

波包及其与基流相互作用的分析和计算

卢佩生

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文将扰动按线性化位涡方程的谱函数展开,并和用 WKB 方法所得的结果相比较,指出:局地扰动或波包主要由连续谱组成,因而在过了一个相对短暂时段之后,波包中的槽脊线要变成倾斜的,波包要衰减,而且尺度要变短,由按谱展开法与由 WKB 方法所得结果是相互吻合的;但当在经过很长时段之后,由于和离散谱部分相对应的扰动占主要地位, WKB 方法所得结论可能不再成立。其次,在弱非线性理论可应用的范围内,扰动所引起的动量传输、平均经圈环流以及基流的改变都可以较方便地用按谱函数展开的方法求得。文中还计算了一个波包演变及其对基流影响的例子,计算结果十分鲜明地显示出理论分析的结论。

一、引 言

大气中局部地区的扰动可以近似地用波包来表示,从而可以用 WKB 方法来研究其演变过程^[1-7],由此得到了关于扰动传播和演变过程的许多规律性。例如:在正压大气中,位于西风急流南边的导式扰动(槽脊线由西北指向东南),或位于西风急流北边的曳式扰动(槽脊线由东北指向西南),都是随时间增强的;而位于西风急流南边的曳式扰动,或位于西风急流北边的导式扰动,则是随时间衰减的。这些天气范式图在文献[4,8]中已给出。又得到:在演变过程中,扰动在东西方向和南北方向的宽度也在变化(尤其是南北方向上的宽度),增强的槽脊线宽度增加,衰减的扰动宽度缩小。还有,扰动的轴线(槽脊线方向)亦随时间而变化,在急流南边的扰动逐渐变成曳式的,而急流北边的扰动则逐渐变成导式的,而且变得越来越倾斜。可见,虽然那些具有增强结构的波包在最初阶段会有所发展,但若基流的基本结构受扰动影响不大的话,则波包最后总是衰减。至于在斜压大气中,由于基本气流具有水平和垂直切变,情况要复杂得多,然而规律性也是很清楚的,详见文献[7,8]。

无疑,用波包表示和用 WKB 方法所得的结果使我们对天气形势的演变过程有了进一步的认识。但波包表示法和 WKB 方法是一些近似方法,只当扰动是局限于局部地区而且其空间和时间尺度都比基本气流的相应尺度要小得多时才有效。当扰动不是局部性的,则我们至少要用多个波包迭加在一起才能较好地表示出来,从而还得研究波包与波包之间的干涉现象;当扰动宽度(尤其是南北方向上的宽度)过大时,由 WKB 方法得到的某

些结论就可能不对。为了弥补这些缺陷,一个普用的方法是将初值问题的解按谱函数展开,尽管用这种方法不能直接推出上面列举的各项规律性。应当指出,既然任一扰动场都可按谱函数展开,波包亦应如此。因此,利用按谱函数展开的表示法来计算波包的演变过程,并且和用 WKB 方法得到的结果相比较,将是很有意义的。本文将尝试作这样的比较。

其次,扰动对基本气流的反馈作用则是扰动和基流相互作用的另一个方面,是大气环流研究中的基本课题。基于弱非线性理论,相互作用过程可以分为两个单方向作用过程而分阶段来完成,即在研究扰动演变过程时,假定基本气流是已知的和不受扰动的影响,只考虑基流对扰动演变的单方面的作用;而在研究基本气流随时间演变过程时,则取扰动是已知的,只考虑扰动对基流演变的反作用。显然,这里隐含了一个基本假定,即扰动演变过程的时间尺度比基流演变过程的时间尺度要小得多。可见在这种情况下, WKB 方法是适用的。其实,由波包表示法和 WKB 近似法得到的动量传送和热量传送公式都很简明(例见文献[6—8]),从而可以方便地推出扰动对基流影响的一些定性规律。不过,由于扰动在演变过程中,所有特性(波幅、波长、轴线)都随时间改变,要计算动量传输的时间积分就相当困难。反之,假若我们一旦有了谱函数,并将扰动按谱函数展开,则作定量的计算是不复杂的,并且,比较其结果,也是很有益的。本文也将作这样的尝试。

