

自由对流与稳定层结边界层风廓线的 解析表达和边界层顶抽吸速度*

赵 鸣

(南京大学大气科学系, 南京, 210008)

提 要

基于近年来对自由对流和稳定边界层湍流交换特征的研究, 求解边界层运动方程, 得到这两种层结下边界层风的解析表达式, 所得廓线与边界层特性参数符合观测特征, 还求出了这二种层结下边界层顶抽吸速度的解析表达及其与某些参数的关系, 结果表明, 抽吸速度与层结有关, 其特征可从物理上加以解释。

关键词: 对流边界层; 稳定边界层; 边界层风廓线; 抽吸速度。

一、引 言

不同层结大气边界层中风垂直分布的理论研究近年来取得了若干进展, 但大部分都是用数值方法。得不到风分布的解析表达。风解析表达的研究早年有二层模式, 其中上层取交换系数为常数, 近年来徐银梓等^[1,2]发展了三层及多层模式, 但这种方法主要应用于中性层结, 非中性时只能通过对近地层的影响而间接影响交换系数, 因而该模式对非中性层结有较大的局限性, 特别当大气处于自由对流态, 近地层的 Businger-Dyer 公式不能应用, 因而该模式也不能应用。从研究方法说, 要获得非中性层结下风的解析解, 关键在于有一个好的 $K(z)$ 表达式, 它既能较好地代表非中性的 K 分布, 又能使方程得到解析解。

稳定情况下, 通过对大气边界层观测资料的分析及有关理论研究, Nieuwstadt^[3]曾获得了 $K(z)$ 的表示式。而不稳定层结, 迄今仍未有好的解析表达式。但在自由对流时, 最近对 $K(z)$ 的研究有进展, 我们将引用这些工作来求边界层风的解析表达。

边界层顶抽吸速度的研究常用的有基于 Ekman 理论的 Charney-Eliassen 公式, 但该公式所根据的边界层模式太简单, 没有考虑到各种因子如层结性的作用, 常值交换系数如何取也无定论。我们将运用本文得到的风解析表达来寻求此速度, 即由于边界层摩擦在大尺度气压场中由横截等压线风分量造成的边界层顶垂直速度。

二、自由对流时边界层风的解析表达

我们将取 Миронв^[4] 对对流边界层的交换系数的处理, 将对流边界层分为三

1990年5月13日收到, 10月19日收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目。

层, 第一层紧邻地面, 层结处理为中性, 有

$$K_1 = k u_* z, \quad (1)$$

k 为卡曼常数, u_* 为摩擦速度. 第二层取著名的 $\frac{4}{3}$ 次方定律, 即

$$K_2 = c_0 (\beta Q_s)^{1/3} z^{4/3}, \quad (2)$$

$\beta = \frac{g}{T}$, c_0 为常数. 第三层取

$$K_3 = c_1 (\beta Q_s)^{1/3} h^{4/3} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{1/3}. \quad (3)$$

h 为边界层顶高度, c_1 为常数. Мировов 并未用这些 K 求解运动方程以得到适用于全边界层的风廓线, 而在第一、二层分别使用了对数律以及由自由对流相似理论得出的风表达式. 本文将用 (1), (2), (3) 式的 K 寻求全边界层统一的风模式, 由 (1), (3) 可见, K , 因而风分布应与 Q_s , h , u_* (因而与地转风速 G) 有关.

我们将沿用 Мировов 从配合阻尼定律出发, 求出各层分界高度及各式中的有关常数的方法.

三力平衡的边界层运动方程在引用复速度 $W = u + iv$ 及 $W_g = u_g + iv_g$ (复地转风) 后可写成

$$\frac{d}{dz} K \frac{dW}{dz} - if (W - W_g) = 0. \quad (4)$$

在 $z = h$, 上界条件为

$$W = W_g, \quad \text{当 } z = h; \quad (5)$$

下界条件为

$$W = 0, \quad \text{当 } z = z_0; \quad (6)$$

z_0 为粗糙度. (1) 式适用的上界为 $z_1 = -\zeta_0 L^{1/4}$, L 为 M-O 长度, 常数 $\zeta_0 = 0.14$. 取 z_1 处 (1), (2) 相等, 得

$$c_0 = k^{4/3} \zeta_0^{-1/3}.$$

(2) 式适用范围在 $z_1 \leq z \leq z_2 = \zeta_2 h$, Мировов 由与阻尼定律的比较得 $\zeta_2 = \frac{1}{3}$.

