

# 动力强迫对台风次级环流的作用

孙子平 丁一汇

(中国科学院大气物理研究所) (国家气象局气象科学研究院)

## 提 要

本文导出无量纲的台风次级环流方程,然后用11年综合台风资料,计算了动力强迫的次级环流,通过计算,得到主要结论如下:

- (1) 积云动量垂直混合和涡旋动量水平通量是主要的动力强迫因子.
- (2) 积云动量垂直混合在台风发展过程中可促进大尺度低空辐合,因而可加强由 CISK 机制所说明的正反馈过程.
- (3) Ekman 抽吸与积云动量垂直混合是相互促进,共同发展的,这是台风发展中的一个重要反馈过程.

关键词: 动力强迫; 台风; 次级环流.

## 一、前 言

次级环流,又称二级环流,是相对基本环流即一级环流而言的.次级环流可定义为:叠加在基本环流之上,受系统物理过程制约的一种环流<sup>[1]</sup>.基本环流是指风场和气压场处在某种平衡关系(如地转平衡、梯度平衡)时的环流.一旦基本气流的这种平衡关系由于扰动而破坏,次级环流便产生并发生作用,使基本气流恢复平衡态.所以,次级环流是基本气流为保持其平衡关系而不断调整的必然产物.

Eliassen (1951)<sup>[2]</sup>首先导出了次级环流方程,以后, Sawyer (1956)<sup>[3]</sup> 和 Eliassen (1962)<sup>[4]</sup> 分别导出了锋面和急流—锋面的次级环流方程. Willoughby (1979)<sup>[5]</sup>, Shapiro 和 Willoughby (1982)<sup>[6]</sup> 研究了台风的次级环流.最近, 刘月贞等<sup>[7]</sup> 讨论了热力强迫对台风次级环流的作用,这方面的详细评述请见文献 [8].

本文仅限于讨论动力强迫对台风次级环流的作用.动力因子包括湍流动量水平通量和垂直通量,积云动量水平通量和积云动量垂直通量混合,以及大尺度涡旋动量水平通量等.其中最后两项的作用,近几年很受重视.

Challa 和 Pfeffer (1980)<sup>[9]</sup>, Pfeffer 和 Challa (1981)<sup>[10]</sup> 的工作表明, 涡旋动量水平通量是促使台风发展的一个因子,并可激发出一个明显的次级环流.以后, Challa 和 Pfeffer (1984)<sup>[11]</sup> 讨论了积云动量垂直混合(也称积云摩擦)的作用,结果是该项只强迫出很弱的次级环流,并且加上该项比不加该项所模拟的台风要弱,切向风要小,气压要高.

但是, Gray (1979)<sup>[12]</sup>认为: 台风生成早期,在距中心 5 纬距的地方,积云动量垂直

1987 年 1 月 22 日收到,7 月 6 日收到修改稿.

混合可能增强垂直切变，使风场在低层变得更加气旋性，高层更加反气旋性。以后气压场和温度场向改变了的风场调整，从而使台风得到发展。Mak (1980)<sup>[13]</sup>用轴对称方程组，从理论上分析了积云动量垂直混合的作用。他认为：深厚积云造成的垂直动量混合，在台风发展过程中起着双重作用，一方面它消耗低压扰动的能量，但另一方面又可强迫出次级环流。由次级环流造成的水汽辐合作用，可以完全补偿它所消耗的扰动能量，并有剩余，所以，其净作用是使扰动发展。他把包括积云动量垂直混合作用的 CISK 理论称为 CMM-CISK，可见，Challa 和 Pfeffer 的结果与 Gray 和 Mak 的结论是不同的。

本文试图讨论台风中各动力因子对次级环流的作用，重点是积云动量垂直混合，希望以此进一步阐明它对台风维持的作用。

## 二、方 程

考虑柱坐标系下的原始方程组，垂直方向取对数压力坐标  $z = -H \ln \frac{P}{P_0}$ ，其表达式如下：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + u \frac{\partial u}{\partial r} - v \left( \frac{v}{r} + f \right) + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \Delta_a u, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + u \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + f \right) + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = \Delta_a v, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \lambda} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} - b + \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \Delta_a w, \quad (1c)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial b}{\partial \lambda} + u \frac{\partial b}{\partial r} + N^2 w = \frac{g}{\theta_r} \frac{\theta}{T} Q + \Delta_a \theta, \quad (1d)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{w}{H} = 0, \quad (1e)$$

其中  $b = g(T - T_r)/T_r$  为浮力， $N^2 = g(\gamma_d - \gamma)/T$  为浮力频率的平方， $\varphi$  为位势， $f$  为科氏频率， $T$  和  $\theta$  分别是云中温度和位温， $T_r$  和  $\theta_r$  是环境温度和位温， $\gamma$  是温度直减率， $\gamma_d$  是干绝热直减率。又有  $\Delta_a u = K_H \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u + K_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ ， $\Delta_a v = K_H \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) v + K_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ ， $\Delta_a w = K_H \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) w + K_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ ， $\Delta_a \theta = K_H \nabla^2 \theta + K_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$ ， $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$ ， $H = RT_0/g$  是均质大气高度，其它为常用符号。

