

大气平衡态的动力特征

I: 多平衡态的共面和非共面性质*

吴国雄

董步文

(LASG, 中国科学院大气物理研究所)

(兰州大学地理系)

提 要

本文设计了一个有地形、强迫源和摩擦耗散的球面正压低阶模型来研究大气平衡态的动力特征。在相空间中, 存在各平衡态共存的非线性作用曲面、角动量平面和强迫耗散球面。多平衡态的共面特征反映着大气运动的全局行为。指出大气运动的非线性特征只为多平衡态的存在提供可能性, 但不提供必然性。动能和位涡拟能的分析表明, 不同平衡态处在不同的能级, 具有不同的拟能态, 在相空间上位于不同的能量球面上。了解各态间的动力差异有助于理解大气运动向定常态收敛和产生振荡的物理原因。这将在第II部份深入讨论。

关键词: 大气平衡态; 动力特征; 拟能态。

一、引 言

1960年, Lorenz^[1]采用尽可能简化的低阶模式(LOM)去研究大气内在的动力过程。Veronis(1963)^[2]根据Lorenz最大简化原则设计LOM去研究海洋中的风吹流, 首先发现在足够强的风应力下, 定常态方程存在多值解; 时间积分曲线或直接向定常解收敛, 或在定常解附近出现振荡, 或进入周期性极限环。Charney和Devore(1979, 下称CD)^[3]在准地转 β 平面近似的正压模型中发现大气也存在多值平衡态的特征, 并把双稳态与大气中的高、低西风指数联系起来。Källen(1981)^[4]利用不同平衡态研究了山脉力矩的演变。朱正心和朱抱真(1982)^[5]根据超长波的性质对两层地转模式进行简化, 得到多平衡态解的解析表达式, 指出阻塞形势可能是当流场与纬向加热强迫源接近于准共振态时, 准稳定超长波的一种非线性平衡态。李麦村和罗哲贤(1983)^[6]利用LOM的非线性特征去解释大气环流的季节性突变。金飞飞和朱抱真(1986)^[7-9]利用两层准地转LOM去研究强迫波、瞬变波与纬向气流的非线性相互作用, 解释了高低指数特征流型的维持和转换。近代非线性动力学的发展大大加深了我们对大气的强迫、耗散运动的认识。

本项研究的目的在于了解非线性强迫耗散系统中平衡态的动力性质, 分析大气状态向稳定平衡态转移的规律。利用本文第二节设计的球面正压LOM, 第三节首先讨论守恒系统中地形波的稳定性问题。第四节对多平衡态作一般描述。第五、第六节分别讨论多平衡态的共面和非共面动力性质。关于稳定平衡态的吸引机制和大气的振荡机制将另文在第二部分发表。

1987年8月6日收到, 1988年4月12日收到修改稿。

*国家自然科学基金资助项目。

二、球面低阶模型

经无量纲化的正压涡度方程可写成^[10]

$$\nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathbf{J}(\psi, \nabla^2 \psi) - \mathbf{J}(\psi, \eta) - 2\beta' \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} - R \nabla^2 \psi + S, \quad (1)$$

式中 $\beta' = \frac{L}{a}$, $\eta = h'/H$, $R = \frac{f_0}{\Omega H} \left(\frac{k}{2f_0} \right)^{1/2}$, a 为地球半径, L 为运动尺度, h' 为山高, H 表示大气的标高, k 是涡动粘性系数, S 代表涡度强迫源. 无量纲的拉普拉斯和雅可比算符为

$$\nabla^2 = a^2 \nabla'^2, \mathbf{J}(A, B) = a^2 \mathbf{J}'(A, B), \quad (2)$$

其它符号为一般气象常用. 利用球谐函数对 ψ 、强迫源 S 和地形 η 进行展开. 根据最大简化原理, 为与 CD 的研究对应, 我们取

$$\psi(\lambda, \varphi; t) = A_2^0(t) P_2^0(\sin \varphi) + A_3^2(t) \cos 2\lambda P_3^2(\sin \varphi) + B_3^2(t) \sin 2\lambda P_3^2(\sin \varphi), \quad (3)$$

$$\begin{cases} S(\lambda, \varphi) = -\nabla'^2 Q(\lambda, \varphi), \\ Q(\lambda, \varphi) = \bar{Q} P_2^0(\sin \varphi) + Q^* \cos 2\lambda P_3^2(\sin \varphi), \end{cases} \quad (4)$$