(1) 代入 (4), 得

$$\frac{d}{dz} k u_* z \frac{dW_1}{dz} - if (W_1 - W_g) = 0. \quad (7)$$

令 $z^{\frac{1}{2}} = \eta$, (7) 变成

$$\frac{d^2 W_1}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{dW_1}{d\eta} - \frac{4if}{ku_*} (W_1 - W_g) = 0. \quad (8)$$

设边界层大气为正压, (8) 式可求解析解, 回到变数 z , 得

$$W_1 = W_g + C_1 J_0(\alpha_1 z^{\frac{1}{2}}) + C_2 N_0(\alpha_1 z^{\frac{1}{2}}). \quad (9)$$

W_1 表示第一层解, $\alpha_1 = 2 \sqrt{\frac{-if}{ku_*}}$, J_0 , N_0 分别为零阶 Bessel 和 Neumann 函数.

C_1, C_2 为待定复常数.

(2) 代入(4)得

$$\frac{d}{dz} \lambda_2 z^{4/3} \frac{dW_2}{dz} - if(W_2 - W_g) = 0, \quad (10)$$

其中 $\lambda_2 = c_0 (\beta Q_s)^{1/3}$, 令 $W_2 - W_g = \omega z^{-1/6}$, $z^{1/3} = \eta$. 则(10)变成

$$\frac{d^2 \omega}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\omega}{d\eta} - \left(\frac{1}{4} \eta^{-2} + i \frac{9f}{\lambda_2} \right) \omega = 0. \quad (11)$$

(11) 式可解为

$$\omega = C_3 J_{\frac{1}{2}}(\alpha_2 \eta) + C_4 J_{-\frac{1}{2}}(\alpha_2 \eta). \quad (12)$$

$\alpha_2 = 3 \sqrt{\frac{-if}{\lambda_2}}$, C_3, C_4 为复常数. 利用半整阶 Bessel 函数的性质, 回到原变数后,

(12) 式可写成

$$W_2 = W_g + C_3 z^{-\frac{1}{3}} \sin(\alpha_2 z^{\frac{1}{3}}) + C_4 z^{-\frac{1}{3}} \cos(\alpha_2 z^{\frac{1}{3}}). \quad (13)$$

C_3, C_4 为复常数. (13) 即第二层解.

(3) 代入(4), 并令 $c_1 (\beta Q_s)^{1/3} h^{4/3} = \lambda_3$, 则(4)化为

$$\frac{d}{dz} \lambda_3 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{1/3} \frac{dW_3}{dz} - if(W_3 - W_g) = 0. \quad (14)$$

由 K 在 z_2 处连续, 可定得

$$c_1 = k^{4/3} \zeta_2^{4/3} \zeta_0^{-1/3} (1 - \zeta_2)^{1/3},$$

因而即知 λ_3 . 令 $\eta = \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{5/6}$, $W_3 - W_g = \omega \eta^{2/5}$, 化(14)为

$$\frac{d^2 \omega}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\omega}{d\eta} + \left(-\frac{16}{25} \zeta i - \frac{4}{25} \eta^2 \right) \omega = 0. \quad (15)$$

此处 $\zeta = \frac{9}{4} \lambda_3^{-1} f h^2$; (15) 可用 Bessel 函数解出, 回到原变数:

$$\begin{aligned} W_3 = W_g + C_5 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{3}} J_{\frac{2}{5}} \left[\frac{4}{5} \sqrt{-i\zeta} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{5}{6}} \right] \\ + C_6 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{3}} J_{-\frac{2}{5}} \left[\frac{4}{5} \sqrt{-i\zeta} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{5}{6}} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

若令 $\alpha_3 = \frac{6}{5} \sqrt{-i} \left(\frac{\mu_1}{c_1} \right)^{\frac{1}{2}}$, $\mu_1 = \left(\frac{h^2 f^3}{\beta Q_s} \right)^{\frac{1}{3}}$, 则(16)中 $\frac{4}{5} \sqrt{-i\zeta} = \alpha_3$, 故

$$W_3 = W_g + C_5 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{3}} J_{\frac{2}{5}} \left[\alpha_3 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{5}{6}} \right] + C_6 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{3}} J_{-\frac{2}{5}} \left[\alpha_3 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{5}{6}} \right]. \quad (17)$$