将方程组(1)在适当面积上求平均，得到积云作用项：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - v \left( \frac{v}{r} + f \right) + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial r} \\ &= \Delta_a u - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}' \bar{v}'}{\partial \lambda} + \frac{\partial \bar{u}' \bar{u}'}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}' \bar{w}'}{\partial z} - \frac{\bar{v}' \bar{v}'}{r} + \frac{\bar{u}' \bar{u}'}{r} - \frac{\bar{u}' \bar{w}'}{H} \right), \quad (2a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + u \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + f \right) + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \\ = \Delta_a v - \left( \frac{\partial \bar{u}' \bar{v}'}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}' \bar{v}'}{\partial \lambda} + \frac{\partial \bar{v}' \bar{w}'}{\partial z} + \frac{2\bar{u}' \bar{v}'}{r} - \frac{\bar{v}' \bar{w}'}{H} \right), \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \lambda} + u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} - b + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ = \Delta_a w - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}' \bar{v}'}{\partial \lambda} + \frac{\partial \bar{u}' \bar{w}'}{\partial r} + \frac{\partial \bar{w}' \bar{w}'}{\partial z} + \frac{\bar{w}' \bar{u}'}{r} - \frac{\bar{w}' \bar{w}'}{H} \right), \end{aligned} \quad (2c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial b}{\partial t} + u \frac{\partial b}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial b}{\partial \lambda} + N^2 w \\ = \frac{g}{\theta r} \frac{\theta}{T} Q + \Delta_a \theta - \left( \frac{\partial \bar{b}' \bar{u}'}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{b}' \bar{v}'}{\partial \lambda} + \frac{R}{c_p H} \frac{\bar{w}' \bar{b}'}{r} + \frac{\bar{b}' \bar{u}'}{r} - \frac{\bar{b}' \bar{w}'}{H} \right), \end{aligned} \quad (2d)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{w}{H} = 0. \quad (2e)$$

为将方程组(2)无量纲化, 引入:  $r=Rr^*$ ,  $z=Zz^*$ ,  $t=\frac{R}{v}t^*$ ,  $u=Uu^*$ ,  $v=Vv^*$ ,  $w=Ww^*$ ,  $\varphi=(\mu gH)\varphi^*$ ,  $b=(\mu gH/z)b^*$ ,  $\rho(z)=(1.1\text{kgm}^{-3})\rho^*(z)$ ,  $H=\left(\frac{z}{2}\right)H^*$ .

$$N=N^*n, g=(v^2/R)g^*, \text{ 绝对涡度 } \zeta=\frac{v}{R}\left(\frac{\partial v^*}{\partial r^*}+\frac{v^*}{r^*}+\frac{1}{R_0}\right)=\frac{v}{R}\zeta^*; \text{ 惯性}$$

$$\text{参数 } \xi=\frac{v}{R}\left(-\frac{2v^*}{r^*}+\frac{1}{R_0}\right)=\frac{v}{R}\xi^*; \text{ 垂直切变 } S=\frac{v}{z}\frac{\partial v^*}{\partial z^*}=\frac{v}{z}s^*: \text{Rossby 数}$$

$$R_0=V/fR; \text{ Froude 数 } F_r=v^2(\mu gH)^{-1}; \text{Richardson 数 } Ri=(Nz/v)^2; A^*=z/R \text{ 为纵横比. 上标“*”表示无量纲量.}$$

将上述代入方程组(2), 引进小参数  $\epsilon=U/V=W/A^*V$ , 略去  $\epsilon^2$  项, 则有:

$$\epsilon \left( \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial u^*}{\partial \lambda} \right) - v^* \xi^* + \frac{1}{F_r} \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} = 0, \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial \lambda} + \epsilon u^* \zeta^* + \epsilon w^* s^* + \frac{1}{F_r} \frac{1}{r^*} \frac{\partial \varphi^*}{\partial \lambda} \\ = \epsilon \left[ k_H^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} - \frac{1}{r^2} \right) v^* + k_z^* \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^*} \right] \\ - \epsilon \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \bar{u}' \bar{v}'}{\partial r^*} + \frac{\partial \bar{v}' \bar{w}'}{\partial z^*} \right), \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\epsilon A^* \left( \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \lambda} \right) + \frac{1}{F_r} \left( -b^* + \frac{\partial \varphi^*}{\partial z^*} \right) = 0, \quad (3c)$$

$$\frac{1}{F_r} \left( \frac{\partial b^*}{\partial t^*} + \frac{v^*}{r^*} \frac{\partial b^*}{\partial \lambda} + \epsilon u^* \frac{\partial b^*}{\partial r^*} \right) + \epsilon Ri N^2 w^*$$

$$= \frac{Rz}{v^3} \frac{g}{\theta_r} \frac{\theta}{T} Q + \frac{\epsilon}{F_r} k_H^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \right) b^*$$

$$+ \epsilon R i k_z^* \frac{\partial^2 b^*}{\partial z^*} - \frac{\epsilon}{F_r} \frac{\partial \bar{b}^* u^*}{\partial r^*} - \epsilon R i \frac{\partial \bar{b}^* w^*}{\partial z^*} , \quad (3d)$$

$$\epsilon \left( \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{u^*}{r^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - \frac{z w^*}{H^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial \lambda} = 0 , \quad (3e)$$

将各变量按小参数  $\epsilon$  展开

$$u^* = u_s^*(r^*, z^*, \epsilon t^*) + u_a^*(r^*, \lambda, z^*, t^*) + \epsilon \dots \dots ,$$

$$v^* = v_s^*(r^*, z^*, \epsilon t^*) + \epsilon v_a^*(r^*, \lambda, z^*, t^*) + \epsilon^2 \dots \dots ,$$

$$w^* = w_s^*(r^*, z^*, \epsilon t^*) + w_a^*(r^*, \lambda, z^*, t^*) + \epsilon \dots \dots , \quad (4)$$

$$b^* = b_s^*(r^*, z^*, \epsilon t^*) + \epsilon b_a^*(r^*, \lambda, z^*, t^*) + \epsilon^2 \dots \dots ,$$

$$\varphi^* = \varphi_s^*(r^*, z^*, \epsilon t^*) + \epsilon \varphi_a^*(r^*, \lambda, z^*, t^*) + \epsilon^2 \dots \dots ,$$

下标 “ $s$ ” 表示物理量的对称部分, “ $a$ ” 表示非对称部分, 各对称分量均延迟了时间尺度.