二、扰动按谱函数展开和波包的演变

本工作中,我们取正压准地转模式:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right) q = 0 \quad (2.1)$$

$$q = f_0 + \beta_0 y + \Delta\phi - (f_0/\phi_0)\psi \quad (2.2)$$

其中 $u = -\partial\psi/\partial y$, $v = \partial\psi/\partial x$, f_0 , ϕ_0 和 β_0 取为常数, $\phi_0 \equiv gh_0$, f_0 为标准纬圈的科氏参数, h_0 为等效均质大气高度。

设有平直基本气流 $\bar{u}(y)$ 和 $\bar{v} = 0$, 而 $\bar{\phi}$ 和 $\bar{\psi}$ 分别为基流和扰动流函数。引入特征空间尺度 L^* , 特征时间尺度 T^* 和特征速度 $U^* = L^*/T^*$, 则与(2.1)式相对应的线性化无量纲方程为:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}(y) \frac{\partial}{\partial x}\right) q' + \bar{\beta} \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

其中

$$q' = \Delta\phi' - \mu_0^{-2}\psi' \quad (2.4)$$

$$\bar{q} = 1 + Ro(\beta y - \partial\bar{u}/\partial y - \mu_0^{-2}\bar{\psi}) \quad (2.5)$$

$\bar{\beta} \equiv \frac{1}{Ro} \partial\bar{q}/\partial y$, $\mu_0^{-2} = (L^*/L_0)^2$, $L_0^{-1} \equiv f_0/\phi_0$, $Ro = U^*/f_0 L^*$ 即 Rossby 数, (2.3) —

(2.5) 式中所有各量均应理解为无量纲量。

在文献[9]¹⁾中详细讨论了(2.3)式的谱和谐函数,其中取了下列边界条件:

1) 这工作最早在 1984 年 5 月第二次全国计算流体力学会议上报告过,见该会议论文集: 卢炳生、卢理、曾庆存, 二维切变基流上的特征波动和扰动演变过程的计算(礼印本)。

$$\phi'(x, 0, t) = \phi'(x, 1, t) = 0 \quad (2.6)$$

令

$$\phi' = e^{im(x-ct)}\varpi(y) \quad (2.7)$$

代入 (2.3) 和 (2.6) 式, 得下列特征值问题:

$$[\bar{u}(y) - c] \left(\frac{\partial^2 \varpi}{\partial y^2} - \mu^{-2} \varpi \right) + \bar{\rho} \varpi = 0 \quad (2.8)$$

$$\varpi(0) = \varpi(1) = 0 \quad (2.9)$$

其中 $\mu^{-2} \equiv m^2 + \mu_0^{-2}$, 文献[9]的结果是: 存在着可数个离散谱 $c_k (k = 1, 2, 3, \dots)$ 和连续谱区 $\bar{u}_{\min} \leq c \leq \bar{u}_{\max}$, 记相应的谱函数为 $\varpi_k(y)$ 和 $\varpi(y; c)$, 则满足方程 (2.3) 和边界条件 (2.6) 的任一解可表为

$$\begin{aligned} \phi'(x, y, t) = & \sum_{k=1,2,\dots} A_k \varpi_k(y) e^{im(x-ct)} \\ & + \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} A(c) \varpi(y; c) e^{im(x-ct)} dc = \phi'_d + \phi'_c \end{aligned} \quad (2.10)$$

注意, 解 (2.10) 是假定扰动沿 x 方向为单一的简谐波, 其波数为 m ; 否则, 我们应该考虑所有的简谐波的叠加, 即还需对 m 求和 (福氏级数) 或积分 (福氏积分), 此时特征波动 (2.7) 中的相速 c_k 和谱函数 ϖ 自然还应该依赖于 m , 即有 c_{mk} , $\varpi_{mk}(y)$ 和 $\varpi_m(y; c)$, 相应地在展开式 (2.10) 中系数 A_k 和 $A(c)$ 亦应记作 A_{mk} 和 $A_m(c)$, 即依赖于 m . 由于对 m 的求和或积分对问题的分析没有本质性的影响, 我们以后就只分析解 (2.10).

