6 月 15—21 日有系统性降水,这和实际 $R_i(J) \approx 0$ 不符合,但却和当时江苏省气象台天气会商的经验预报意见很相似。

以上检验结果说明: 通式(6)所给出的 144 个方程对降水场的定量、客观预报有一定的能力。具体实施可按以下自动化工作流程进行:

左侧流程中的物理量也可不作计算,而直接使用国家气象中心发布的诊断场;还可用物理量预报场来取代诊断场,设计“完全预报”的工作方案。

五、小 结

现今地方气象台站在短期天气预报方面,能收集到的数据信息量是十分巨大的。这给短期天气的客观、定量预报,一方面提供了可行的条件,另一方面也提出如何加工和使用这些信息才能达到实际有效的问题。我们的体会是:

1. 应把气象预报视为应用物理问题,要重视通过预报实践来分析和归纳天气过程的物理意义,针对产生某种天气现象的物理本质来择取有关预报它的数据信息。

2. 不仅要重视原始数据信息的使用,更要重视对它的加工和加工后的“新”信息使用。

3. 要用“场量”的观念去加工信息,使“新”信息不仅能保留原信息的特点,而且能显示出原信息中各个数据之间的内在联系和制约的特性。这样的“新”信息数据量小、质量高、物理意义清晰,真正是原数据信息的浓缩量。

4. 省以下气象台站,多取的是有限区域场量,采用车贝雪夫多项式展开的办法来加工信息,不仅简便易行,而且用加工后的浓缩信息量作因子,回归方程的效果是理想的。

参 考 文 献

- [1] 温杏琴、董晓敏、吴承宗,江苏前汛期暴雨的天气气候分析,教学与研究,中国人民解放军空军气象学院,1983.
- [2] 董晓敏、吴承宗、温杏琴,江苏前汛期 12 小时降水场的定量描述和客观聚类,南京气象学院学报,第一期,1984.
- [3] 董晓敏、金秀兰、温杏琴,长江流域梅雨期内一次特大暴雨过程的诊断分析,长江流域暴雨文集,气象出版社,1982.
- [4] 董晓敏、温杏琴等,梅雨期暴雨云团的新生和低压系统发展的一种机制,大气科学,7 卷 2 期,1983.
- [5] 傅顺瑛等,江苏前汛期区域性暴雨 24—48h 预报信息及其实报效果,华东暴雨会议文集,1979.
- [6] 章基嘉、葛玲编著,中长期天气预报基础 P. 43—44,气象出版社,1983.
- [7] 张家诚、周家斌等,用车贝雪夫多项式研究月平均 500 百帕等压面位势场的初步结果,气象学报,第 33 卷第 2 期,1963.
- [8] 汪盛章,选因子的四个原则,待发表.

勘 误

对本刊 9 卷 1 期作如下勘误:

页	行或公式	误	正
34	公式 (7) 左端	$Z_{K_0}(T_0 + 1)$	$\bar{Z}_{K_0}(T_0 + 1)$