将(4)代入(3), 取  $\epsilon^1$  阶项, 并沿  $\lambda$  方向取平均(用 [ ] 表示沿  $\lambda$  的平均), 可得:

$$v_s^* \left( \frac{v_s^*}{r^*} + \frac{1}{R_0} \right) = \frac{1}{F_r} \frac{\partial \varphi_s^*}{\partial r^*} , \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_s^*}{\partial t^*} + u_s^* \zeta_s^* + w_s^* s_s^* &= k_H^* \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^{*2}} \right) v_s^* + k_z^* \frac{\partial^2 v_s^*}{\partial z^*} - \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial r^* \bar{u}_s^* v_s^*}{\partial r^*} - \frac{\partial v_s^* w_s^*}{\partial z^*} \\ &- \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial r^* [u_a^* v_a^*]}{\partial r^*} - \frac{\partial [v_a^* w_a^*]}{\partial z^*} , \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\frac{\partial \varphi_s^*}{\partial z^*} = b_s^* , \quad (5c)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{F_r} \frac{\partial b_s^*}{\partial t^*} + u_s^* \zeta_s^* s_s^* + R i N^2 w_s^* &= \bar{Q} + \frac{1}{F_r} k_H^* \nabla^2 b_s^* + R i k_z^* \frac{\partial^2 b_s^*}{\partial z^*} - \frac{1}{F_r} \frac{\partial \bar{b}_s^* u_s^*}{\partial r} \\ &- R i \frac{\partial \bar{b}_s^* w_s^*}{\partial z^*} - \frac{1}{F_r} \frac{\partial [b_a^* v_a^*]}{\partial r^*} - R i \frac{\partial [b_a^* w_a^*]}{\partial z^*} , \end{aligned} \quad (5d)$$

$$\frac{\partial u_s^*}{\partial r^*} + \frac{u_s^*}{r^*} + \frac{\partial w_s^*}{\partial z^*} - \frac{z w_s^*}{H^*} = 0 , \quad (5e)$$

其中  $\bar{Q} = \frac{1}{\epsilon} \frac{Rz}{V^3} \frac{g}{\theta_r} \frac{\theta}{T} Q$ .

由描述台风的对称方程组(5)可得次级环流方程

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{R i N^2}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial r^*} - \frac{s_s^* \zeta_s^*}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\zeta_s^* \zeta_s^*}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial z^*} - \frac{s_s^* \zeta_s^*}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial r^*} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial r^*} \left[ \bar{Q} + \frac{1}{F_r} k_H^* \frac{g^*}{\theta_r^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \right) \theta_s^* + R i k_z^* \frac{g^*}{\theta_r^*} \frac{\partial^2 \theta_s^*}{\partial z^*} \right] \\ &- \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{1}{F_r} \frac{g^*}{\theta_r^*} \frac{\partial [\theta_a^* v_a^*]}{\partial r^*} + R i \frac{g^*}{\theta_r^*} \frac{\partial [\theta_a^* w_a^*]}{\partial z^*} \right) - \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{1}{F_r} \frac{g^*}{\theta_r^*} \frac{\partial \bar{\theta}_s^* v_s^*}{\partial r^*} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + Ri \frac{\partial \overline{\theta^* w_s^*}}{\partial z^*} \Big) - \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s k_H \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} - \frac{1}{r^2} \right) v_s^* + \xi_s k_z \frac{\partial^2 v_s^*}{\partial z^*} \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 v_s^* u_s^*}{\partial r^*} + \frac{\partial v_s^* w_s^*}{\partial z^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 [u_a^* v_a^*]}{\partial r^*} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial [v_a^* w_a^*]}{\partial z^*} \right) \right], \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中  $\psi$  是流函数,  $u_s^* = -\frac{1}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial z^*}$ ,  $w_s^* = \frac{1}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial r^*}$ . 在引入上述流函数时, 取温度为  $T_0$  (标准温度) 的等温大气. 这时按  $z = -H \ln \frac{P}{P_0}$  定义的高度  $z$  恰好等于实际高度.

方程(6)的椭圆性条件为  $D^* = RiN^2 \xi_s^* \xi_s - (s^* \xi_s)^2 > 0$ . 根据实际资料计算了  $D^*$  值, 发现在所有格点上都满足  $D^* > 0$  的椭圆性条件.

略去方程(6)中的热力强迫项, 则有

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{RiN^2}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial r^*} - \frac{s^* \xi_s^*}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\xi_s \xi_s^*}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial z^*} - \frac{s^* \xi_s^*}{r^* p^*} \frac{\partial \psi}{\partial r^*} \right) \\
 & = - \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s k_H \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) v_s^* + \xi_s k_z \frac{\partial^2 v_s^*}{\partial z^*} \right] + \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 u_s^* v_s^*}{\partial r^*} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\partial v_s^* u_s^*}{\partial z^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 [u_a^* v_a^*]}{\partial r^*} + \frac{\partial [v_a^* w_a^*]}{\partial z^*} \right) \right], \quad (7)
 \end{aligned}$$

(7) 式就是本文的计算方程. 方程右边各项分别是: 涡流动量水平通量和垂直通量项, 积云动量水平通量项, 积云动量垂直混合项, 涡旋动量水平通量和垂直通量项.

### 三、资料和计算方案

本文计算所用资料是美国科罗拉多大学大气科学系 Gray 研究组整编的西太平洋地区 11 年(1966—1977)台风综合平均资料. 综合台风的特征值确定如下:  $V \sim 30 \text{ m/s}$ ,  $U \sim 10 \text{ m/s}$ ,  $W \sim 1.4 \text{ m/s}$ ,  $R \sim 111 \text{ km}$ ,  $z = 15 \text{ km}$ ,  $\psi$  的特征值  $\Psi \sim 1.83 \times 10^7 \text{ t/s}$ .

