

大气中定常行星波的 Eliassen-Palm 通量与波折射指数的关系

黄 荣 辉

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文研究了 β 平面近似下波作用量守恒, 得到波作用通量——Eliassen-Palm 通量的一般形式。本文还利用 WKBJ 方法求得球面大气中定常行星波的 Eliassen-Palm 通量与波折射指数的关系。

本文还用一个准地转 34 层球坐标模式计算了冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的定常行星波的 Eliassen-Palm 通量, 证明了冬季受迫定常行星波在垂直及侧向传播中存在着两支波导, 从而证明了理论上所得到的关系。

一、引 言

Charney 和 Draizin 用波的折射指数来研究行星波的垂直传播^[1]。与此同时, Eliassen 和 Palm 提出一个所谓 Eliassen-Palm 通量来研究行星波的垂直传播^[2]。以后 Anderws 和 McIntyre 把 Eliassen-Palm 通量推广到一般形式, 并用此形式研究了扰动与基本气流的相互作用^[3]。

作者分别用球面大气中波的折射指数和 Eliassen-Palm 通量研究了北半球定常行星波在大气中的传播^[4,5], 其结果表明了无论是用波的折射指数或者用 Eliassen-Palm 通量(下面简称 E-P 通量)矢量的方法都表明了冬季北半球行星波在垂直及侧向传播中存在着两支波导。从图象方面可以明显看到波的 E-P 通量的分布是与波的折射指数平方的分布有一定关系的, 因此, 有必要从理论上推导出波的 E-P 通量与折射指数平方的关系。

此外, 虽然有些学者, 如 Sato, Edmon 等以及 Iwashima 等人先后利用实际资料计算了北半球冬季 E-P 通量的分布^[6,7,8]。但至今还没有人利用模式来计算北半球地形及热源强迫所产生的定常行星波的 E-P 通量, 因此, 有必要利用数值模式来计算北半球地形及热源强迫所产生的定常行星波 E-P 通量的分布, 并以此来说明定常行星波的 E-P 通量与折射指数平方的关系。

1984年5月21日收到, 8月20日收到修改稿。

二、 β 平面近似下的波作用量守恒与 $E-P$ 通量

为了清楚地说明 $E-P$ 通量的物理意义及推导，我们首先利用 β 平面近似来求证波作用量守恒方程，从而求得 $E-P$ 通量。在 β 平面近似下的准地转位涡度方程可表达如下：

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla q = Q \quad (1)$$

式中 \mathbf{V} 是地转风矢量； Q 是非绝热加热； q 是位涡度，在 β 平面近似下可写成

$$q = f + \zeta_s + f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta}{\bar{\theta}_p} \right) \quad (2)$$

ζ_s 是涡度的垂直分量， θ 是位温， $\bar{\theta}_p = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}$ ， $\bar{\theta}$ 是基本气流的位温。

设 q , \mathbf{V} , Q 可表示成

$$q = \bar{q} + q' \quad \mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \mathbf{v}' \quad Q = \bar{Q} + Q' \quad (3)$$

\bar{q} 、 $\bar{\mathbf{V}}$ 、 \bar{Q} 是沿纬圈的欧拉平均量，即 \bar{q} 是基本气流的位涡度， $\bar{\mathbf{V}}$ 是基本气流的风速， \bar{Q} 是平均加热量。若把方程(3)代入方程(1)可得：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{q} + q') + (\bar{\mathbf{V}} + \mathbf{v}') \cdot \nabla (\bar{q} + q') = \bar{Q} + Q' \quad (4)$$

把方程(4)分离成平均方程与扰动方程，这样，可得扰动位涡度方程为：

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \mathbf{V}' \cdot \nabla \bar{q} + \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla q' = Q' \quad (5)$$

对于自由大气，我们可假设 $\bar{v} = 0$ ，并且大气中基本气流的位涡度 $\frac{\partial \bar{q}}{\partial x} = 0$ ，于是，方程(5)可改写成