$$\eta(\lambda, \varphi) = h_3^2 \cos 2\lambda P_3^2(\sin \varphi). \quad (5)$$

为便于与斜压模型中的牛顿加热比较, 取南北向温差 $\bar{T}$ 和东西向温差 T^* 表征 $\bar{Q}$ 和 Q^* :

$$\bar{Q} = \mu \bar{T}/T_s, \quad Q^* = \mu T^*/T_s, \quad (6)$$

式中 μ 为常数, $T_s = 2f_0 \Omega L^2 R^{-1} r^{-1}$ 为斜压大气的温度度量, r 为牛顿冷却系数. 在模型中取 $h_3^2 < 0$, 对应的海陆分布由图 3a 表示. 因而 $Q^* > 0$ 代表冬季“海面”的正涡源, $Q^* < 0$ 代表夏季陆地上的正涡源. 而 $\bar{Q} > 0$ 代表着西风基流的强迫源. 把 (3)–(5) 式代入 (1) 式, 得到谱系数的预报方程

$$\begin{cases} \dot{A}_2^0 = -RA_2^0 + hB_3^2 - \bar{Q}, \\ \dot{A}_3^2 = bB_3^2 - RA_3^2 - Q^*, \\ \dot{B}_3^2 = -bA_3^2 - RB_3^2 - hA_2^0, \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$b = \alpha A_2^0 + \beta, \quad (8)$$

而 $h = \frac{2}{C_2} I_2^{33} h_3^2$, $\alpha = 4 \frac{C_3 - C_2}{C_3} I_2^{33}$, $\beta = -4\beta'/C_3$, $C_n = -n(n+1)$, 波流相互作用

系数 $I_2^{33} = \int_0^1 (P_3^2(x))^2 \frac{dP_2^0(x)}{dx} dx = \frac{105}{128} \sqrt{\frac{5}{2}}$. 方程 (7) 便为本研究的出发系统.

三、无强迫耗散系统中地形波的稳定性

在无涡源强迫耗散系统中 $\bar{Q} = Q^* = R \equiv 0$, 从 (7) 式我们得到与 CD 相似的解:

$$\begin{cases} B_3^2 = 0, \\ A_2^0 = \text{任意}, \\ A_3^2 = -\frac{h}{b} A_2^0, \end{cases} \quad (9)$$

于是, 在超共振 ($A_2^0 < -\beta/\alpha$) 时, $\psi \propto h'$, 波与山脉同位相; 在次共振 ($0 > A_2^0 > -\beta/\alpha$) 时, $\psi \propto -h'$, 波与山脉反位相; 在共振点 ($A_2^0 = -\frac{\beta}{\alpha}$) 时, $\psi \rightarrow \infty$. 注意到超共振和次共振分别对应着短波和行星尺度波动, 因而上述结论与经典的无强迫耗散的线性波理论^[11, 12]是一致的 (参见图 1).

从 (7) 式还可得如下小振幅扰动所满足的方程

$$\ddot{B}_3^2 + [b^2 + \beta h^2 b^{-1}] B_3^2 = 0, \quad (10)$$

这与 CD 的方程 (25) 是一致的. 由此还可进一步导得扰动不稳定发展的充要条件为

$$1 + 2^{1/3} (I_2^{33} h/H)^{2/3} > \frac{-A_2^0}{\beta/\alpha} > 1. \quad (11)$$

地形的上述效应可由图 1 表示. 无山脉时, 不稳定问题蜕化为经典的点共振问题. 由于山脉和基本气流的非线性相互作用, 基流在超共振侧更宽的西风范围内对小扰动变得不稳定. 换言之, 在正压守恒系统中, 近共振的短波系统容易发展. 这种不稳定性与正压和斜压不稳定性不同, 它是由基本气流和山脉的非线性相互作用所诱发的边界强迫不稳定性.

由 (10) 式可知, 稳定的地形波的频率为

$$\omega = (b^2 + \beta h^2 b^{-1})^{1/2}. \quad (12)$$

在文献 [13] 中, 我们证明了 $|b|$ 为大气的自由振荡频率. 由于次(超)共振时 b 为正(负), 因此在正压守恒系统中, 地形的存在使弱西风上的行星尺度振荡周期变短, 强西风上的短波振荡周期变长.