按照文献[9]的分析和卢理¹⁾的数值计算可知: 离散谱对应的谱函数 $\varpi_k(y)$ 在全区间 $0 \leq y \leq 1$ 均表现为具有波动的结构; 但和连续谱对应的谱函数 $\varpi(y; c)$ 却往往具有局地性质, 即在一定区域之外其绝对值非常小 (可参阅文献[9]中 $\varpi(y; c)$ 的图形). 由此可见, 如果将波包 (或即在 y 方向上局限于一定区域内的扰动) 按谱函数展开 (即写成 (2.10) 形式), 则其主要部份将是和连续谱对应的部份, 即 $\phi' \approx \phi'_c$. 特别是, 如果展式中还有一个主分量, 即 $|A(c)|$ 在 $c = c_0$ 时有最大值, 而随着 $|c - c_0|$ 的增加而迅速减小, 在 $|c - c_0| \geq \varepsilon$ 时可忽略不计, 记 $c - c_0 = \delta$, 和 $\varpi(y; c) = |\varpi(y; c)| e^{i\alpha(y; c)}$, 就有:

$$\begin{aligned} \phi'_c &= \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} A(c) |\varpi(y; c)| e^{i[\alpha(y; c) + m(x-ct)]} dc \\ &\approx e^{i[\alpha(y; c_0) + m(x-c_0 t)]} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} A(c) |\varpi(y; c)| e^{i \left[\frac{\partial \alpha}{\partial c} - im \right] \delta} d\delta \\ &\approx B(y; \varepsilon t) e^{i[\alpha(y; c_0) + m(x-c_0 t)]} \end{aligned} \quad (2.11)$$

这和由 WKB 方法导出的波包演变公式在形式上几乎完全一致.

在文献[9]中已证明: 当 $t \rightarrow \infty$ 时, (2.10) 式中和连续谱对应的部份 $\phi'_c \rightarrow 0$, 最后只剩下和离散谱对应的部份 ϕ'_d . 由此可知, 不管初始结构如何, 波包最后总要进入衰减阶段. 这和由 WKB 方法得到的结论一致. 只是在过了很长时段之后, 如果基流具有不稳定结构, 而和波包对应的扰动在不稳定特征波动 (c_k 的虚数部份为正) 的投影不为零, 则这部份会发展起来. 所以, 当超过一定时限之后, WKB 方法可能失效.

1) 卢理, 正压位涡度方程的谱和扰动的传播问题, 中国科学技术大学毕业论文, 1983 年 6 月.

三、扰动对基流演变过程的影响

将(2.1)式沿 x 方向平均,即得描述基流函数 $\bar{\phi}(y, t)$ 的演变过程的方程,其无量纲形式为:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \mu_0^{-2}\right) \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{v'q'}}{\partial y} = +\frac{\partial^2}{\partial y^2} \overline{u'v'} \quad (3.1)$$

边界条件可由对初始方程的分析推出,我们这里不拟给出。(3.1)式明显地表明,扰动对基流的影响是通过扰动引起的动量南北方向的输送过程来实现的。

为了更清楚地说明扰动对基流影响的物理本质,本文中我们将不求解(3.1)式,而宁愿直接利用对运动方程的分析,将无量纲量按罗斯贝数 R_0 展开

$$\begin{cases} \bar{u} = \bar{u}_0 + R_0 \bar{u}_1 + \dots \\ \bar{v} = R_0 \bar{v}_1 + \dots \\ \bar{\phi} = \bar{\phi}_0 + R_0 \bar{\phi}_1 + \dots \end{cases} \quad (3.2)$$