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial q'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = Q' \quad (6)$$

把方程(6) $\times q'$ ，可得：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} (q')^2 \right] + v' q' \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \bar{U} q' \frac{\partial q'}{\partial x} = q' Q' \quad (7)$$

对(7)式沿纬圈再取欧拉平均，可得：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \overline{(q')^2} \right] + \overline{v' q'} \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \overline{q' Q'} \quad (8)$$

我们设基本气流随时间变化是缓慢的，即 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \right) \approx 0$ ，这样，从(8)式可得：

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \overline{(q')^2} \right] / \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \overline{v' q'} = \overline{q' Q'} / \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \quad (9)$$

式中

$$q' = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} + f_0 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta'}{\bar{\theta}_p} \right)$$

θ' 是扰动位温，因此有

$$\overline{v'q'} = \overline{v'u_x} - \overline{v'u_y} + f_0 v' \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta'}{\theta_p} \right) \quad (10)$$

上式 $v'_x = \frac{\partial v'}{\partial x}$, $u'_y = \frac{\partial u'}{\partial y}$. 由连续方程可以知道下面关系式

$$u'_x + v'_y = 0 \quad (11)$$

把 (11) 式 $\times u'$ 再沿纬圈取欧拉平均, 可得:

$$\overline{u'(u'_x + v'_y)} = 0$$

即

$$\overline{u'u_x} + \overline{u'v_y} = 0$$

因为 $\overline{u'u_x}$ 与 $\overline{v'v_x}$ 是 $u'u_x$, $v'v_x$ 沿纬圈的积分, 所以 $\overline{u'u_x}$ 与 $\overline{v'v_x}$ 为零, 这样可得到下式:

$$\overline{u'v_y} = 0$$

于是从 (10) 式可得:

$$\overline{v'q'} = -\overline{v'u_y} + f_0 v' \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta'}{\theta_p} \right) \quad (12)$$

此外, 从热成风关系式可以看到 $v'_p \propto \theta'_x$, 这样, 就有下面关系式:

$$\frac{1}{\theta_p} \overline{\theta'v'_p} \propto \frac{1}{\theta_p} \overline{\theta_x\theta'}$$

因为 $\overline{\theta_x\theta'}$ 是 $\theta_x\theta'$ 沿纬圈的积分, 所以, $\overline{\theta\theta'_x} = 0$, 于是, $\frac{1}{\theta_p} \overline{\theta'v'_p} = 0$, 这样, (12) 式可变成:

$$\begin{aligned} \overline{v'q'} &= -\overline{v'u_y} - \overline{u'v_y} + f_0 v' \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\theta'}{\theta_p} \right) + f_0 \frac{1}{\theta_p} \overline{\theta'v'_p} \\ &= -\overline{(u'v)_y} + \left(\frac{f_0}{\theta_p} \overline{v'\theta'} \right)_p \end{aligned} \quad (13)$$

从方程 (13) 我们可以清楚看到位涡度南北方向的输送通量与角动量的经向变化及热量南北输送通量在垂直方向的变化有关。

我们定义矢量 \mathbf{F} 为

$$\mathbf{F} = (F(y), F(p)) = \left\{ -\overline{u'v'}, \frac{f_0}{\theta_p} \overline{v'\theta'} \right\} \quad (14)$$

于是, 方程 (13) 可表示成

$$\overline{v'q'} = \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (15)$$

\mathbf{F} 就是 β 平面近似下 Eliassen-Palm 通量矢量, 它可表示动量与热量的输送情况。把方程 (15) 代入方程 (9), 并假设 $\mathcal{D} = \overline{q'Q'}/\overline{\theta_y}$, $A = \frac{1}{2} (\overline{q'})^2/\overline{\theta_y}$, 这样方程 (15) 可写成

$$\frac{\partial}{\partial t} A + \nabla \cdot \mathbf{F} = \mathcal{D} \quad (16)$$