四、强迫耗散系统的定常解

系统 (7) 定常态的解为

$$B_3^2 = \frac{R}{h} \left(A_2^0 + \frac{\bar{Q}}{R} \right), \quad (13a)$$

$$\begin{cases} B_3^2 = -\frac{RhA_2^0}{b^2 + R^2} + \frac{bQ^*}{b^2 + R^2}, \\ A_3^2 = -\frac{bhA_2^0}{b^2 + R^2} - \frac{RQ^*}{b^2 + R^2}, \end{cases} \quad (13b)$$

$$A_3^2 = -\frac{bhA_2^0}{b^2 + R^2} - \frac{RQ^*}{b^2 + R^2}, \quad (13c)$$

解的稳定性由扰动方程的下述特征值问题确定:

$$\begin{vmatrix} -(\sigma + R) & 0 & h \\ \alpha B_3^2 & -(\sigma + R) & b \\ -(\alpha A_3^2 + h) & -b & -(\sigma + R) \end{vmatrix} = 0, \quad (14)$$

当特征值 σ 具有正实部时, 解为不稳定.

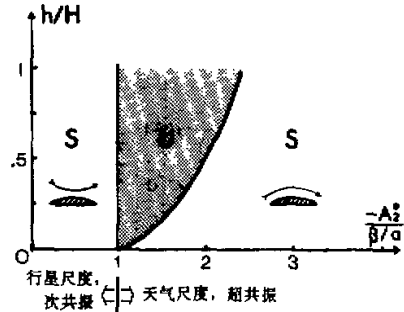


图 1 无强迫耗散系统中大气对机械强迫的非线性响应和基流稳定性分布

S: 稳定; U: 不稳定.

当经向强迫 Q^* 为零时, 方程 (13) 在相空间 (B_3^2, A_2^0) 上的解可由图 2a 表示, 图中截距 (B 点) 正比于 $\overline{Q}$, 当 $\overline{Q} < 0$ 时, 大气只有对应着东风基流的单稳态 E; 当 $\overline{Q} > 0$ 时, 大气可有多平衡态 (H, U, L). 注意到 $\overline{Q} > 0$ 代表着涡动动量通量的辐合, 或南负北正的涡源分布. 因此, 使西风增强的对称强迫源利于多平衡态的存在, 而使西风减弱的强迫源只对应着单稳态定常解.

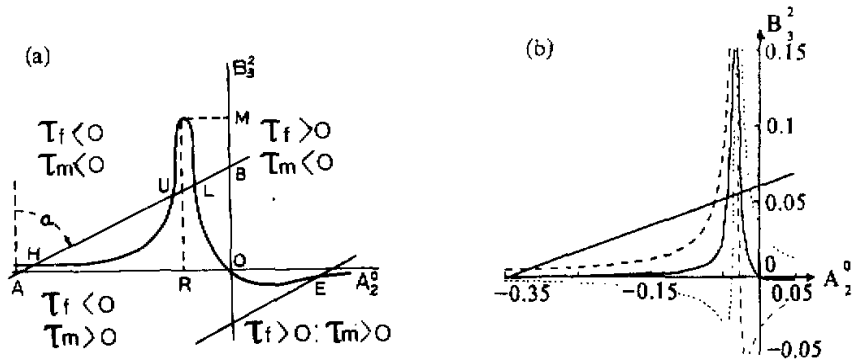


图 2 在相平面 (B_3^2, A_2^0) 上不同强迫源所对应的平衡态
(a) $T^* = 0$; (b) $\overline{T} = 40^\circ\text{C}$, $R \sim (21\text{d})^{-1}$, $l = 0.25a$, $h' = 0.20H$, 点线、实线和虚线分别对应着 $T^* = 30^\circ\text{C}$, 0°C 和 -30°C , H, L 和 U 分别代表高、低指数态和 U 代表不稳定态.

当 $Q^* \neq 0$ 时, 由方程 (13) 看出, 正的 Q^* 使 A_2^0 减少; B_3^2 在次共振 ($b > 0$) 时增加, 在超共振 ($b < 0$) 时减少. 负的 Q^* 效应相反. 如图 2b 所示, 经向强迫的不均一在冬 (夏)