此即第三层解. 用各层分界处风及其铅直导致连续的条件加上上下界条件定出常数 C_1 至

C_6 为

$$\left. \begin{aligned} C_4 &= \frac{A}{B-C}, \quad C_3 = \frac{PX-Y\Omega}{z\Omega-DX} C_4, \quad C_2 = \frac{C_3 E + C_4 F - T}{S}, \\ C_1 &= \frac{-W_8 - C_2 N_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})}{J_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})}, \quad C_5 = \frac{C_3 D + C_4 P}{\Omega}, \quad C_6 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \frac{-2}{3h} (1-\zeta_2)^{\frac{2}{3}} J_{\frac{2}{3}}[\alpha_3(1-\zeta_2)^{5/6}] + \frac{1}{h} (1-\zeta_2)^{\frac{1}{6}} \sqrt{-i} \sqrt{\frac{\mu_1}{c_1}} J_{\frac{7}{3}}[\alpha_3(1-\zeta_2)^{5/6}], \\ A &= \frac{SQ-TR}{SM-ER}, \quad B = \frac{PX-Y\Omega}{Z\Omega-DX}, \quad C = \frac{FR-HS}{SM-ER}, \\ E &= -\frac{1}{3} z_1^{-4/3} \sin(\alpha_2 z_1^{\frac{1}{3}}) + \frac{z_1^{-1}}{3} \alpha_2 \cos(\alpha_2 z_1^{\frac{1}{3}}), \\ D &= -\frac{1}{3} z_2^{-4/3} \sin(\alpha_2 z_2^{\frac{1}{3}}) + \frac{z_2^{-1}}{3} \alpha_2 \cos(\alpha_2 z_2^{\frac{1}{3}}), \\ F &= -\frac{1}{3} z_1^{-4/3} \cos(\alpha_2 z_1^{\frac{1}{3}}) - \frac{z_1^{-1}}{3} \alpha_2 \sin(\alpha_2 z_1^{\frac{1}{3}}), \quad H = z_1^{-\frac{1}{3}} \cos(\alpha_2 z_1^{\frac{1}{3}}), \\ M &= z_1^{\frac{1}{3}} \sin(\alpha_2 z_1^{\frac{1}{3}}), \quad P = -\frac{1}{3} z_2^{-4/3} \cos(\alpha_2 z_2^{\frac{1}{3}}) - \frac{z_2^{-1}}{3} \alpha_2 \sin(\alpha_2 z_2^{\frac{1}{3}}), \\ Q &= \frac{-w_8 J_0(\alpha_1 z_1^{\frac{1}{2}})}{J_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})}, \quad R = N_0(\alpha_1 z_1^{\frac{1}{2}}) - \frac{N_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}}) J_0(\alpha_1 z_1^{\frac{1}{2}})}{J_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})}, \\ S &= \frac{N_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})}{J_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})} - \frac{\alpha_1}{2} z_1^{-\frac{1}{2}} J_1(\alpha_1 z_1^{\frac{1}{2}}) - N_1(\alpha_1 z_1^{\frac{1}{2}}) - \frac{\alpha_1}{2} z_1^{-\frac{1}{2}}, \\ T &= \frac{w_8}{J_0(\alpha_1 z_0^{\frac{1}{2}})} - \frac{\alpha_1}{2} z_1^{-\frac{1}{2}} J_1(\alpha_1 z_1^{\frac{1}{2}}), \quad X = (1-\zeta_2)^{\frac{1}{3}} J_{\frac{2}{3}}[\alpha_3(1-\zeta_2)^{5/6}], \\ Y &= z_2^{-\frac{1}{3}} \cos(\alpha_2 z_2^{\frac{1}{3}}), \quad Z = z_2^{-\frac{1}{3}} \sin(\alpha_2 z_2^{\frac{1}{3}}). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

W_1 中含 u , 它应由边条件及有关参数定出, 又 z_1 中含 L 因而含 u , 故 z_1 亦待定. Q_s 和 G (地转风值) 设已知, 此时 u 由下法定出. 上界高度 h 设已知, 由 u 定义, 有

$$u_s = \left(K \frac{dW}{dz} \right)_{z=z_s}^{\frac{1}{2}} = k u_s z_s \left| \frac{\alpha_1}{2} C_1 z_s^{-\frac{1}{2}} J_1(\alpha_1 z_s^{\frac{1}{2}}) + \frac{\alpha_1}{2} C_2 z_s^{-\frac{1}{2}} N_1(\alpha_1 z_s^{\frac{1}{2}}) \right|^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

z_s 可取第一层内某高度, 如 2 m. 由 (20) 隐式解 u_s , 因而求出 L , z_1 . 至此, 我们已获得自由对流下的全边界层风廓线. 图 1 是 $Q_s = 0.1 \text{ K} \cdot \text{m/s}$ (典型值, 见文献 [5]), $G = 6 \text{ m/s}$, $f = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, $z_0 = 0.1 \text{ m}$, $h = 1200 \text{ m}$ 时的风螺旋, 地转风与地面风夹角 α 很小, 只有 3.5° . 低层风较大, 这正反映了对流边界层的重要特征, 即强不稳定导致的动量强烈下传.