代入原始方程,取一级近似,就得到下列运动方程和连续方程:

$$\frac{\partial \bar{u}_0}{\partial t} = \bar{v}_1 - \frac{\partial \overline{u'_0 v'_0}}{\partial y} \quad (3.3)$$

$$\bar{u}_0 = -\frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial y} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}_0}{\partial t} + \mu_0^2 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial y} = 0 \quad (3.5)$$

以后我们将 $\bar{u}_0$, $\bar{v}_1$ 和 $\bar{\phi}_0$ 分别改记为 $\bar{u}$, $\bar{v}$ 和 $\bar{\phi}$ 。

(3.4)式即是地转风关系,(3.3)式清楚地表明,基流 $\bar{u}$ 随时间的变率是两部份之和:一是由扰动导致的动量通量的辐合直接引起的(即 $-\frac{\partial \overline{u'_0 v'_0}}{\partial y}$),另一项则是在科氏力作用下通过平均经圈环流 $\bar{v}$ 来实现的。但 $\bar{v}$ 也是由扰动所诱生的,所以也是扰动的影响。如果由(3.3)–(3.5)式消去 $\bar{v}$ 和 $\bar{\phi}$,并令 $\bar{\phi} = \bar{\phi}$,就可立得(3.1)式,于是得到扰动对基流的总合影响。倘若我们想分别分析上面所说的直接影响和间接影响,就还应由(3.3)–(3.5)式消去 $\bar{u}$, $\bar{\phi}$,推出关于 $\bar{v}$ 的方程,它是:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \mu_0^{-2}\right) \bar{v} = -\mu_0^{-2} \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (3.6)$$

边界条件就是

$$\bar{v}(0, t) = \bar{v}(1, t) = 0 \quad (3.7)$$

解之得:

$$\bar{v}(y, t) = \int_0^1 G(y, y') \frac{\partial M(y', t)}{\partial y'} dy' \quad (3.8)$$

其中

$$G(y, y') = \begin{cases} \text{sh}(1-y) \cdot \text{sh} y' / \text{sh} 1 & (y' \leq y) \\ \text{sh}(1-y') \cdot \text{sh} y / \text{sh} 1 & (y' > y) \end{cases} \quad (3.9)$$

$$M(y', t) \equiv \overline{u'v'} \quad (3.10)$$

若有一离散谱 c_k 为实数, 即为中性波, 则因其槽脊线不倾斜, 从而不引起动量输送, $M = 0$, 对基流无影响, 也不诱导出平均经圈环流; 若有一离散谱 c_k' 为复数, 即为发展波或衰减波, 因其槽脊线是倾斜的, 引起动量输送, 且有 $\partial M / \partial y' \neq 0$, 故会影响基流, 同时诱导出平均经圈环流。关于离散谱的情况, 已有文献作过详细讨论, 我们这里不再分析。下面只分析一下连续谱部份。除个别时刻外, 它总引起动量输送, 诱导出平均经圈环流, 影响基流。在文献[9]中已证明, 在(2.10)式中可以应用积分号下求微商的法则。注意, 因在连续谱 $\bar{u}_{\min} \leq c \leq \bar{u}_{\max}$ 区, $\Psi(y; c)$ 总是实函数, 今记

$$A(c) = A_r(c) + iA_i(c)$$

由(2.10)式可知, 连续谱部份对应的 u' , v' 各为

$$u' = \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} \frac{\partial \Psi(y; c)}{\partial y} [A_r(c) \cos m(x - ct) - A_i(c) \sin m(x - ct)] dc \quad (3.11)$$

$$v' = \int_{\bar{u}_{\min}}^{\bar{u}_{\max}} m \Psi(y; c') [-A_i(c') \cos m(x - c't) - A_r(c') \sin m(x - c't)] dc' \quad (3.12)$$