表 1 不同外界强迫 T^* 所对应的大气平衡态的稳定性、能级和能态特征

$\overline{T}$	A_2^0	A_3^2	B_3^2	σ	k	V	V_c
-10.0	0.07982	-0.02370	-0.00122	-0.01408	0.13071	0.84800	1.17642
0.0	0.00000	-0.00000	0.00000	-0.01500	0.00000	0.00000	0.00000
10.0	-0.01684	0.03212	0.01215	-0.01168	0.02757	0.29882	0.24817
20.0	-0.16322	-0.04142	0.00183	-0.01378	0.53460	3.40199	4.81137
	-0.05363	-0.07751	0.02084	0.08234	0.17567	1.78264	1.58099
	-0.02115	0.05026	0.02647	-0.01069	0.06926	0.78054	0.62334
30.0	-0.25493	-0.03811	0.00099	-0.01461	1.25244	7.67903	11.27194
	-0.04655	-0.09267	0.03714	0.10540	0.22871	2.49938	2.05837
	-0.02340	0.06211	0.04115	-0.01025	0.11495	1.31748	1.03455
40.0	-0.34358	-0.03676	0.00068	-0.01481	2.25059	13.65639	20.25526
	-0.04329	-0.10191	0.05277	0.11599	0.28357	3.19089	2.55213
	-0.02489	0.06999	0.05597	-0.01002	0.16306	1.88663	1.46754
50.0	-0.43138	-0.03601	0.00052	-0.01489	3.53220	21.33984	31.78976
	-0.04124	-0.10753	0.06820	0.12185	0.33768	3.85980	3.03913
	-0.02601	0.07486	0.07084	-0.00988	0.21299	2.47939	1.91694
60.0	-0.51883	-0.03553	0.00042	-0.01493	5.09789	30.73015	45.88104
	-0.03976	-0.11031	0.08353	0.12475	0.39068	4.50934	3.51611
	-0.02692	0.07717	0.08576	-0.00982	0.26452	3.09229	2.38069

$R \sim (21\text{d})^{-1}$, $h' = 0.2H$, $L = 0.25a$, $Q^* = 0$.

季使高、低指数平衡态均远离(靠近)共振点, 因此, 冬季的西风 and 经向流型均比夏季强, 这一结果与实际大气流型的季节特征吻合, 表明非线性对大气环流型的形成十分重要。

表1给出了不同的对称强迫源所对应的定常解稳定性特征, 当 $\bar{T} \leq 10^\circ\text{C}$ 时, 解为单稳态; 当 $\bar{T} > 20^\circ\text{C}$ 时, 多平衡态出现, 强西风态(H)和弱西风态(L)是稳定的, 中间态(U)是不稳定的, 与此三态相对应的流场一般可用图3表示, H态和U态为超共振态, 山脊附近为高压; L态为次共振态, 山脊附近为低压, 这些结果十分相似CD,

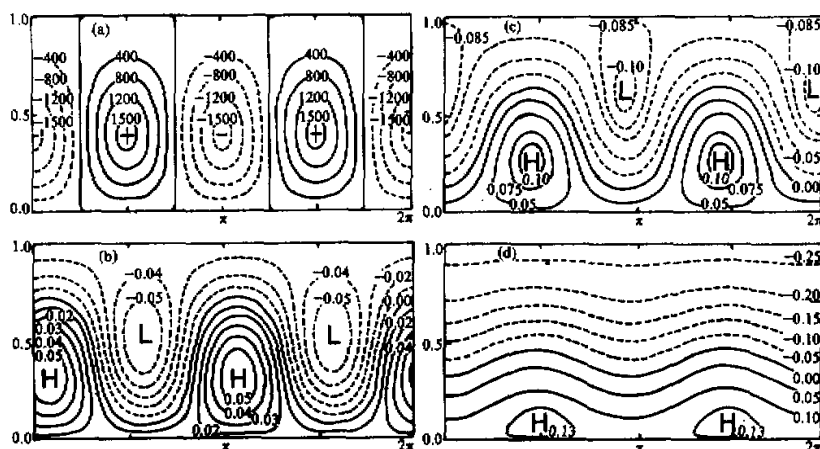


图3 不同平衡态所对应的流场

$$h' = 0.2H, \bar{T} = 20^\circ\text{C}, T^* = 0; l = 0.25a, R \sim (21d)^{-1}.$$

(a) 山脉分布; (b) L态; (c) U态; (d) H态.

试验表明, 模式大气是否存在多平衡解, 与运动尺度、耗散强度、地形高度及强迫源特征关系密切^[13]. 取 $\bar{T} = 20^\circ\text{C}$, $R \sim (21d)^{-1}$, $l = 0.25a$, 平衡态的特征与机械和热力强迫作用的关系可由图4表示. 高的山脉和陆地正涡源($Q^*/\bar{Q} < 0$)只对应着单一的低指数态(S_L). 虽然低的山脉和陆地负涡源能强迫出三个平衡态, 但只有高指数态是稳定的. 相反, 较高的山脉和陆地正涡源(冬季)易于激发双稳定的多平衡态H和L. 在研究大气的角动量平衡后, 上述特征的物理图象将变得更加清楚.