表 1 是几组参数时的计算例子, 可见其他条件相同时, Q_s 愈大, 则 u_s 愈大,

α 角愈小; G 愈大, 则 u_* 愈大, 但 $\frac{u_*}{G}$ 略小, 这符合边界层 Rossby 数相似理论, 从

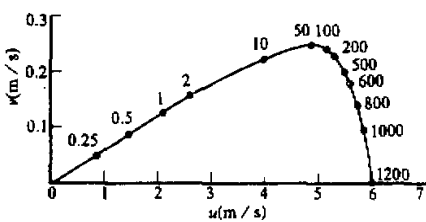


图1 自由对流时理论风螺旋
曲线上数字为高度(单位: m).

表中 $\frac{u_*}{G}$, α 与稳定度 μ , Rossby 数 R_0 的关系看, 其变化关系与数值都与公认的规律一致^[6]. 各参数对 h 则不敏感. 我们还计算了 f 及 z_0 的影响, 也都符合理论及观测的一般特征.

用实测风资料验证理论风廓线有一定困难, 因为必须同时有实测热通量资料, 又因理论模式假定了正压, 实际一般较难

满足, 实测资料同时有热成风的更少. 我们从美国 Argonne 实验室的 Sangamon 野外

表1 $f=10^{-4}s^{-1}$, $z_0=0.1m$ 时各有关参数

R_0	G (m/s)	h (m)	Q_* (K · m/s)	u_* (m/s)	$\frac{u_*}{G}$	α (°)	μ	w (cm/s)
6×10^5	6	1200	0.1	0.35	0.059	3.5	-41	0.11
6×10^5	6	1200	0.2	0.38	0.063	2.7	-75	0.09
6×10^5	6	1500	0.1	0.36	0.06	3.7	-42	0.14
10^6	10	1200	0.1	0.51	0.051	4.3	-19	0.12
10^6	10	1200	0.2	0.54	0.054	3.2	-36	0.09

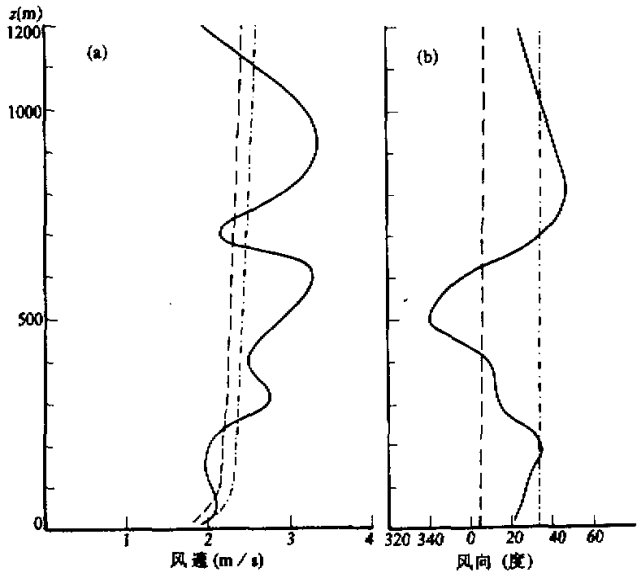


图2 1975 07 25 11:00 Sangamon 资料与模式对比
(a) 为风速, (b) 为风向, 实线为实测, 虚线为考虑热成风的结果, 点划线是用地面地转风的结果 ($h=1200m$)

试验资料^[7]中选出既有热通量、又有热成风、地转风资料的 1975 年 7 月 25 日 11 时及同年 7 月 27 日 11 时两次小球测风资料来检验本模式的适合程度。观测地点纬度为 $39^{\circ}32'N$ ，粗糙度可定为 $0.1m$ ，由探空资料可定对流边界层顶高度。我们进行了两项计算，一个是不计热成风，把地面地转风取为边界层顶地转风作为上界条件，也取作方程中的 W_g ；另一个是由地面地转风和热成风计算边界层顶地转风，以其作为上界条件及方程中的 W_g ，实测风速及风向随高度的分布以及两个模式计算值见图 2 和图 3。由图见，模式结果反映了自由对流风廓线分布的一个重要特征，即铅直方向变化较小，这也正是为大量观测事实及边界层数值模拟所证实了的。图中实测值的弯曲是由于小球测风的局限性，风速不可能在稍长一些时间内取平均的结果，但从风速大小看，结果是好的。因地转风和热成风需由气压场及温度场水平分布算出，精确度不可能很高。

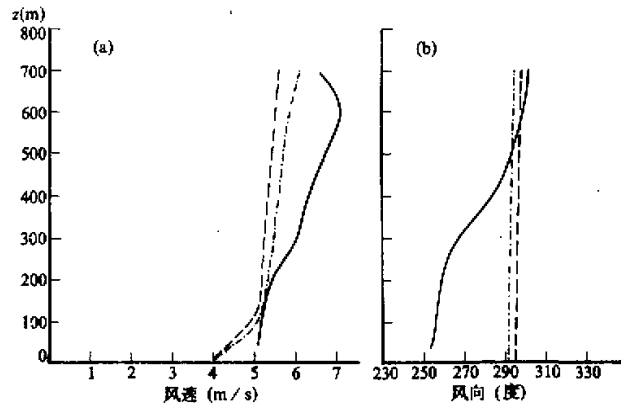


图 3 其他说明同图 2，但时间为 1975 07 27 11:00 ($h=700m$)

