

应用 δ 函数计算云层反射率的改进

朱 迅

(美国华盛顿大学大气科学系)

提 要

本文在运算量不变的前提下,对计算云层反射率的一个模式作了改进,提高了计算精度。

太阳辐射在云层中的传输过程可看成是一个多重散射过程。叶维作^[1]证明了对大滴 Mie 散射问题中两种常用的近似模式(即二流模式和 Shettle-Weinman 模式^[2])的相函数都可采用 δ 函数来加以表示。同时他结合 Joseph, Wiscombe 和 Weinman^[3] 给出的相函数把二流模式解得的辐射强度作为源函数代回到传输方程中去。由于这一过程考虑到了多重散射效应,反可以用简单的计算公式得到了更精确的云层反射率。然而,由于 Mie 散射近似相函数(Henyey-Greenstein 相函数)按勒让德函数展开时收敛很慢,故该模式在光学厚度很小时($\tau^* \leq 1$)还是存有较大误差($>9\%$)。本文通过对于 δ 函数逼近 H-G 函数过程的分析,部分地改进了叶维作的计算模式,从而进一步提高云层反射率的计算精度。

对于 H-G 函数可经方向角平均之后按勒让德函数表示成[叶维作^[1]中的公式(27)]

$$\bar{P}_{H-G}(\mu, \mu') = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) g^n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (1)$$

同时我们知道, δ 函数亦可按完备正交基展开成级数形式,从而有

$$\delta(\mu - \mu') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)}{2} P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (2)$$

由于展开式(1)和(2)的形式相类似,我们可以用 $2g^s \delta(\mu - \mu')$ 来逼近相函数的任意一项,于是有

$$\bar{P}_s(\mu, \mu') = 2g^s \delta(\mu - \mu') + (1 - g^s) + 3g(1 - g^{s-1})\mu\mu', \quad (s = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

在(3)式中令 $s=1$ 和 $s=2$ 是叶维作引进的相函数的近似表达式[文献[1]中的表达式(10)和(32)]。把(2)式代入(3)式并与(1)式比较可知, $s=1$ 时,近似表达式的前两项与 H-G 相函数相同。而 $s=2$ 时,则前三项相同。由于在实际大气中 g 值接近于 1, 因此(1)式收敛很慢。鉴于这一事实,本文对逼近函数作了修改。计算结果表明在某些情况下取 $s > 2$ 能得到更高的精度。

对于近似表达式 (3) 当 $s > 1$ 时的误差为

$$\bar{P}_s(\mu, \mu') - \bar{P}_{H-C}(\mu, \mu') = \sum_{\substack{n=2 \\ n \neq s}}^{\infty} (2n+1)(g' - g_n)P_n(\mu)P_n(\mu'),$$

$$(s = 2, 3, 4, \dots) \quad (4)$$

当 $s = 2$ 时, (4) 式中所有的系数都为正, 而 $s = t > 2$ 时, (4) 式中有 $(t-2)$ 项的系数为负。

遵照文献 [1] 中的步骤把相函数 (3) 式及二流近似的辐射强度代回到传输方程中, 得到

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = -I(1 - g') + A\tau + B \quad (5)$$

其中

$$A = (1 - g')nl \quad (6)$$

$$B = \frac{1}{2} [(1 - g' + 3g(1 - g'^{-1})\mu n \tau^*)(1 - \tau^*nl) - \frac{3}{2}g(1 - g'^{-1})\mu] \quad (7)$$

式中的 n 和 l 的定义与文献 [1] 中的相同:

$$n = \frac{1-g}{1+2}, \quad l = \ln \frac{1+\tau^*n}{\tau^*n} \quad (8)$$

这时相应的云层反射率计算公式为

$$a_s(\tau^*, \mu) = \frac{A\mu}{(1-g')^2} [(k-1) + e^{-k}] + \frac{B}{1-g'} (1 - e^{-k}) \quad (9)$$

其中

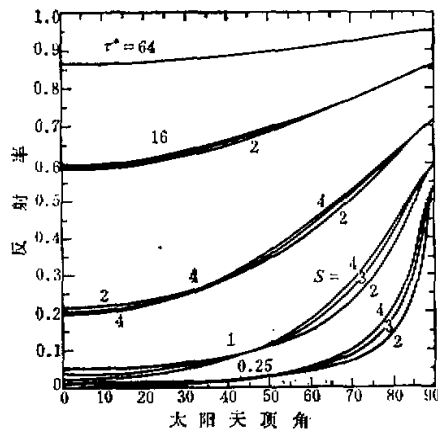
$$k = \frac{(1-g')\tau^*}{\mu} \quad (10)$$