假设没有非绝热加热, 这样方程 (16) 可变成

$$\frac{\partial}{\partial t} A + \nabla \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (17)$$

这就是 β 平面近似下波作用量守恒方程, A 是波作用量, \mathbf{F} 是波作用通量。波作用量也是大气环流中一个基本守恒量。

三、球坐标系的 E - P 通量与波的折射指数的关系

由于行星波南北方向的运动尺度是很大的,因此,在位涡度方程中必须考虑科氏参数随纬度的变化。这样,利用 β 平面近似的位涡度方程不能正确描述行星波运动,因此,我们在球面大气的位涡度方程中考虑了非地转风对位涡度南北输送的贡献,从而证明了球面大气中波作用量守恒,并求得球面大气的位涡度方程如下(参见文献[5]):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{\varrho} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left\{ \frac{1}{f} \left[\frac{f}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\cos \varphi}{f^2} \frac{\partial \phi'}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] \right. \\ \left. + f \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \bar{q} \times \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{a \cos \varphi \partial \lambda} = 0 \quad (18)$$

我们利用 WKBJ 方法对方程(18)求解(参见文献[5]),取方程的零阶近似,可得如下频散关系:

$$\hat{\omega} = \bar{\varrho} k - \frac{\bar{q}_y \cdot k}{v^2 a \cos \varphi} \quad (19)$$

$\hat{\omega}$ 是频率, $\bar{\varrho} = \frac{\bar{U}}{a \cos \varphi}$, 是基本气流的角速度, $\bar{q}_y = \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial \varphi}$,

$$v^2 = \frac{k^2}{a \cos \varphi} + m^2 + \frac{f^2}{N^2} \tilde{n}^2 + \frac{f^2}{4H_0^2 N^2} \quad (20)$$

N 是 Brunt-Väisälä 频率; H_0 是大气的标高。

取方程的一阶近似,可得如下球面大气的波作用量守恒方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} A_m + \nabla \cdot (\mathbf{C}'_s \cdot A_m) = 0 \quad (21)$$

A_m 是球面大气中行星波的波作用量,它可表达成

$$A_m = \frac{1}{4} \frac{v^4 |\hat{\phi}_0|^2 a \cos \varphi}{\bar{q}_y f^2} \quad (22)$$

并且求得球面大气的 E - P 通量为:

$$\mathbf{F} = \mathbf{C}'_s \cdot A_m \quad (23)$$

\mathbf{C}'_s 是球面大气行星波的局地群速度在子午面上的投影,它可表示成

$$\mathbf{C}'_s = (C_{sy}, C_{sz}) \quad (24)$$

$$\begin{cases} C_{sy} = \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial m} = \frac{2k \cdot \bar{q}_y \cdot m}{a \cos \varphi \cdot v^4} \\ C_{sz} = \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial \tilde{n}} = \frac{2k \cdot \bar{q}_y \cdot \frac{f}{N} \tilde{n}}{a \cos \varphi v^4} \end{cases} \quad (25)$$

把(22)式代入(25)式,可得:

$$\begin{cases} C_{gy} = \frac{1}{2} \frac{k |\hat{\phi}_0|^2}{f^2 A_m} \cdot m \\ C_{gz} = \frac{1}{2} \frac{k |\hat{\phi}_0|^2}{N^2 \cdot A_m} \cdot \tilde{n} \end{cases} \quad (26)$$

$|\hat{\phi}_0|$ 表示行星波振幅的绝对值, m 、 \tilde{n} 分别表示在 y 、 \tilde{z} 坐标

$$\left(\tilde{z} = -H_0 \ln \frac{p}{p_0} \right)$$

的波数。把 (26) 式代入 (23) 式, 可得到 E-P 通量

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \frac{k |\hat{\phi}_0|^2}{f^2} \left(m, \frac{f}{N} \tilde{n} \right) \quad (27)$$