将方程(7)化成差分格式进行计算, 垂直方向从 1000hPa 至 100hPa 共取 10 层, 间隔为 100hPa. 表 1 是每层与 P 对应的  $z^*$  值. 从表可见, 垂直方向的计算是变步长的.

表 1 各层  $z^*$  与气压 P 的对应值

层次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
气压(hPa)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$z^*$	1.23	0.86	0.64	0.49	0.37	0.27	0.19	0.12	0.06	0.00

计算的水平格距  $\Delta r^* = 0.5$ , 即半个纬距. 水平方向共有 14 个格点. 在计算时, 取齐次边界条件. 边界条件的这种取法可能会对结果产生一定的影响.

#### 四、各项结果与比较

在这一节里，我们给出各动力因子所强迫的次级环流的定量计算结果，据此讨论各因子在台风维持过程中的作用。

##### 1. 湍流动量水平通量

该项在方程(7)中的表达式为 $-\frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s k_H^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} - \frac{1}{r^{*2}} \right) b_s^* \right]$ ，这是参数化的表达形式。其中 $k_H^*$ 是无量纲的水平涡旋粘性系数，它代表了台风内部小尺度乱流造成的混合作用。计算中，我们取 $k_H^*$ 为常数， $k_H^* = 2.5 \times 10^{-3}$ 。

图1是该项所强迫的次级环流， $\psi$ 的量级是 $10^{-4}$ 。从图中看，对流层下层均是负环流，具有多个负中心，对流层中、上层是正环流。

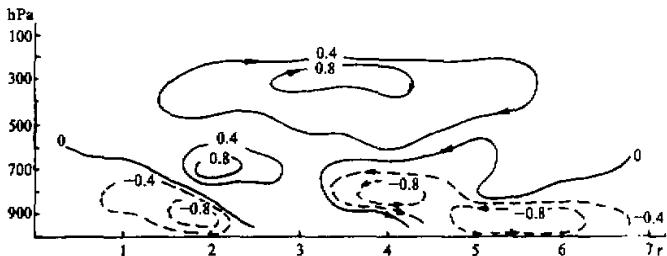


图1 湍流动量水平通量项所强迫的次级环流  
 $\psi$ 间隔 $0.4 \times 10^{-4}$ ，正值代表顺时针环流(实线)，负值代表逆时针环流(虚线)。

##### 2. 湍流动量垂直通量

该项在方程(7)中的表达式为 $-\frac{\partial}{\partial z^*} \left( \xi_s k_z^* \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right)$ 。其中 $k_z^*$ 是无量纲的垂直涡旋粘性系数，象 $k_H^*$ 一样，我们把 $k_z^*$ 也取为常数， $k_z^* = 0.24 \times 10^{-3}$ 。

图2是该项所强迫的次级环流， $\psi$ 的量级为 $10^{-3}$ 。从图上看，整个对流层是一个正环流，梯度主要集中在中、下层，环流中心位于900hPa高度上，距台风中心约560km。

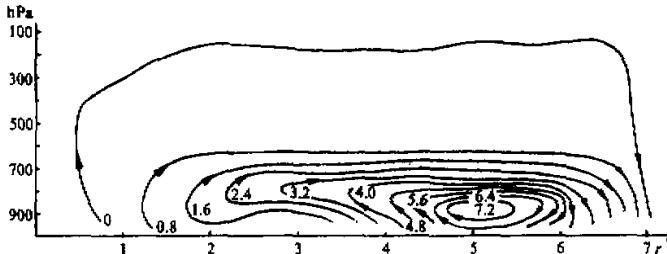


图2 湍流动量垂直通量项所强迫的次级环流  
 $\psi$ 间隔 $0.8 \times 10^{-3}$

从计算结果看，湍流动量垂直通量项所强迫的环流比水平项强迫的环流大一个量级，这说明粘性作用在垂直方向上更明显一些。

### 3. 积云动量水平通量

该项目前还没有更好的参数化方法，根据 Kuo (1974)<sup>[14]</sup> 的建议，可用  $K$  理论计算该项，这一项的表达式为  $\frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s^* \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial r^* u_s^* v_s^*}{\partial r^*} \right) \right] = - \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s^* k_{Hc}^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^*^2} \right. \right.$   
 $\left. + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} - \frac{1}{r^*^2} \right) v_s^* \left. \right]$ 。其中  $k_{Hc}^*$  是积云的涡旋粘性系数，该系数的确定是很困难的，我们这里取它为湍流粘性系数的三倍， $k_{Hc}^* = 7.5 \times 10^{-3}$ 。