三、对流边界层顶抽吸速度

我们将在上节中求出的风廓线基础上研究抽吸速度，先由廓线求散度，此时 W_g 是空间位置的函数。由于内参数随水平坐标的变化对抽吸速度 w 影响甚小，我们只计 W_g 的变化。由(18)，(19)知， $C_1 - C_5$ 中均含一个 W_g 因子，若令

$$C_1 = C_{11} W_g, \quad C_2 = C_{21} W_g, \quad C_3 = C_{31} W_g, \quad C_4 = C_{41} W_g, \quad C_5 = C_{51} W_g.$$

则 $C_{11} - C_{51}$ 均为与 W_g 无显式关系，仅与内参数有关而与 z 无关的常数。由各层 W_i ($i=1-3$)求散度

$$\text{div } \vec{V}_i = \text{Re} \frac{\partial W_i}{\partial x} + \text{Im} \frac{\partial W_i}{\partial y}.$$

再分别在各层内对 z 积分，即得各层顶处由各该层内散度引起的垂直速度，然后将其相加，即得边界层顶处抽吸速度。由于第一层厚度一般只有边界层总厚度的 $\frac{1}{100}$ 量级，加之第一层内风速也比上面小，我们将略去第一层散度对 W 的贡献（实际计算也表明第

一层顶的垂直速度确实很小,只相当于 W 的 10^{-3}), 将 W_2 和 W_3 求散度再积分, 对结果的繁琐解析表达式各项进行量级比较, 略去小项, 可得第二, 三层各自在该层顶处产生的垂直速度是:

$$W_2 = \frac{9\zeta_g}{4a^3} z^{\frac{1}{3}} \left\{ -\sin\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \left[\operatorname{ch}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Re} C_{31} + \operatorname{sh}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Im} C_{41} \right] \right. \\ \left. + \cos\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \left[\operatorname{sh}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Im} C_{31} + \operatorname{ch}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Re} C_{41} \right] \right\} \\ - \frac{9\zeta_g}{4a^3} z^{\frac{1}{3}} \left\{ -\sin\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \left[\operatorname{ch}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Re} C_{31} + \operatorname{sh}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Im} C_{41} \right] \right. \\ \left. + \cos\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \left[\operatorname{sh}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Im} C_{31} + \operatorname{ch}\left(az^{\frac{1}{3}}\right) \operatorname{Re} C_{41} \right] \right\}. \quad (21)$$

$$W_3 = \zeta_g h \left[\frac{3}{5} \operatorname{Im}(C_{31} \Lambda_1) (1 - \zeta_2)^{5/3} - \frac{3}{10} \operatorname{Im}(C_{31} \Lambda_2) (1 - \zeta_2)^{10/3} \right]. \quad (22)$$

其中, ζ_g 为地转涡度,

$$a = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2f}{\lambda_1}}; \quad \Lambda_1 = \frac{1}{\Gamma(1.4)} \left(\frac{\alpha_3}{2} \right)^{\frac{2}{3}}; \quad \Lambda_2 = \frac{1}{\Gamma(1.4)} \left(\frac{\alpha_3}{2} \right)^{\frac{12}{5}}.$$

边界层顶抽吸速度即是

$$W = W_2 + W_3. \quad (23)$$

由(21)可见 W_2 与 ζ_g 成正比, Q_c 的影响体现于 a 及各复常数中, 函数关系很复杂, 对通常的 Q_c 值可验证它对 W_2 的影响是随 Q_c 增而减. h 的影响含于 z_2 中亦隐含于复常数中, h 增加主要使 W_2 增加. G 的影响隐含于复常数中, G 增则 W_2 增.

由(22)则可见 W_3 也与 ζ_g 成正比, 故 W 亦与 ζ_g 正比, 这符合经典结论. 从(22)还明显看出 h 增加导致 W_3 增加(其他因子中 h 影响不如此明显), Q_c , G 的影响含于 $\operatorname{Im}(C_{31} \Lambda_i)$ 中, 计算证明 Q_c 增大及 G 的变小均导致 W_3 变小, 这可从其对 $\operatorname{Im}(C_{31} \Lambda_i)$ 的影响推出. 与 W_2 联合, 对 W 的影响亦是随 Q_c 增及 G 减而使 W 减. 设 $\zeta_g = 3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, 其他参数用表 1 中数值, 则 W 结果亦见表 1.