故得

$$\begin{aligned} M_c(y; t) &\equiv \frac{m}{2\pi} \int_0^{2\pi} u'v' dx \\ &= -\frac{1}{2} \int_{(\bar{u}_{\min})}^{(\bar{u}_{\max})} m \Psi(y; c) \frac{\partial \Psi(y; c)}{\partial y} [R_1(c, c') \cos m(c - c')t \\ &\quad + R_2(c, c') \sin m(c - c')t] dc dc' \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} N_c(y; t) &= -\frac{1}{2} \int_{(\bar{u}_{\min})}^{(\bar{u}_{\max})} m \Psi(y; c) \frac{\partial \Psi(y; c)}{\partial y} \left\{ R_1(c, c') \frac{\sin m(c - c')t}{m(c - c')} \right. \\ &\quad \left. + R_2(c, c') \frac{[1 - \cos m(c - c')t]}{m(c - c')} \right\} dc dc' \end{aligned} \quad (3.14)$$

其中

$$\begin{cases} R_1(c, c') \equiv A_r(c)A_i(c') - A_i(c)A_r(c') \\ R_2(c, c') \equiv A_r(c)A_r(c') + A_i(c)A_i(c') \end{cases} \quad (3.15)$$

注意到: 若有某个 $c - c' = 0$, 则因(3.14)式右端方括号内的函数为零, 奇点也只会由 $\partial \Psi(y; c) / \partial y$ 决定, 故(3.14)式右端是可以积分的。而且, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $M_c \rightarrow 0$, 和 N 有界, 故得 $\bar{v} \rightarrow 0$, 且由扰动影响导致的基流的总改变为有限, 即

$$\bar{u}(y, \infty) - \bar{u}(y, 0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\int_0^t \bar{v}(y, t) dt - \frac{\partial N(y, t)}{\partial y} \right] \quad (3.16)$$

其中

$$\int_0^t \bar{v}(y, t) dt = \int_{y'}^{y''} G(y, y') \frac{\partial N(y', t)}{\partial y'} dy' \quad (3.17)$$

这是可以理解的。因为由连续谱部份表示的扰动有有限的能量, 当 $t \rightarrow \infty$ 时它全部为基流所吸收, 故基流所增加的能量只是这有限的份量。

四、波包演变过程的计算

卢理曾利用有限差分方法, 计算了许多情况下的谱和谱函数. 本文将应用其中的一些结果. 取 $L^* = L_0$, f_0 和 β_0 取为北纬 20° 处的值, $\bar{u} = 1 + y$ 和 $m = 1$, 对应于连

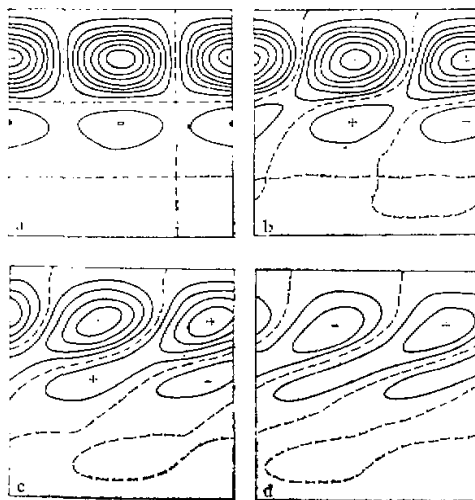


图 1 扰动随时间的变化.