若规定 \mathbf{l}^0 为 $\left(m, \frac{f}{N} \tilde{n} \right)$ 波数空间的单位矢量, 则 E-P 通量可写成:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \frac{k |\hat{\phi}_0|^2}{f^2} \sqrt{m^2 + \frac{f^2}{N^2} \tilde{n}^2} \mathbf{l}^0$$

若引入一坐标变换 $z = \frac{f}{N} \tilde{z}$, 则 z 坐标的波数 n 可写成

$$n^2 = \frac{f^2}{N^2} \tilde{n}^2$$

并且引入一个新的波数空间 (m, n) 的单位矢量 \mathbf{l} , 这样 E-P 通量可改写成

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \frac{k |\hat{\phi}_0|^2}{f^2} \sqrt{m^2 + n^2} \mathbf{l} \quad (28)$$

对于定常行星波, 其 $\omega = 0$, (19) 式就变成

$$\frac{\bar{U} k}{a \cos \varphi} = \frac{\bar{q}_y \cdot k}{v^2 a \cos \varphi} = \frac{\bar{q}_y \cdot k}{\frac{k^2}{a^2 \cos^2 \varphi} + m^2 + \frac{f^2}{N^2} \tilde{n}^2 + \frac{f^2}{4H_0^2 N^2}}$$

于是可得到:

$$\bar{Q} k = \frac{\bar{q}_y \cdot k}{a \cos \varphi \left(\frac{k^2}{a^2 \cos^2 \varphi} + m^2 + \frac{f^2}{N^2} \tilde{n}^2 + \frac{f^2}{4H_0^2 N^2} \right)} \quad (29)$$

可以把 (29) 式再改写成下式:

$$a^2 m^2 + \frac{f^2 a^2}{N^2} \tilde{n}^2 = \frac{\bar{q}_y a^2}{a \cos \varphi \bar{Q}} - \frac{k^2}{\cos^2 \varphi} - \frac{f^2 a^2}{4H_0^2 N^2}$$

因为 m 是 y 方向的波数, 而根据球坐标的定义, $dy = ad\varphi$, 并且由波数与波长的关系就可

以导出在 φ 坐标方向的波数 $m_1 = am$, 设 $l_1 = \frac{2Q_0 a}{N}$, 于是上式可变成

$$m_1^2 + l_1^2 \sin^2 \varphi \tilde{n}^2 = \frac{\bar{q}_y \cdot a}{\cos \varphi \bar{Q}} - \frac{k^2}{\cos^2 \varphi} - l_1^2 \sin^2 \varphi \frac{1}{4H_0^2} \quad (30)$$

根据球坐标系中平均位涡度南北梯度的定义, 可得到:

$$\bar{q}_y = \frac{1}{a} \left[2(\bar{Q}_0 + \bar{Q}) - \frac{\partial^2 \bar{Q}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \varphi} - 4 \bar{Q}_0 a^2 \sin^2 \varphi \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\frac{p}{N} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial \tilde{z}} \right) \right] \cos \varphi$$

若假设大气处于近似等温的状态,于是,可得到:

$$\tilde{q}_y = \frac{1}{a} \left[2(\mathcal{Q}_0 + \hat{\mathcal{Q}}) - \frac{\partial^2 \hat{\mathcal{Q}}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \hat{\mathcal{Q}}}{\partial \varphi} - l_1^2 \sin^2 \varphi \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathcal{Q}}}{\partial z^2} - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \hat{\mathcal{Q}}}{\partial z} \right) \right] \cos \varphi \quad (31)$$