为了验证 Q_c 影响结论是否正确, 我们又数值求解由(3), (10), (14)组成的边界层方程, 结果与本文解析解很相近, 由连续方程求得的 W 亦很相近. 我们的 W 公式不仅体现了与 ζ_g 成正比, 还包括了 Q_c , h , G 等影响, 对自由对流态, 应更全面些.

造成自由对流时当其他参数不变, 而 Q_c 增大时 W 反而小的原因是此时各高度上风与等压线的交角 α_z 均很小, W 主要决定于垂直于等压线风的分量, 即与 $\sin \alpha_z$ 有关, α_z 小时, 因 Q_c 增大 α 减少产生的垂直于等压线风分量减小的影响超过了因 Q_c 增加使边界层风速增加而使垂直于等压线风增加的影响, 因此造成 Q_c 大 W 反而小的现象. W 随 G 增而增物理上是明显的. 虽然内参数对 h 并不敏感, 但 W 是由散度积分而得, 所以 h 愈大 W 愈大.

对于不是自由对流的一般不稳定层结, 由于 α 角不象自由对流时那样小, 由于不稳定的增加使 u_z 增加(即湍流加强)造成的对 W 影响是主要的. 我们曾对如下 K 表示的不稳定层结

$$K = l^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 - \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]^{1/2}. \quad (24)$$

求数值积分边界层方程求风解及抽吸速度, 其中 θ 是位温, l 为混合长. 取 f, z_0, ζ_g 如前, 设 $G = 10 \text{ m/s}$. 边界层上下界间位温差 -2°C , 则 $W = 0.45 \text{ cm/s}$, 不稳定性再增, W 还要大些, 此 W 大于自由对流时, 这是由于此时 α 在 20° 左右, 造成垂直于等压线风分量较大之故.

我们讨论的是由摩擦产生的横越等压线风产生的 W , 上面这些结论亦仅对此而言. 自由对流时在边界层顶与自由大气的分界面上物理过程非常复杂, 有不同尺度的质量交换发生, 如果把这些垂直速度也加进去, 实际的边界层顶垂直速度可以比本文大得多, 本文讨论的 Ekman 抽吸仅能反映边界层与自由大气质量交换的一部分, 由各种物理过程形成的总垂直速度如何定量处理是要进一步研究的.

四、稳定层结时边界层风的解析表达和边界层顶抽吸速度

稳定边界层的研究取得的成果远较对流边界层为少, 也不很成熟, 我们将根据近年来一些研究给出稳定边界层风解析分布的一些近似结果. 近年来稳定边界层的一些模式结果虽然作了一些假定^[9, 10], 但得到的某些结论还是大体上符合实况的. Nieuwstadt 得^[11]

$$K = ku \cdot L \left(1 - \frac{z}{h} \right)^2 \text{Rf}, \quad (25)$$

其中 Rf 取 0.2, (25) 亦可写成

$$K = \lambda_4 \left(1 - \frac{z}{h} \right)^2. \quad (26)$$

$\lambda_4 = a 2k u \cdot L$, 我们用(26)来寻求稳定边界层中风分布, 但由于(26)或(25)式是在假定 Rf 不随高度变时得到的, 这在靠近地面会带来误差. (26)代入(4), 得

$$\frac{d}{dz} \lambda_4 \left(1 - \frac{z}{h} \right)^2 \frac{dW}{dz} - if(W - W_g) = 0 \quad (27)$$

令 $h - z = x$, (27)可化为 Enler 方程:

$$x^2 \frac{d^2 W}{dx^2} + 2x \frac{dW}{dx} - \frac{ik^2}{\lambda_4} f(W - W_g) = 0, \quad (28)$$

求解后再回到原变数, 即得(27)之解是

$$W = W_g + C_7 (h - z)^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4ik^2 f / \lambda_4}} + C_8 (h - z)^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4ik^2 f / \lambda_4}}. \quad (29)$$

因指数中根式的实部大于1, 为满足上界条件应有 $C_8 = 0$, 故

$$W = W_g + C_7 (h - z)^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4ik^2 f / \lambda_4}}. \quad (30)$$

由下界条件可求 C_7 , (30)式可写成

$$W = W_s - W_s \left(\frac{h - z_0}{h - z} \right)^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 i h^2 f / \lambda_4}}, \quad (31)$$