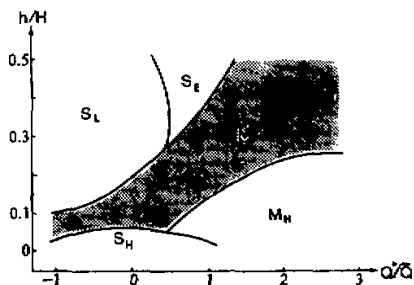


图4 不同的机械和热力强迫作用所对应的平衡态特征

$l = 0.25a, R \sim (21d)^{-1}, \bar{T} = 20^\circ\text{C}$. S示单平衡态,

M为多平衡态. 下标表示单稳态的性质: L为低指数,

H为高指数, E为东风低指数态.

阴影区表示双稳定多平衡态范围.

五、多平衡态的共面特征

把(13)式转化为相空间(A_1^2, B_1^2 ,

A_2^0)上的如下等价方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} Ne: (A_3^0)^2 + (B_3^0)^2 = \frac{1}{b^2 + R^2} [(hA_2^0)^2 + Q^{*2}], \\ Pa: hB_3^0 - RA_2^0 - \bar{Q} = 0, \\ Vs: \left(A_2^0 + \frac{\bar{Q}}{2R}\right)^2 + \left(A_3^0 + \frac{Q^*}{2R}\right)^2 + (B_3^0)^2 = R_s^2, \end{array} \right. \quad (15)$$

$$(16)$$

$$(17)$$

其中

$$Rs = \frac{1}{2R} (\bar{Q}^2 + Q^{*2}), \quad (18)$$

它们对应着相空间上的三个物理曲(平)面(见图5). 方程(13)的解位于曲面(15)–(17)的交点上. 因此, 曲面 Ne 和 Vs 为平衡态的共存曲面, 平面 Pa 为平衡态的共存平面. 各面的物理意义可描述如下:

1. 波流非线性作用曲面 Ne

(15)式描写一个绕 A_2^0 轴旋转的转体曲面. 当 $A_3^0 = 0$ 时, 它蜕化为式(13b); 当 $B_3^0 = 0$ 时蜕化为式(13c). 因此, Ne 所表述的是纬向平均气流与山脉和强迫源的非线性作用对波动振幅影响的物理过程. 这种非线性作用在共振点附近最为强烈, 远离共振点, 其效应显著减弱.

2. 角动量平衡平面 Pa

令纬向平均相对西风角动量为 μ , 摩擦力矩和山脉力矩分别为 τ_f 和 τ_M . 在地转情况下, 大气角动量收支可表述为

$$\dot{\mu} = \tau_f + \tau_M, \quad (19)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \int_0^\infty \rho \bar{u}^{\lambda} a \cos \varphi dz, \\ \tau_f = -f_0 \rho_0 \alpha \bar{u}_0^{\lambda} a \cos \varphi, \\ \tau_M = f_0 \rho_0 v^* \bar{h}^{*\lambda} a \cos \varphi, \\ \tau = \int_0^\infty \rho v^* \bar{\zeta}^{*\lambda} a \cos \varphi dz. \end{array} \right. \quad (20)$$

涡动角动量通量的辐合在角动量收支中十分重要. 在本截谱模式中, 其作用由形式力矩代表. 对(19)式无量纲化得

$$-R \bar{u}^{\lambda} + v \bar{\eta}^{\lambda} + s' = \bar{u}^{\lambda}, \quad (21)$$

如令涡动涡度输送的辐合项 $\left(-\frac{1}{a \cos \varphi} (s' \cos \varphi)_\varphi\right)$ 为 $\bar{Q}P_2^0$, 利用(3)和(5)式, 经运算可得方程(7a). 因此, (16)式所表达的即为定常态中山脉矩、摩擦矩和角动量通量辐合三者的平衡关系. 在相空间上, 它为一个过点 A (见图2a)且平行于 A_3^0 轴的平面 Pa . 定义为角动量平衡平面. A 的座标为 $\left(0, 0, -\frac{\bar{Q}}{R}\right)$, 平面的倾角为 $\alpha' = \arctan \frac{h}{R}$. 平面 Pa 与曲面 Ne 相交成闭曲线(图5), 该曲线上的点表征着满足角动量平衡的非线性大气过程. 注意到 $A_2^0 < 0$ 对应着负摩擦矩, $B_3^0 > 0$ 为负山脉矩, 而 $\bar{Q} > 0$ 为正的角动

量源, 则相平面 (B_3^2, A_2^0) 的不同象限代表着大气角动量平衡的不同状态, 如图 2a 所示.