把(31)式代入(30)式,可得:

$$\begin{aligned} m_1^2 + l_1^2 \sin^2 \varphi \tilde{n}^2 &= \left[2(\mathcal{Q}_0 + \hat{\mathcal{Q}}) - \frac{\partial^2 \hat{\mathcal{Q}}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \hat{\mathcal{Q}}}{\partial \varphi} \right. \\ &\quad \left. - l_1^2 \sin^2 \varphi \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathcal{Q}}}{\partial z^2} - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \hat{\mathcal{Q}}}{\partial z} \right) \right] / \hat{\mathcal{Q}} - l_1^2 \sin^2 \varphi \frac{1}{4H_0^2} - \frac{k^2}{\cos^2 \varphi} \end{aligned} \quad (32)$$

根据文献[4]中的(11)式与(9)式,有:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_0 &= \left[2(\mathcal{Q}_0 + \hat{\mathcal{Q}}) - \frac{\partial^2 \hat{\mathcal{Q}}}{\partial \varphi^2} + 3 \tan \varphi \frac{\partial \hat{\mathcal{Q}}}{\partial \varphi} - l_1^2 \sin^2 \varphi \left(\frac{\partial^2 \hat{\mathcal{Q}}}{\partial z^2} - \frac{1}{H_0} \frac{\partial \hat{\mathcal{Q}}}{\partial z} \right) \right] / \hat{\mathcal{Q}} \\ &\quad - l_1^2 \sin^2 \varphi \frac{1}{4H_0^2} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\mathcal{Q}_k = \mathcal{Q}_0 - \frac{k^2}{\cos^2 \varphi} \quad (34)$$

\mathcal{Q}_k 是波数为 k 定常行星波的折射指数平方, \mathcal{Q}_0 可以看成波数为零的折射指数平方, 它由基本气流的结构所确定。

把(33)、(34)式代入(30)式,则得:

$$m_1^2 + l_1^2 \sin^2 \varphi \tilde{n}^2 = \mathcal{Q}_k$$

把 \tilde{n}^2 变换成 n^2 ,这样可得到:

$$m_1^2 + n^2 = \mathcal{Q}_k \quad (35)$$

于是, $E-P$ 通量的表达式为:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2f} k |\hat{\phi}_0|^2 \sqrt{\mathcal{Q}_k} \mathbf{l} \quad (36)$$

设单位矢量 \mathbf{l} 与水平方向的夹角是 α ,因此,就有

$$\tan \alpha = \frac{n}{m} \quad (37)$$

根据文献[4]的证明,存在下面的关系式:

$$\frac{d \alpha}{dt} = \frac{1}{\mathcal{Q}_k} \mathbf{i} \cdot \mathbf{C}_x \times \nabla \mathcal{Q}_0 \quad (38)$$

从(36)式与(38)式可以看到 $E-P$ 通量不仅与波的振幅平方成正比,而且与波的折射指数成正比,当然波的折射指数的分布也直接影响着波的振幅的分布。因此,波的折射指数小的地方, $E-P$ 通量的绝对值也就小。此外, $E-P$ 通量的方向总是向着 \mathcal{Q}_0 的梯度方向折射。

四、冬季北半球定常行星波的 $E-P$ 通量的计算

为了证明上面理论分析结果,我们利用一个包括 Rayleigh 摩擦、Newton 冷却及水平涡旋热力扩散准地转 34 层球坐标模式计算了冬季北半球地形与热源强迫所产生的定常

行星波 $E-P$ 通量。此模式方程及边界条件请参见文献 [9]，本文不再重复。

利用上述模式计算了冬季北半球实际地形与热源强迫所产生的定常行星波的振幅与位相，从而利用球坐标 $E-P$ 通量矢量公式计算各波数的 $E-P$ 通量矢量。我们利用位温及静力稳定度的定义，把 p 坐标的 $E-P$ 通量转换到 z 坐标，这样可得到 (φ, z) 坐标系中的 $E-P$ 通量矢量表达式如下：

$$\begin{cases} F(\varphi) = -a \cos \varphi (\bar{u}' v')_k \\ F(z) = a \cos \varphi \frac{fR}{\rho g \sigma p} (\bar{T}' v')_k \end{cases} \quad (39)$$