(31)式中 λ_4 含 u_* , L , 应与方程解同时求出, 而 Q_s, G, h 视为已知. 同前, 设 $z_s = 2m$. 有

$$u_* = \left(K \left| \frac{dW}{dz} \right| \right)^{\frac{1}{2}}_{z=z_s} = \lambda^{\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{z}{h} \right) \left| \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 i h^2 f / \lambda_4}}{h - z_s} \right. \\ \left. \times W_s \left(\frac{h - z_0}{h - z_s} \right)^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 i h^2 f / \lambda_4}} \right|^{\frac{1}{2}}. \quad (32)$$

可用逐步近似法由(32)求解 u_* , 再得 L , 同时得解(31). 据实践试验, 求解过程中, 若 λ_4 中先给定 L , 解 u_* , 然后求 Q_s 则数学求解容易一些. 但从物理上说, 仍然认为是 Q_s 先给定, 而 u_* 是待定的. 图4是当 $h = 200m$ (典型的稳定边界层值, 如文献[8]), $G = 10m/s$, $f = 10^{-4}s^{-1}$, $Q_s = -0.0048 K \cdot m/s$, $z_0 = 0.1m$ 时的理论风螺旋. 据计算, 边界层的特性参数对 h 并不敏感, 此与对流时基本一致. 对图4的例子, $u_* = 0.18 m/s$, $\alpha = 49^\circ$. 稳定边界层 α 角大是其特点, 此处是大了些, 但按Орленко^[11], 稳定时 α 角可在 $40 - 50^\circ$ 之间, 故也还合理.

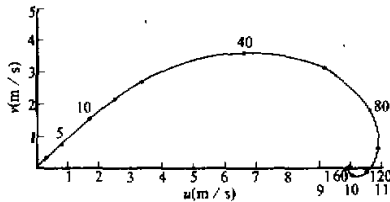


图4 稳定边界层理论风螺旋

由于(27)式的 K 在接近地面处有误差, 故可给 α 带来误差. 此例 $\mu = 74$, $Ro = 10^6$, 对照边界层特性参数与 μ, Ro 的关系^[6], 本例结果可讲还是合理的. 表2给出各不同参数时稳定边界层的各有关特征, 已取 $f = 10^{-4}s^{-1}$, $z_0 = 0.1m$, $h = 200m$, G, Q_s 为输入, 可见在表中 μ 变化的一定范围内, $\frac{u_*}{G}$ 的变化趋势符合已有的理论及实测特征. 根据各曲线分析, 层结愈稳定, 则风随高度更快地趋于地转风, 且地面风也愈弱, 这都说明理论模型能代表稳定边界层的许多特征.

表2 稳定边界层特性参数和 W

Ro	G (m/s)	Q_s (K · m/s)	u_* (m/s)	$\frac{u_*}{G}$	$\alpha (^\circ)$	μ	w (cm/s)
6×10^5	6	-0.018	0.13	0.022	48	53	0.061
6×10^5	6	-0.017	0.16	0.027	50	32	0.09
10^6	10	-0.048	0.19	0.019	49	74	0.071
10^6	10	-0.046	0.23	0.023	51	36	0.10

由(31)式用与前节相同的办法即由散度可求边界层顶抽吸速度, 其结果是:

$$W = -\zeta_s \left\{ \frac{\varphi (h - z_0)^{\gamma+1}}{(\gamma+1)^2 + \delta^2} [(\gamma+1) \cos(\delta \ln(h - z_0)) + \delta \sin(\delta \ln(h - z_0))] \right. \\ \left. + \frac{\psi (h - z_0)^{\gamma+1}}{(\gamma+1)^2 + \delta^2} [(\gamma+1) \sin(\delta \ln(h - z_0)) - \delta \cos(\delta \ln(h - z_0))] \right\}, \quad (33)$$

其中

$$\varphi = (h - z_0)^{-1} \cos[\delta \ln(h - \zeta_0)], \psi = -(h - z_0)^{-1} \sin[\delta \ln(h - z_0)],$$

$$\gamma = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{1+\theta^2} + 1}{2}}, \delta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{1+\theta^2} - 1}{2}}, \theta = \frac{4h^2 \lambda}{\lambda_d}.$$

各参数时的计算结果见表2中最后一列,可见在同一个 G 值下,稳定时 W 比不稳定要小得多,这是因稳定时湍流弱的缘故.相同 G 时, $|Q_s|$ 愈大则 W 愈小,即湍流愈弱 W 愈小,物理上这是明显的, W 随 G 的变化是 W 随 G 增而增,虽然从表2看, G 小时 $|Q_s|$ 也小,但第一行和第三行都相应于 $L = 10\text{m}$,仍能反映出纯动力因子对 W 的影响.