图3是该项所强迫的次级环流，流函数  $\psi$  的量级为  $10^{-4}$ 。从图中可见，该项所强迫的次级环流有正有负，正环流主要位于对流层中、上层。

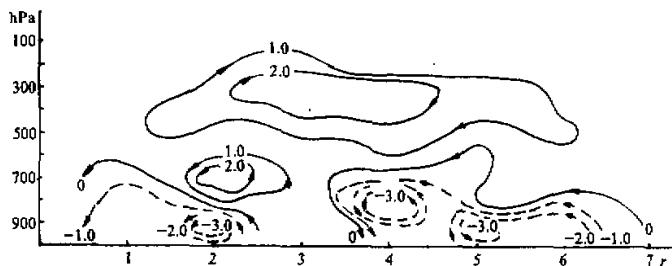


图3 积云动量水平通量项所强迫的次级环流

$\psi$  间隔  $1.0 \times 10^{-4}$

### 4. 涡旋动量水平通量

台风中存在着明显向内的动量通量，这种通量主要是由大尺度涡旋的不对称性造成的。McBride (1981)<sup>[15]</sup> 曾计算过这种动量通量。

涡旋动量水平通量项在方程(7)中的表达式为  $\frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s^* \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial r^* [u_a^* v_a^*]}{\partial r^*} \right) \right]$ ，用实际资料求出扰动值，代入方程计算，这是最好的方法，但我们的资料是二维资料，不能求出  $\lambda$  方向的扰动平均。我们选择了一种经验函数代替  $-r^* [u_a^* v_a^*]$  的分布，这个经验函数尽可能地接近 McBride (1981) 的实际计算结果。将  $-r^* [u_a^* v_a^*]$  表示成  $r^*$  与  $z^*$  的函数，在边界上取零值，在 200hPa 高度上， $r^* = 4$  处取最大值，最大值为  $2.68 \times 10^{-2}$  (恢复到有量纲量约为 20 纬度  $m^2 \cdot s^{-2}$ )。这种分布相当于一个二次曲面，在 200hPa 以下是椭球面的一部分，200hPa 以上是一斜面，这个斜面与椭球面相交于 200hPa 处。

图4是按上述经验函数计算的涡旋动量水平通量项强迫的次级环流(流函数  $\psi$  的分布，量级为  $10^{-2}$ )。从该图上看，整个计算区域内基本上是一正环流，中心位于 700hPa， $r^* = 3.5$  处，最大值为  $\psi_{max} = 0.95 \times 10^{-2}$ 。在顶部有一负环流，中心在 200hPa 高度上，中心值为  $\psi = -0.33 \times 10^{-2}$ 。从与  $\psi$  相对应的  $u_s^*$  和  $w_s^*$  的分布图看(图略)， $u_s^*$  的量级为  $10^{-1}$ ， $w_s^*$  的量级为  $10^{-2}$ 。

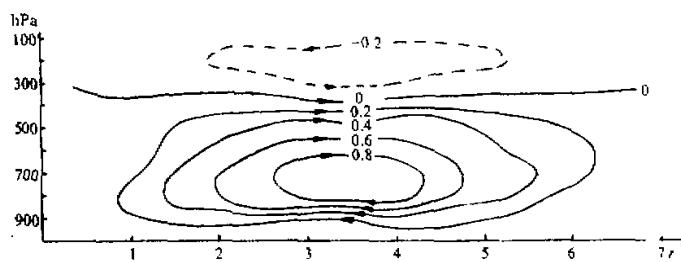


图 4 涡旋动量水平通量项所强迫的次级环流  
 $\psi$  分布间隔  $0.2 \times 10^{-2}$ ; 说明同图 1.

一般认为, 台风中动量的垂直输送主要由积云完成, 而大尺度涡旋的垂直输送是不重要的, 故我们没有计算涡旋通量垂直通量项(也就是方程(7)中的最后一项).

### 5. 积云动量垂直混合

该项在方程(7)中的表达式为  $\frac{\partial}{\partial z^*} \left( \xi_s^* \frac{\partial \psi^* w_s^*}{\partial z^*} \right)$ , 化成参数化形式为

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \xi_s^* \frac{M_c}{\rho^*} (v_s^* - v_c^*) \right]^{[16]}, \quad (8)$$

其中  $M_c$  是无量纲的积云质量通量,  $v_c^*$  是无量纲的云内切向风,  $v_s^*$  是无量纲的环境切向风. 要计算该项, 首先要求得  $M_c$ . 关于  $M_c$  的计算方案和详细讨论, 我们把它放在后面进行.

按(8)式进行计算,  $M_c$  按后面的(10)、(11)和(12)式确定, 我们得到积云动量垂直混合项所强迫的次级环流如图 5. 从  $\psi$  的分布看, 该项所强迫的次级环流主要有一正一负, 负的中心位于  $p=800 \text{ hPa}$ ,  $r^*=1$  处, 中心值为  $-2.23 \times 10^{-2}$ , 正的位于  $p=500 \text{ hPa}$ ,  $r^*=2$  处, 中心值为  $2.53 \times 10^{-2}$ . 正环流形成的机制, 后面将给予解释, 至于负环流是如何出现的, 有待进一步研究.

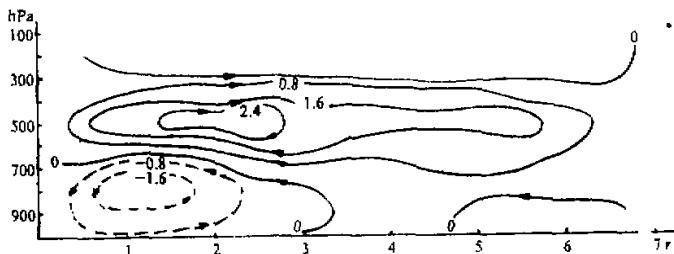


图 5 积云动量垂直混合项所强迫的次级环流  
 $\psi$  分布间隔  $0.8 \times 10^{-2}$

下面讨论  $M_c$  的计算. 我们前面所得到的结果是参考 Lindzen (1981)<sup>[16]</sup> 的方案, 按下述方法计算的.