表 1 给出了当 $g = 0.75$ 时, s 分别取 2, 3, 4 的云层反射率 (记为 a_2, a_3, a_4), V 代表 Van de Hulst 的精确结果 (取自 Liou^[4]), 模式 m 是取模式 a_2, a_3, a_4 三种计算值的平均所得, 即 $a_m = (a_2 + a_3 + a_4)/3$ 。百分号下面列的是相对误差, 负值表明计算值小于精确值。叶维作的改进模式对应于 $s = 2$ 。由表 1 给出的结果来看, 当光学厚度很大时 ($\tau^* \geq 4$) 各种模式的计算误差都很小。当光学厚度很小时 ($\tau^* \leq 1$) 叶维作的改进模式误差变得较大。此时对应于 $s = 3$ 的模式计算的结果较好, 最大误差比叶维作的改进模式减小将近一半。从表 1 我们可以看出, 模式 a_4 适合于计算太阳高度角很低时 ($\mu \sim 0.1$) 的反射率。对其他情形则 a_m 给出较高的精度。

图 1 给出了非对称因子 $g = 0.848$ 时对应于不同 s 的云层反射率 a_s 和太阳高度角及光学厚度之间的关系。从图 1 我们可以清楚地看到当 τ^* 很大时, 三种模式结果基本一致。而 τ^* 较小时 ($\tau^* < 4$), a_3 和 a_4 相对于 a_2 出现显著的摆动偏差。与文献 [1] 中的图 4 相比较我们看到, 这种摆动刚好能部分地消除该模式中的误差, 从而与精确值比更为接近。

表 1 云层反射率 ($g = 0.75$)

μ \ τ^*		0.25		1		4		16	
	s		(%)		(%)		(%)		(%)
0.9	v	0.0225		0.0967		0.3482		0.7072	
	2	0.0261	15.92	0.1056	9.19	0.3642	4.58	0.7307	3.33
	3	0.0207	-7.90	0.0952	-1.50	0.3657	5.01	0.7332	3.68
	4	0.0168	-25.12	0.0887	-8.26	0.3678	5.63	0.7344	3.84
	m	0.0212	-5.70	0.0965	-0.19	0.3659	5.07	0.7328	3.67
0.5	v	0.0718		0.2405		0.5193		0.7866	
	2	0.0688	-4.16	0.2264	-5.87	0.5300	2.07	0.8084	2.77
	3	0.0757	5.46	0.2410	0.21	0.5391	3.81	0.8098	2.94
	4	0.0806	12.29	0.2501	3.99	0.5436	4.67	0.8104	3.03
	m	0.0750	4.53	0.2392	-0.56	0.5376	3.51	0.8095	2.91
0.1	v	0.4161		0.5815		0.7325		0.8810	
	2	0.3188	-23.38	0.5448	-6.31	0.7256	-0.94	0.8860	0.57
	3	0.3612	-13.20	0.5541	-4.71	0.7275	-0.68	0.8863	0.60
	4	0.3848	-7.51	0.5579	-4.06	0.7284	-0.56	0.8865	0.62
	m	0.3549	-14.70	0.5523	-5.03	0.7272	-0.72	0.8863	0.60

图 1 云层反射率 $a_c(\tau^*, \mu)$

本文在保证辐射计算简化的前提下,改进了叶维作提出的模式,进一步提高了计算精度。文中所述关于 δ 函数逼近 H-G 相函数的方法,亦可应用到其他类似的模式中去。

参 考 文 献

- [1] 叶维作, 1985, 大气科学, 第9卷第四期, 347—357.
- [2] Shettle, E. P., and Weinman, J. A., 1970, *J. Atmos. Sci.*, 27, 1048—1055.
- [3] Joseph, J. H., Wiscombe, W. J., and Weinman, J. A., 1976, *J. Atmos. Sci.*, 33, 2452—2459.
- [4] Liou, Kuonan, 1973, *J. Atmos. Sci.*, 30, 1303—1326.

IMPROVEMENTS IN THE CALCULATIONS OF CLOUD ALBEDO BY δ FUNCTION

Zhu Xun

(Department of Atmospheric Sciences, University of Washington, U. S. A.)

Abstract

The accuracy of a model for calculating the albedo and transmissivity of clouds is improved, though the calculation is computationally equivalent to the preceding model.

会议报道

简 讯

中国光学学会“激光大气传输与工程应用专题讨论会”于 1986 年 12 月 22 日至 25 日在成都电讯工程学院召开。参加会议的包括长期从事激光大气传输研究工作的安徽光机所、大气物理所、光电技术所、华东师范大学、武汉大学和成都电讯工程学院等院、所,以及对该专题有浓厚兴趣的部分应用部门共 22 个单位的五十余位专家、学者。与会者回顾了我国近年来在激光大气传输方面所做的研究工作,对一些共同感兴趣的问题展开了讨论,并根据我国科学技术发展的形势,讨论了本领域研究工作的方向。会议学术空气浓厚,自始至终气氛十分热烈。

与会者一致认为,激光大气传输研究工作正越来越占据一个重要地位,研究队伍也在不断地扩大。采用专题讨论会的形式是研究工作者之间相互交流、学习和磋商的好办法。会议建议两年后在合肥市再次召开同样的专题讨论会,并建议把学术领域扩大到大气光学的范围。

会议期间,部分专家参加了对科学院基金会资助课题“CO₂ 激光各谱线在我国典型地区传输特性的实地测试”的评议,该课题是由成都电讯工程学院应用物理研究所承担的。

(吴健)