横坐标为 x , 纵坐标为 y . a、b、c、d 分别为 $t = 0, 4, 8, 12$

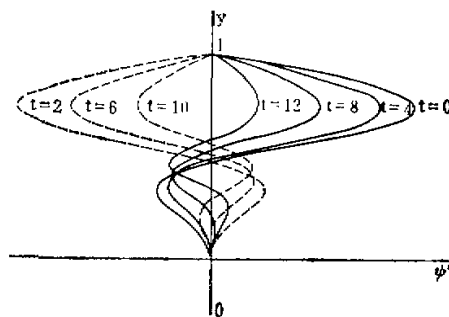


图 2 $x = 0$ 处的扰动剖面

续谱区的一些计算谱(被歪曲为离散谱)和谱函数如表 1. 其中将 $\Psi_r(y_j)$ 简记作 Ψ_{rj} , $y_j = 1 - j\Delta y$; $\Delta y = 1/24$, $j = 0, 1, 2, \dots, 24$ (在卢理的计算中有很高的精度, 作差分计算时, 在区间 $0 \leq y \leq 1$ 的格点数比 25 大得多, 和连续谱区对应的计算谱也比表 1 中列出的多得多). 由表 1 也可以看到, 当 r 越大时, Ψ_{rj} 只在很小的区间才不为零, 具有明

显的局部扰动的特征。

对应于连续谱部分的扰动可以近似地表为:

$$\begin{aligned}\psi'_c &= \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} A(c) \Psi(y; c) e^{im(x-ct)} dc \\ &\approx \sum_r A_r \Psi_r(y) e^{im(x-c_r t)} \Delta c\end{aligned}\quad (4.1)$$

其中 $A_r \equiv A(c_r)$, $\Psi_r(y) \equiv \Psi(y; c_r)$. 令 $A_r \Delta c = a_r$, 并取 a_r 为实数, 则 (4.1) 式两边的实数部份为:

$$\psi'(x, y_j, t) = \sum_{r=7}^{27} a_r \Psi_{rj} \cos m(x - c_r t) \quad (4.2)$$

其中我们已取了 r 由 7 变至 27, 即取表 1 中列出者. 在计算中我们还取了

$$a_r = b \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp[-(0.2)^2(r-17)^2] \quad (4.3)$$

即主波为 $r = 17$. a_r/b 亦列于表 1 中. $2b = 10^{-3}$.

图 1 为按 (4.2) 和 (4.3) 式计算得到的结果. 当 $t = 0$ 时, 扰动呈“中性”, 扰动轴线为南北指向. 当 $t > 0$ 时, 随着时间的推移, 轴线成为曳式(由东北指向西南), 扰动强度越来越弱. 图 2 是 $x = 0$ 处的剖面图. 扰动强度以及 y 方向的尺度随时间的减小都十分明显. 所有这些都和 WKB 方法所得结果完全一致. 要注意的是, 当 t 很大时, 用近似式 (4.1) 破坏了原来积分式的一些性质, 由此不可能得到 $t \rightarrow \infty$ 时 $\psi' \rightarrow 0$.

取 $L^* = 3 \times 10^6$ 米, $U^* = 10$ 米/秒, 得 $T^* = 3 \times 10^5$ 秒. 无量纲周期 $t = 4$ 相当于有量纲周期为 $t = 12 \times 10^5$ 秒 ≈ 12 天. 且由图 1—2 可见, 扰动的衰减是相当缓慢的. 当 $t = 8$ (24 天), 波幅才减半.

五、动量通量、平均经圈环流及基流改变的计算

取 (4.2) 式, 并注意到 $u' = -\partial \psi' / \partial y$, $v' = \partial \psi' / \partial x$, 就有

$$M(y_{j-\frac{1}{2}}, t) = \frac{1}{4\Delta y} \sum_{r=7}^{27} \sum_{i=7}^{27} a_r a_i (\Psi_{r,i-1} + \Psi_{r,i}) (\Psi_{i,i-1} - \Psi_{i,i}) \sin(c_r - c_i)t$$

$$\begin{aligned}N(y_{j-\frac{1}{2}}, t) &= \frac{1}{4\Delta y} \sum_{r=7}^{27} \sum_{i=7}^{27} a_r a_i (\Psi_{r,i-1} + \Psi_{r,i}) (\Psi_{i,i-1} \\ &\quad - \Psi_{i,i}) \frac{1 - \cos(c_r - c_i)t}{c_r - c_i}\end{aligned}$$