$M_c$  的隐式表达式为

$$\int M_c c_p (p/p_0)^{R/c_p} \frac{\partial \theta}{\partial p} dp = L p_r , \quad (9)$$

其中  $p_r$  是降水量。

为确定  $M_c$  的垂直分布，使

$$M_c = M_c(\max) \times f(p) , \quad (10)$$

$$f(p) = f_1(p) = \left[ \exp\left(-\left(\frac{p-550}{250}\right)^2\right) - \exp\left(-\left(\frac{450}{250}\right)^2\right) \right] \times \left[ 1 - \exp\left(-\left(\frac{450}{250}\right)^2\right) \right]^{-1} , \quad (11)$$

按(11)式确定的  $f(p)$  在 550hPa 处取最大值，在 1000 和 100hPa 处取零值。而

$$M_c(\max) = \frac{L p_r}{\int f(p) c_p (p/p_c)^{R/c_p} \left( \frac{\partial \theta}{\partial p} \right) dp} . \quad (12)$$

按上述确定的  $M_c$  意味着 550hPa 以下是卷入层，以上则是卷出层。

对  $f(p)$  进行调整

$$\begin{cases} f_2(p) = \frac{p}{300} - \frac{1}{3} & \text{当 } 100 \leq p \leq 400 \text{ 时}, \\ f_2(p) = -\frac{p}{500} + \frac{9}{5} & \text{当 } 400 < p \leq 900 \text{ 时}, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} f_3(p) = \frac{p}{200} - \frac{1}{2} & \text{当 } 100 \leq p \leq 300 \text{ 时}, \\ f_3(p) = -\frac{p}{600} + \frac{3}{2} & \text{当 } 300 < p \leq 900 \text{ 时}. \end{cases} \quad (14)$$

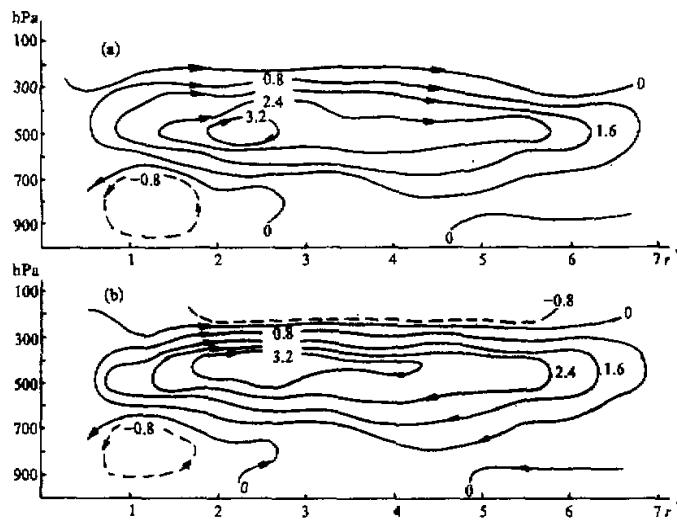


图 6 积云动量垂直混合所强迫的次级环流

(a)  $f(p) = f_2(p)$ ,  $\psi$  间隔  $0.8 \times 10^{-2}$ ; (b)  $f(p) = f_3(p)$ ,  $\psi$  间隔  $0.8 \times 10^{-2}$ .

规定  $p=1000\text{hPa}$  时,  $f(p)=0$ . 这样,  $f_2(p)$  在  $400\text{ hPa}$  取最大值,  $f_3(p)$  在  $300\text{hPa}$  取最大值. 这表明  $f_3(p)$  的情形有深厚的对流,  $f_2(p)$  次之,  $f_1(p)$  比较浅薄一些.

图 6 是  $f(p)$  按后两式取值时积云动量垂直混合项所强迫的次级环流. 图 6a 是  $f(p)=f_2(p)$  时的计算结果, 图 6b 是  $f(p)=f_3(p)$  时的结果. 与图 5 比较可见, 环流的位置变化不大, 但负环流随着对流的加深有所减弱, 正环流则随着对流的加深有所加强.

通过以上计算和调整试验我们可以看出, 积云动量垂直混合项可强迫出一个较强的次级环流, 那么在台风发展过程中, 由该项所表示的物理过程起到什么作用呢? 在台风发展过程中, 高层是反气旋性涡旋, 低层是气旋性涡旋, 可以认为开始时切向气流处于准平衡状态. 而积云动量垂直混合的作用使高层反气旋性涡旋减弱, 低层的气旋性涡旋也减弱, 高低层的平衡态均受到破坏. 这时, 在科氏力的作用下, 在高层产生了径向外流, 低层产生了径向内流, 根据质量守恒原理, 在垂直剖面上就产生了顺时针方向的环流, 这就是所谓台风次级环流的一个组成部分. 这个环流在低层导致水汽辐合, 水汽的辐合又增强了积云的发展, 积云的发展带来更强的垂直动量混合, 如此循环, 扰动会不断发展, 所以, 积云动量垂直混合的作用在台风维持和发展过程中是重要的. 因而, 解释台风发展的 CISK 理论, 应该包括积云动量垂直混合的作用.

## 6. 各项比较

从上述计算结果我们可以得到: 积云动量垂直混合项和涡旋动量水平通量项是主要的动力强迫因子, 动力强迫的次级环流主要由这两项决定, 而湍流动量输送项和积云动量水平通量项的作用是比较小的.

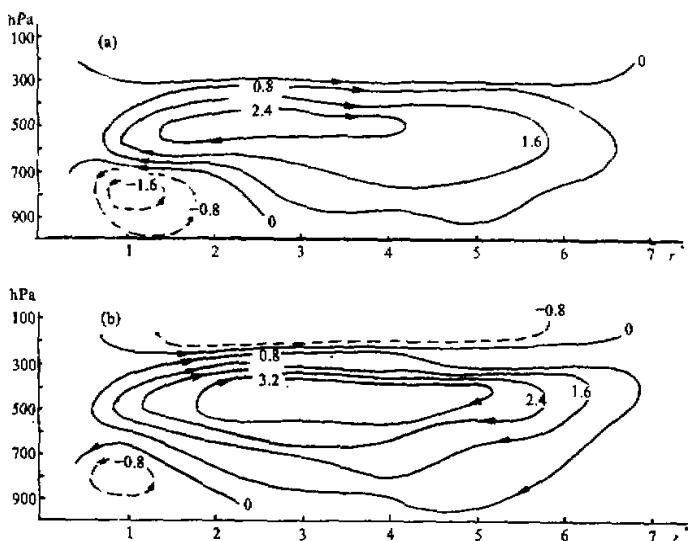


图 7 整个动力因子强迫的次级环流

(a)  $f(p)=f_2(p)$ ,  $\psi$  间隔  $0.8 \times 10^{-2}$ ; (b)  $f(p)=f_3(p)$ ,  $\psi$  间隔  $0.8 \times 10^{-2}$ .