从(39)式可以看到，若定常行星波的动量通量是向北的，则该定常波的 $E-P$ 通量将向南，若热量通量是向北的，则该定常波的 $E-P$ 通量将向上。

我们利用各波数的动量通量及热量通量就可以计算各波数的 $E-P$ 通量矢量。图 1 表示冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的波数 2 定常行星波的 $E-P$ 通量矢量分布。我们可以看到波数 2 定常行星波所引起的 $E-P$ 通量最大值位于平流层中层，即在 $30^{\circ}-50^{\circ}\text{N}$, 32 公里高度附近，方向指向赤道，这支 $E-P$ 流主要来自中纬度强迫所产生的定常行星波往平流层传播的结果。同样，我们可以发现另一支 $E-P$ 流，它从中纬度对流层下层指向低纬度对流层顶附近。而在中纬度平流层下层， $E-P$ 通量最小。

为了证明上面从理论上所得到的 $E-P$ 通量与波的折射指数的关系，我们在图 2 给出 Q_2 的分布及由 Q_2 的梯度所确定出定常行星波的传播路径（以粗箭头表示，见文献 [4]）。从图 2 可以看到在中纬度平流层下层 Q_2 值最小，并且在极圈附近高纬度地区 Q_2 值为负值。因此，可以看到位于中纬度平流层下层 Q_2 值小的区域把 $E-P$ 流分成两支，这与从 Q_2 值分布所分析得到的结果一致。此外， $E-P$ 通量矢量总是向着 Q_2 的梯度方向折射，并且在 Q_2 值为负的区域，波是不能传播的。

从上面 $E-P$ 流与 Q_2 值的分布可以看到定常行星波的 $E-P$ 通量矢量的分布与波的折射指数的分布密切相关。并且，从冬季北半球地形与热源强迫所产生定常行星波的 $E-P$ 流的分布可以形象地看到冬季北半球定常行星波的传播中存在着两支波导：一支是从中纬度对流层向北传播到高纬度 60°N 附近，再传播到平流层中层，在平流层，波将向南传

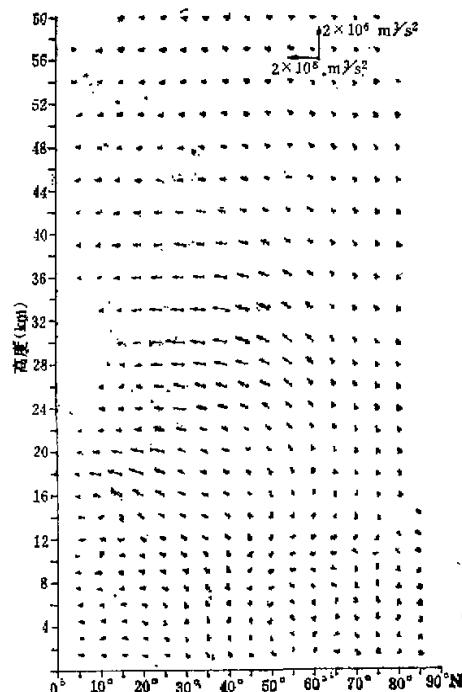


图 1 冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的波数 2 定常行星波的 $E-P$ 通量矢量分布