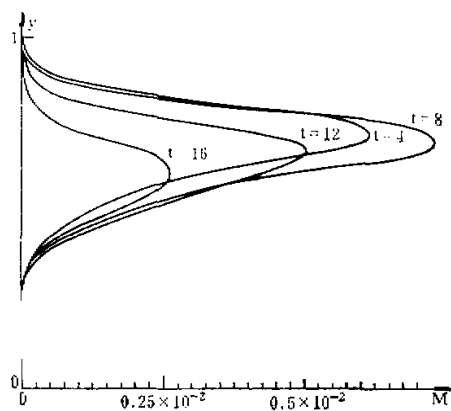
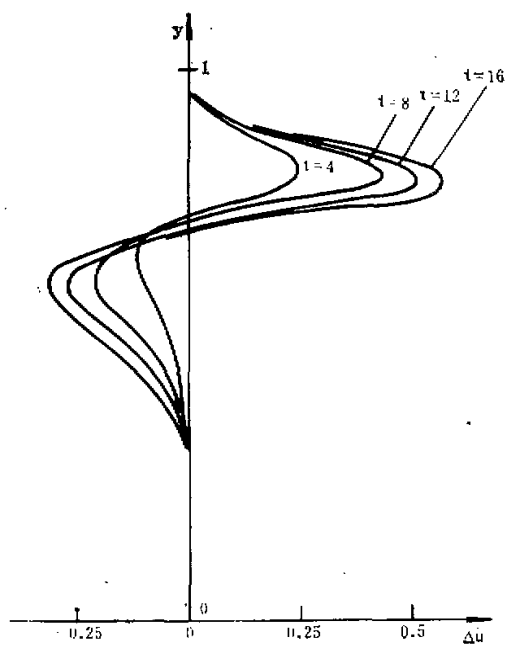
$$\bar{v}(y_j, t) = \sum_{l=1}^{23} G_{jl} [M(y_{l-\frac{1}{2}}, t) - M(y_{l+\frac{1}{2}}, t)]$$

其中

$$G_{jl} = \begin{cases} [\text{sh}(1 - y_l) \cdot \text{sh} y_l] / \text{sh} 1 & (\text{当 } l \geq j) \\ [\text{sh}(1 - y_l) \cdot \text{sh} y_j] / \text{sh} 1 & (\text{当 } l < j) \end{cases}$$

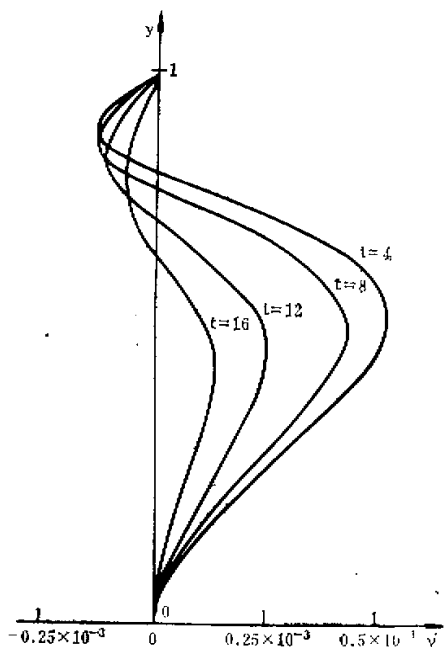
$$\bar{u}(y_j, t) - \bar{u}(y_j, 0) \equiv \Delta \bar{u}(y_j, t) = \Delta_1(y_j, t) + \Delta_2(y_j, t),$$

其中

图 3 动量传输 M 的变化图 4 基流随时间的改变 $\Delta \bar{u}$

$$\Delta_1(y_j, t) = \frac{1}{\Delta y} [N(y_{j+\frac{1}{2}}, t) - N(y_{j-\frac{1}{2}}, t)]$$

$$\Delta_2(y_j, t) = \sum_{l=1}^{23} G_{j,l} [N(y_{l-\frac{1}{2}}, t) - N(y_{l+\frac{1}{2}}, t)]$$