图7是整个动力因子(共五项)所强迫的次级环流。图7a是 $f(p)=f_1(p)$ 时的计算结果。从图可见，对流层中、上层是一个完整的正环流，中心位于 $p=500 \text{ hPa}$ ,  $r^*=2.5$ 处，中心值为 $2.97 \times 10^{-2}$ 。在对流层下层，从台风眼壁到 $280 \text{ km}$ 附近，有一负环流存在，中心位于 $p=800 \text{ hPa}$ ,  $r^*=1$ 附近，中心值为 $-1.99 \times 10^{-2}$ 。现在还不清楚为什么出现了这个负环流。图7b是 $f(p)=f_3(p)$ 时的计算结果，与图7a比较，正环流增强了，中心值增至 $3.83 \times 10^{-2}$ ，中心所在高度也上升了大约 $100 \text{ hPa}$ 。同时，低层的负环流有所减弱，范围也缩小了，中心值减至 $-1.00 \times 10^{-2}$ 。

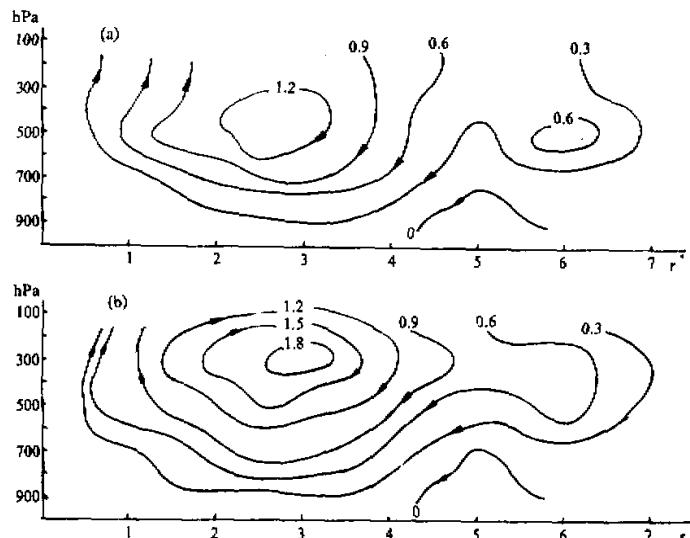


图8 总热力和动力因子共同强迫的次级环流

$\psi$ 量级为 $10^{-1}$ ，间隔 $0.3 \times 10^{-1}$ 。(a)  $f=f_1$  (b)  $f=f_3$

本文讨论了动力强迫对台风次级环流的作用，刘月贞等<sup>[7]</sup>讨论了热力强迫的作用。图8是本文的动力因子和文献[7]的热力因子共同强迫的次级环流。 $\psi$ 为 $10^{-1}$ 量级。图8a是 $f(p)=f_1(p)$ 时的结果，图8b是 $f(p)=f_3(p)$ 时的结果。从图中可见，整个计算区域内基本上为一完整的正环流所控制。图8a的环流中心位于 $p=500 \text{ hPa}$ ,  $r^*=2.5$ 处，中心值为 $1.43 \times 10^{-1}$ ；图8b的环流强度有所增强，中心位置也有所抬升，中心位于 $p=300 \text{ hPa}$ ,  $r^*=2.8$ 处，中心值为 $1.80 \times 10^{-1}$ 。

表2是动力和热力因子作用大小一览表，排列顺序是按各自强迫的环流强度所决定。热力因子的结果取自文献[7]。表中 $\psi$ 最大值指所强迫的正环流的中心值。从该表我们可以比较各强迫因子作用的大小。非绝热加热作用最大，其次是积云热量垂直混合。动力因子的作用以积云动量垂直混合和涡旋动量水平通量为主，但与热力因子相比要小。另外，湍流动量垂直通量也应考虑。表2也表明积云的作用非常重要，因前三项都和积云对流有密切关系。

表 2 各强迫因子作用一览表

强迫项	所强迫的次 级环流的量级	$\psi$ 的最大值
非绝热加热项	$10^{-2}$	$9.15 \times 10^{-2}$
积云热量垂直混合项	$10^{-2}$	$3.0 \times 10^{-2}$
积云动量垂直混合项	$10^{-2}$	$2.53 \times 10^{-2}$
涡旋动量水平通量项	$10^{-2}$	$0.95 \times 10^{-2}$
湍流动量垂直混合项	$10^{-3}$	$7.27 \times 10^{-3}$
湍流动量水平通量项	$10^{-4}$	$4.6 \times 10^{-4}$
积云动量水平通量项	$10^{-4}$	$2.58 \times 10^{-4}$
湍流热量垂直混合项	$10^{-4}$	$0.9 \times 10^{-4}$
湍流动量水平通量项	$10^{-4}$	$0.88 \times 10^{-4}$
积云热量水平通量项	$10^{-7}$	$4.5 \times 10^{-7}$
湍流热量水平通量项	$10^{-7}$	$1.5 \times 10^{-7}$
总热力强迫项	$10^{-2}$	$11.6 \times 10^{-2}$
总动力强迫项	$10^{-2}$	$2.97 \times 10^{-2}$
总热力和动力强迫项	$10^{-1}$	$1.43 \times 10^{-1}$

## 五、Ekman 抽吸和积云动量混合

在台风发展过程中, Ekman 抽吸在低层大尺度辐合过程中起着重要作用, 所以, 我们在模式中加入该项, 以考察它对次级环流的作用.

$$\text{在边界层顶有 } \omega_E = -\rho g (k/2f)^{1/2} \zeta_g, \zeta_g = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_g),$$

边界层顶取在 900hPa 处(用下标 E 表示). 式中  $\omega$  是气压坐标系中的垂直速度,  $\zeta_g$  是地转涡度,  $v_g$  是地转风.