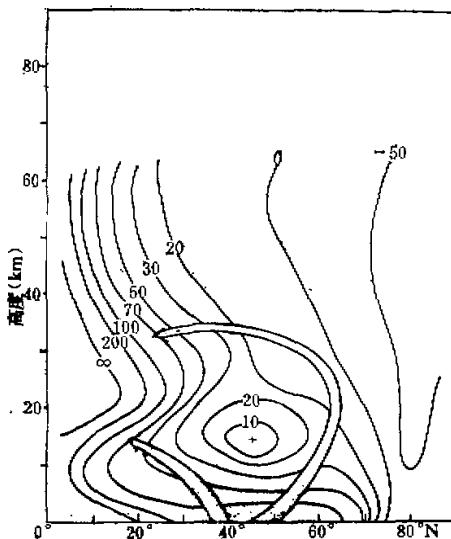


图 2 冬季北半球波数 2 定常行星波的折射指数平方 Q^2 的分布

播；另一支从中纬度对流层中、下层向低纬度对流层上层传播。

五、结 论 与 讨 论

本文首先证明了 β 平面近似下波作用量守恒，得到了波作用通量；即 $E-P$ 通量的一般形式。

本文利用 WKBJ 方法求得了球面大气定常行星波的 $E-P$ 通量与波折射指数的关系，在球面大气中定常行星波的 $E-P$ 通量矢量总是向着 Q_0 梯度方向，它的大小与波的折射指数有关。

本文还利用一个 34 层准地转模式计算了冬季北半球地形与定常热源强迫所产生的定常行星波的 $E-P$ 通量。计算结果不仅表明理论上所得到的结论是正确的，而且表明了冬季受迫定常行星波的 $E-P$ 流将在位于中纬度平流层下层波的折射指数小的区域分成两支，证明了冬季受迫定常行星波在垂直及侧向传播中存在着两支波导。

从方程 (33) 中可以看出当 $\bar{U} = 0$ 时，即基本气流的东西风交界处， $\hat{Q} = 0$ ，这样 $Q_0 \rightarrow \infty$ ，因此 $Q_k \rightarrow \infty$ ，WKBJ 方法不能直接用在这个区域，在这个区域波的特性有待于进一步研究，因此，本文所得的结论在这些区域是不适合的。

参 考 文 献

- [1] Charney, J. G., and P. G. Drazin, 1961, Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 66, 83—110.
- [2] Eliassen, A., and E. Palm, 1961, Propagation of energy in stationary mountain waves, *Geofysiske*

- Publikasjoner, Vol. 22, 1—23.
- [3] Andrews, D. G., and M. E. McIntyre, 1976, Planetary waves in horizontal and vertical shear: the generalized Eliassen-Palm relation and the mean zonal acceleration. *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 33, 2031—2048.
- [4] 黄荣辉, 岸保勤三郎, 1983, 关于冬季北半球定常行星波传播另一波导的研究, 中国科学, B辑, 第10期。
- [5] 黄荣辉, 1984, 球面大气中行星波的波作用守恒方程与用波作用通量所表示的定常行星波传播波导, 中国科学, B辑, 第5期。
- [6] Sato, Y., 1980, Observational estimates of Eliassen and Palm flux due to quasi-stationary planetary waves. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, Vol. 58, 430—435.
- [7] Edmon, H. J. B. J. Hoskins and M. E. McIntyre, 1980, Eliassen-Palm cross section for the troposphere, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 37, 2600—2616.
- [8] Iwashima, T., Analysis of standing in the atmosphere (present at the annual meeting of the Meteorological Society of Japan in March 1981).
- [9] 黄荣辉, 1983, 冬季格陵兰高原对北半球定常行星波形成的作用, 大气科学, 第7卷第4期。

THE RELATION BETWEEN ELIASSEN-PALM FLUX AND REFRACTIVE INDEX OF STATIONARY PLANETARY WAVES IN THE ATMOSPHERE

Huang Ronghui

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, the wave-action conservation in the β -plane approximation case is investigated and the generalized form of the wave-action flux, i.e., Eliassen-Palm flux is obtained. The relation between Eliassen-Palm flux and refractive index of stationary planetary waves in the spherical atmosphere is also obtained.

Eliassen-Palm fluxes due to stationary planetary waves responding to forcing by the northern hemispheric topography and stationary heat sources in winter are computed by using a quasi-geostrophic, 34-level spherical model in this paper. It is demonstrated from the computed results that there are two wave guides in the vertical and lateral propagations of stationary planetary waves in winter, thus, the theoretically obtained relation is demonstrated.