3. 涡度强迫耗散球面 V_s

(17) 式代表中心位于 $\left(-\frac{Q^*}{2R}, 0, -\frac{\bar{Q}}{2R}\right)$, 半径为 R_s 的球面. R_s 的大小正比于涡度强迫源的强度 $(Q^{*2} + \bar{Q}^2)^{1/2}$, 反比于摩擦耗散的强度 R . 因此, 对确定的强迫和耗散系统, 平衡态必位于该强迫耗散球面 V_s 上. 纬向对称的正角动量源 (相当于涡动量通量的辐合) 使 V_s 向 $-A_2^0$ 平移, 从而增大定常态的西风. 东西向的正强迫源 (相当于山脉处为负涡源) 使 V_s 向 $-A_3^2$ 平移, 从而增强 (减弱) 山脉处的高 (低) 压. 在相空间上, 球面 V_s 和平面 Pa 相交得一圆 (图 5), 圆上的点表征该强迫耗散系统中满足角动量平衡的可能平衡态. 系统 (13) 的三个平衡态就位于该圆与旋转曲面 Ne 的交点上.

上述分析表明, 在物理上, 方程 (15) — (17) 为多平衡态共存的三个几何面. 它们分别表征大气内在的非线性特性、大气运动所受角动量平衡的约束和涡度强迫、耗散的约束. 多平衡态的这种共面特征因而是大气运动的总体行为. 提高模型的分辨率, 增加 Hilbert 空间的维数虽然可以改变 Ne 曲面的形态, 但不改变 (15) — (17) 系统中的一次 (平面) 和二次 (球面) 关系, 因而不会改变大气运动这种总体行为的共面特征.

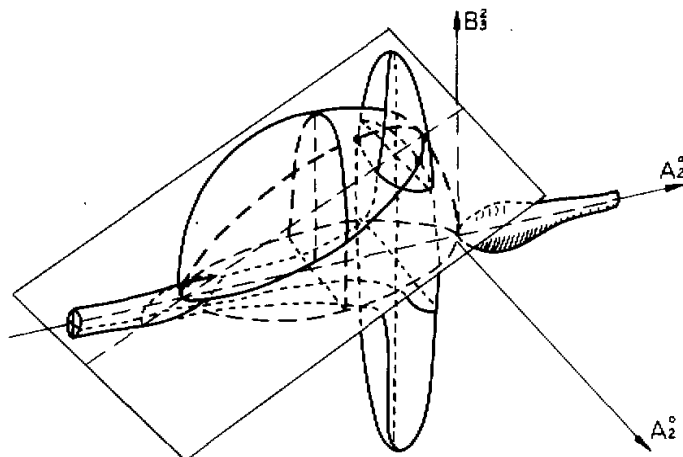


图 5 模式大气的平衡态共同处于角动量平面 Pa 、涡度强迫耗散球面 V_s 和非线性转体曲面 Ne 的交点上

六、平衡态的非共面特征: 大气运动的能级和能态

1. 能量守恒和平衡态的能级

在无涡源强迫、无耗散系统中, 动能 K 守恒, 即 $dk/dt = 0$. 在强迫耗散系统 (7) 中, 如令总动能

$$K = -C_2 \pi (A_2^0)^2 - \frac{C_3}{2} \pi [(A_3^2)^2 + (B_3^2)^2], \quad (22)$$

则有

$$\frac{dk}{dt} = G_k - D_k, \quad (23)$$

其中动能的制造为

$$G_k = 2\pi C_2 A_2^0 \bar{Q} + \pi C_3 A_3^2 Q^*, \quad (24)$$

动能的耗散为

$$D_k = -2\pi C_3 R [(A_2^0)^2 + (A_3^2)^2 + (B_3^2)^2]. \quad (25)$$

在定常态, 能量的制造和耗散相等, 如令

$$R_k = [1 - A_2^0 \bar{Q} - A_3^2 Q^*]^{1/2} (R)^{-1/2} = [-G_k / 2\pi C_3 R]^{1/2} \quad (26)$$

为相空间的“能量半径”, 则定常解能量的守恒在相空间可由能量球面 S_k 表示如下:

$$S_k: (A_3^2)^2 + (B_3^2)^2 + (A_2^0)^2 = R_k^2. \quad (27)$$

于是, 对于给定的动能制造率 G_k , 平衡态的解在相空间上位于以原点为圆心, 半径为 R_k 的能量球面 S_k 上. 注意到动能的制造率 G_k 由涡源强迫和对应的流函数分量间的相关决定 (见式 (24)), 因此, 对固定的强迫、耗散系统, 不同的定常态具有不同的能量制造率 G_k . 于是, 在相空间中, 不同的平衡态位于不同的能量球面 S_k 上. 如果我们用能量半径 R_k 去衡量态的能级, 则大气的各个平衡态处在不同的能级上. 因此, 能量球面是各平衡态的非共存的球面.