图5 平均经圈环流 $\bar{v}$ 的变化

$$j = 1, 2, 3, \dots, 23$$

由此计算得不同时刻 ($t = 0, 4, 8, 12, 16, \dots$) 的 M 、 $\bar{v}$ 和 $\Delta\bar{u}$ 分布如图 3—5。

由图可见, 由于 $t = 0$ 时扰动轴线不倾斜, 不传输动量, 故有 $M = \bar{v} = 0$ 。后来槽脊线变成曳式的, 由于斜槽向北传输动量, 故有 $M > 0$, 它先随时间增大, 然后由于扰动的减弱而又减小。在扰动中心以北, 有动量通量的辐合, 所以有 $\Delta_1 > 0, \bar{v} < 0$; 而在扰动中心以南, 有动量通量的辐散, 所以有 $\Delta_1 < 0, \bar{v} > 0$ 。由于 $\bar{v}$ 很小, 在本例子中 $\Delta\bar{u}$ 主要由 Δ_1 决定, 即由动量通量的辐散辐合直接作用所决定, 所以我们有 $\Delta\bar{u} \approx \Delta_1$; 在扰动中心以北有西风急流增强, 以南有西风急流减弱。这些与由 WKB 方法所得的结论也是一致的。

回到有量纲量中, 在本例子中初始时刻的 $|v'|_{\max} \approx 0.8$ 米/秒, $|u'|_{\max} \approx 6$ 米/秒 (初始基流的最大和最小值分别是 20 和 10 米/秒), 所诱导出来的 $\bar{v}$ 只有 0.0005 米/秒; 而在 $t = 12$ (≈ 35 天) 内基流增强约 5 米/秒。由于基流改变较慢, 可见在本例子中弱非线性理论是适用的。

致谢: 作者对袁重光同志在本工作中的帮助及与曾庆存同志的讨论表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 刘式适、杨大升, 1979, 气象学报, 37 卷, 14—27 页。
- [2] 曾庆存、卢佩生, 1980, 中国科学, 12 期。

- [3] 陈久康, 1980, 气象科学, 1 卷, 1—2 期.
- [4] 卢佩生, 曾庆存, 1981, 大气科学, 5 卷, 1 期.
- [5] 卢佩生, 1981, 气象学报, 39 卷, 2 期.
- [6] Zeng Qing-cun, 1982, *J. Met. Soc. Japan*, vol. 60, No. 1.
- [7] Zeng Qing-cun, 1983, *J. A. S.*, vol. 40, No. 1.
- [8] 曾庆存, 卢佩生, 1983, 气象, 11 期.
- [9] 卢佩生, 卢理、曾庆存, 1986, 中国科学 B 辑, No. 10.

AN ANALYSIS AND CALCULATION OF EVOLUTIONARY PROCESS OF WAVE PACKET AND ITS INFLUENCE ON THE BASIC FLOW

Lu Peisheng

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

In order to investigate evolutionary process the disturbance is expanded into a series of spectral functions associated with the linearized potential vorticity equation, which is compared with the results obtained by using the WKB method. It is pointed out, that a local disturbance or a wave packet is chiefly made up of the integral of continuous spectra, and therefore, after a relatively short time, the wave packet becomes a decaying one, its trough-ridge lines become more and more tilted and its scale becomes smaller and smaller. These results are in agreement with those obtained by the WKB method. However, after a very long time the component associated with the discrete spectra becomes dominant, and the results obtained by WKB method might no longer be valid. Besides, in the range of validity of weakly nonlinear theory the momentum transport, the mean meridional circulation and acceleration (or deceleration) of the mean flow caused by the disturbance is easily calculated by using the spectral function method. An example of evolution of a wave packet and its influence on the basic flow is also calculated and analyzed. This example demonstrates very clearly all the theoretical conclusions.