五、结 语

本文用近年来对层结边界层中湍流交换系数的研究成果来研究自由对流和稳定层结下边界层风廓线的解析表达式,并以此研究边界层顶抽吸速度,所得廓线表达式及有关边界层参数基本反映了各自层结下的边界层特征,求出的抽吸速度随地转风速及地面热通量的变化特征等都能从物理上加以解释.层结作用既受热通量影响,也受风大小影响,本文讨论的层结影响在风越小时越易成立.由于本文考虑了地转风场,地面热通量,粗糙度,实际的边界层顶高度,因而在抽吸速度的研究中考虑的物理因子比经典工作更多些.一天中层结有日变,因而一天中不同时刻抽吸速度是不同的.在某些盛行同一层结的地区,例如高纬冬季大陆常有强稳定层结的边界层控制,这时 W 一直很小,这也部分解释了为何高纬大陆冷高压能较长时间维持而不被“旋转减弱所”衰减的原因.

本文未计入中小尺度对流的上升,其水平尺度比本文考虑的要小,也会在自由大气与边界层的相互作用中及各种物理量的交换中起重要作用,若将这些因素计入,如第三节所述,需考虑边界层顶处一系列物理过程,现在还不很清楚.

参 考 文 献

- [1] 徐银梓、赵 鸣, 1988, 半地转三段 K 模式边界层运动, 气象学报, 46, 267—275.
- [2] Xu, Yinzi and Zhao, M., 1989, The wind field in the nonlinear multilayer planetary boundary layer, *Boundary Layer Meteor.*, 49, 219—230.
- [3] Nieuwstadt, F.T.M., 1984, Some aspects of the turbulent stable boundary layer, *Boundary Layer Meteor.*, 30, 31—55.
- [4] Миронов, Д. В., 1989, Турбулентная вязкость и закон сопротивления в ппс при конвекции, Изв. ФАО, 25, 14—19.
- [5] Kaimal, J.A., 1976, Turbulence structure in the convective boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 33, 2152—2169.
- [6] Tennekes, H., 1973, Similarity laws and scale relation in PBL, in: *Workshop on Micrometeorology* (ed. by D.A. Haugen), *Amer. Meteor. Soc.*, 177—216.
- [7] Hicks, B.B. et al., 1981, The Sangamon field experiments: Observations of the diurnal evolution of the PBL over land, ANL/RER-81-1.
- [8] Caughey, S.C., Wyngaard, J.C., Kaimal, J.A., 1979, Turbulence in the evolving stable boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 36, 1041—1052.

- [9] Nieuwstadt, F.T.M., 1984, The turbulent structure of the stable nocturnal boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2202—2216.
- [10] 李兴生, 1989, 稳定大气边界层的湍流结构和相似律, *气象学报*, **47**, 257—264.
- [11] Орленко, Л. Р., 1979, Строение планетарного Пограничного слоя атмосферы, Гидрометеониздат, 77.

The Expressions for the Wind Profiles of Free Convective and Stable Boundary Layers and the Pumping Velocity at the Top of the Planetary Boundary Layer

Zhao Ming

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing, 210008)

Abstract

Based on recent studies of the turbulent transfer in free convective and stable boundary layers, analytic expressions for wind profiles in these two cases are obtained, the profiles and boundary layer parameters are in agreement with observational characteristics. Furthermore, the analytic expressions for the pumping velocity at the top of the PBL and their relations to some parameters are also derived. The results show that the pumping velocity is connected with stratification and may be explained physically.

Key words: Convection boundary layer; Stable boundary layer; Boundary layer wind profile; Pumping velocity.

中国气象学会统计气象学委员会成立大会 暨统计气象学研讨会在浙江建德举行

中国气象学会统计气象学委员会成立大会暨统计气象学研讨会于1991年8月26—29日在浙江省建德县举行,出席会议的代表有37人,其中学科委员会委员19人,学组成员7人,特邀代表7人。

会议听取了主任委员周家斌的工作报告,并就学科委员会的任务和今后四年的学术活动等问题,进行了广泛而热烈的讨论。与会代表一致认为统计气象学委员会的成立标志着我国统计气象学进入了深入发展的新阶段。代表们对此感到由衷的高兴和鼓舞,大家一致认为学科委员会应通过组织学术活动,团结统计气象学界广大的科研、教学和业务人员,努力促进我国统计气象学的应用,促进气象业务预报和管理工作的,促进我国统计气象学科的发展,促进统计气象学队伍的发展和壮大。

会上有14位同志报告了15篇学术论文,学术报告涉及了统计气象学的各个领域,其中包括:统计气象学各个领域的新进展;大气统计函数与熵守恒;以混沌理论为基础的预报方法;奇异谱、统计维数和确定性维数;大气湍流发生的非线性机制;非线性谱分析;探索性数据分析(EDA);正态变换回归概率方法(TRP);应用随机游动气候形势;统计动力预报的Monte Carlo方法;统计军事气象学;随机数据统计分析软件包等。

(周家斌 杨桂英)