2. 位涡拟能守恒和平衡态的拟能态

在无涡源强迫、无耗散系统中, 位涡拟能 V 守恒, 即 $\frac{dV}{dt} = 0$. 在强迫耗散系统 (7) 中, 如令

$$V = 2 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \zeta^2 / 2 d\lambda dx = \pi (C_2)^2 (A_2^0)^2 + \frac{\pi}{2} (C_3)^2 [(A_3^2)^2 + (B_3^2)^2], \quad (28)$$

则由 (7) 式可得

$$\frac{dV}{dt} = G_V - D_V, \quad (29)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} G_V &= \pi [-2(C_2)^2 A_2^0 B_3^2 h - 2(C_3)^2 A_2^0 \bar{Q} - (C_3)^2 A_3^2 Q^*], \\ D_V &= 2RV. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

在定常态, 如令相空间的“拟能半径”为

$$R_V = [-2A_2^0 B_3^2 h - 2A_2^0 \bar{Q} - 2A_3^2 Q^*]^{1/2} (R)^{-1/2}, \quad (31)$$

则位涡拟能的平衡关系可由“位涡拟能曲面” S_V 表示

$$S_V: \left(\frac{A_2^0}{R_V} \right)^2 + \left(\frac{A_3^2}{R_V / \sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{B_3^2}{R_V / \sqrt{2}} \right)^2 = 1. \quad (32)$$

当位涡拟能的制造 G_V 固定时, (32) 式代表相空间中的一个椭球面. 注意到拟能的制造率 G_V 不仅与外源强迫和对应的流函数的相关有联系, 而且与山脉矩和基本气流的相关也有联系. 因此, 不同的平衡态相对应的拟能半径 R_V 因而也不同. 换言之, 在相空间上, 拟能

椭球面也是各平衡态非共存的曲面。

由 (22) 和 (28) 式可得到动能和拟能的关系

$$V = -\frac{C_2 + C_3}{2} k - \frac{\pi}{4} (C_2 - C_3) \{ -2C_2(A_2^0)^2 + C_3[(A_3^0)^2 + (B_3^0)^2] \}, \quad (33)$$

如定义相空间中的拟能临界面 S_c , 使它满足

$$-2C_2(A_2^0)^2 + C_3[(A_3^0)^2 + (B_3^0)^2] = 0,$$

即

$$S_c: (A_2^0)^2 - [(A_3^0)^2 + (B_3^0)^2] = 0, \quad (34)$$

则该临界面为相空间的旋转圆锥面, 其母线在相平面 (A_2^0, B_3^0) 上为象限的对角线 (图 6)。在该处, 临界拟能

$$V_c = \left| -\frac{C_2 + C_3}{2} k \right|, \quad (35)$$

位涡拟能方程于是可写为

$$V - V_c = -\frac{\pi}{4} C_3 (C_2 - C_3) [(A_3^0)^2 + (B_3^0)^2 - (A_2^0)^2]. \quad (36)$$

故在圆锥面内部, $(A_2^0)^2 > (A_3^0)^2 + (B_3^0)^2$, $V < V_c$, 大气拟能状态为次临界; 而在圆锥面外部, $(A_2^0)^2 < (A_3^0)^2 + (B_3^0)^2$, $V > V_c$, 大气拟能状态为超临界。于是, 如图 6 所示, 临界曲面 S_c 把波流非线性作用曲面 Nl 分割成锥面内部和锥面外部两部分。H 态的解位于锥面内部, V 为次临界; L 态的解位于锥面外部, V 为超临界; U 态随外参数的改变可变化在临界面两侧。

上述讨论表明, 一般地, 大气运动状态存在大小不同的稳定和 / 或不稳定的能级, 各定常解的拟能态可以存在很大的差别。对于我们所研究的模式大气 (7) 所对应的定常态 H 和 L, 有

$$\begin{cases} (R_k)_H \gg (R_k)_L, & (R_v)_H \gg (R_v)_L; \\ V_H < (V_c)_H, & V_L > (V_c)_L. \end{cases} \quad (37)$$

因此, H 态处于高能级次临界拟能态; L 态处在低能级超临界拟能态。此两态之间在动力学上的差异可由下表简单概述:

表 2 模式大气 (7) 中两个稳定定常态之间的动力差异

	高指数 (H) 态	低指数 (L) 态
基本流	超共振 $\left(A_2^0 > \frac{\beta}{\alpha} \right)$	次共振 $\left(A_2^0 < \frac{\beta}{\alpha} \right)$
能级	高能级	低能级
拟能态	次临界 ($V < V_c$)	超临界 ($V > V_c$)