加入该项后发现, 动力因子中积云动量垂直混合项所强迫的次级环流(正反两个环流)有所增强, 其余各项没有变化(涡旋动量垂直通量没有计算).

Ekman 抽吸可以引起低空辐合, 造成上升运动, 为积云发展提供能量. 现在我们又可以看到, 它可以使积云动量垂直混合增强, 反过来, 动量垂直混合的增强又可强迫出更强的次级环流, 使 Ekman 抽吸过程也得到加强. 这种正反馈过程可加速台风的发展.

加入 Ekman 抽吸后总热力和动力因子所强迫的次级环流比图 8 强度增强了, 对  $f(p) = f_1(p)$  的情况, 环流中心值由  $1.43 \times 10^{-1}$  增至  $2.65 \times 10^{-1}$ ; 对  $f(p) = f_3(p)$  的情况, 环流中心值从  $1.80 \times 10^{-1}$  增至  $3.20 \times 10^{-1}$ .

Gray (1979)<sup>[12]</sup> 用类似的实际资料直接计算了台风次级环流, 他得到整个计算区是一个完整的正环流, 环流中心约在 400hPa,  $r=3$  纬距处, 流函数量级是  $10^7 \text{t/s}$ . 这里得到的结果与这个实况是基本一致的.

## 六、结 论

本文以无量纲的台风次级环流方程, 用西太平洋地区 11 年的综合台风资料, 计算

了动力因子强迫的次级环流。通过计算，得到主要结论如下：

(1) 积云动量垂直混合项和涡旋动量水平通量项在台风发展和维持过程中起着重要作用，它们均可强迫出一个较强的次级环流。这两项中，前者的作用更明显，它可促进大尺度低空辐合，因而有可能加强由 CISK 机制所说明的正反馈过程。

(2) 湍流动量垂直和水平通量项及积云动量水平通量项虽然也可强迫出正环流，但它们的作用比前两项要小。

(3) Ekman 抽吸与积云动量垂直混合是相互加强的，这是台风维持过程中一个重要反馈过程。

(4) 积云质量通量  $M_c$  的选择很重要，它在计算中相当敏感。

致谢：本文得到陶诗言先生、陈受钩、陈秋士、吴国雄、魏鼎文和李崇银等教授的热情帮助，魏鼎文同志提供了本文计算所用的资料，在此一并表示感谢。另外，作者对审稿人有益而详细的宝贵意见也深表谢意。

## 参 考 文 献

- [1] Holton, J. R. 1972, 动力气象学引论(中译本)，科学出版社。
- [2] Eliassen, A. 1951, Slow thermally or frictionally controlled meridional circulations in a circular vortex, *Astrophys. Now.*, 5, 19—60.
- [3] Sawyer, J. S. 1956, The vertical circulation at meteorological fronts and its relation to frontogenesis, *Proc. Roy. Soc. London*, A 234, 346—362.
- [4] Eliassen, A. 1962, On the vertical circulation in frontal zones, *Geophys. Publ. Geophys. Now.*, 24, 147—160.
- [5] Willoughby, H. E., 1979, Forced Secondary circulations in hurricanes, *J. Geophys. Res.* 84, 2173—2183.
- [6] Shapiro, L. J., and H. E. Willoughby, 1982, The response of balanced hurricanes to local sources of heat and momentum, *J. Atmos. Sci.*, 39, 378—394.
- [7] 刘月贞、丁一汇、陶诗言, 1988, 热力强迫对台风次级环流的作用, 气象学报, 第 46 卷, 第 4 期, 432—444。
- [8] 孙子平、刘月贞、丁一汇, 1987, 论天气尺度系统中的次级环流, 大气科学, 第 11 卷第 1 期, 88—99。
- [9] Challa, M., and R. L. Pfeffer, 1980, Effects of eddy fluxes of angular momentum on the model hurricane development, *J. Atmos. Sci.*, 37, 1603—1618.
- [10] Pfeffer, R. L., and M. Challa, 1981, A numerical study of the role of eddy fluxes of momentum in the development of Atlantic hurricanes, *J. Atmos. Sci.*, 38, 2393—2398.
- [11] Challa, M., and R. L. Pfeffer, 1984, The effect of cumulus momentum mixing on the development of a symmetric model hurricane, *J. Atmos. Sci.*, 41, 1312—1319.
- [12] Gray, W. M., 1979, Hurricanes: Their formation, structure and likely role in the tropical circulation. *Meteorology over the tropical oceans*. D. B. Shaw, Ed., *Roy. Meteor.*, 155—218.
- [13] Mak, M., 1980, On the growth of the hurricane depression induced by cumulus momentum mixing. 13th Technical Conference on Hurricanes and Tropical Meteorology of the American Meteorology Society.
- [14] Kuo H. L., 1974, Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection on large-scale flow, *J. Atmos. Sci.*, 31, 25—59.
- [15] McBride, J. 1981, observational analysis of tropical cyclone formation. III: Budget analysis, *J. Atmos. Sci.*, 38, 1152—1166.
- [16] Lindzen, R.S., 1981, Clouds in Climate modeling and satellite observational studies. Report of workshop held at NASA Gaddard Institute for Space Studies, New York, October 29—31.