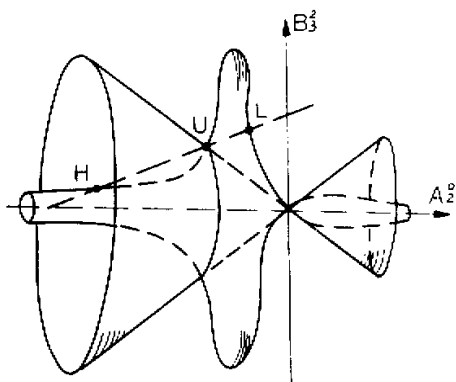


图 6 相空间中的位涡拟能临界面、波流非线性作用曲面及多平衡态的拟能态

七、结 论

在相空间上,各平衡态必须共同存在于波流非线性曲面、强迫耗散球面和角动量平面。由于非线性曲面和强迫耗散球面均为二次曲面,因此,态共存面在相空间上可能有多个交点对应着大气运动的不同定常态。

、大气运动的非线性本质只为多平衡态的存在提供可能性,但不提供必然性。大气是一个非闭合的、具有强迫耗散的系统;旋转地球上的大气运动受到角动量平衡的强烈约束。只有在合适的摩擦耗散和地形高度条件下,才存在多平衡态。这时“高指数”H态的强负摩擦力矩伴随有弱的山脉力矩(可正可负);而“低指数”L态的弱负(甚至正)摩擦力矩伴随有强的负山脉力矩,以保持大气中角动量的守恒。

不同的大气平衡态具有不同的动能和位涡拟能。换言之,大气运动存在不同的稳定能级。在相空间上,这一特性表现为各平衡态存在于彼此不同的能量球面上。高指数态H处在高能级,低指数态L处在低能级。而且不同的平衡态存在不同的拟能状态:高能级处在次临界状态;低能级则处在超临界状态。当大气状态不处于上述定常能级时,借助于一定的机制^[13],将向特定的定常能级跃变。了解相空间中不同平衡态之间能级和能态的动力差异,将有助于理解不稳定态或非定常态向稳定的定常态跃入的动力过程和绕稳定态振荡的物理原因。这将在本工作的第二部分加以讨论。

致谢:在研究过程中,叶笃正先生、朱抱真教授和丑纪范教授提供了许多指导性意见,作者在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Lorenz, E. N., 1960, Maximum simplification of the dynamic equations, *Tellus*, **12**, No. 3, 243–254.
- [2] Veronis, G., 1963, An analysis of wind-driven ocean circulation with a limited number of Fourier components, *J. Atmos. Sci.*, **20**, 577–593.
- [3] Charney, J. G. and Devore, J. G., 1979, Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1205–1216.
- [4] Källén, E., 1981, The nonlinear effects of orographic and momentum forcing in a low-order barotropic model, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 2150–2163.
- [5] 朱正心、朱抱真, 1982, 纬向不对称热力强迫下超长波的非线性平衡态与阻塞形势, *中国科学(B辑)*, 第4期, 361–371.
- [6] 李麦村、罗哲远, 1983, 6月和10月大气环流突变的非线性机制, *中国科学(B辑)*, 第2期, 187–192.
- [7] 金飞飞、朱抱真, 1986, 大气环流的不连续振荡和指数循环, *气象学报*, **44**, No. 1, 38–46.
- [8] 金飞飞、朱抱真, 1986, 强迫波、自由波和纬向气流的相互作用, I: 平衡态环流的分支, *中国科学(B辑)*, No. 6, 633–672.
- [9] 金飞飞、朱抱真, 1986, 强迫波、自由波和纬向气流的相互作用, II: 高低指数的转换和振荡的定性分析, *中国科学(B辑)*, No. 8, 889–896.
- [10] Wu, Guoxiong (吴国雄), 1984, The nonlinear response of the atmosphere to large-scale mechanical and thermal forcing, *J. Atmos. Sci.*, **41**, No. 16, 2456–2476.
- [11] Queney, P., 1948, The problem of air flow over mountains: a summary of theoretical studies, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **29**, 16–26.
- [12] Charney, J. G., and Drazin, P. G., 1961, Propagation of the planetary-scale disturbance from the lower into the upper atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **66**, 83–109.
- [13] Wu Guoxiong (吴国雄), Dong Buwen (董步文), 1986, Dynamic features of multiple equilibration in a forced dissipative system and energy levels of atmospheric motions, *Proceedings of International Summer Colloquium on Nonlinear Dynamics of the Atmosphere*, Science Press, 79–98.