

用变分方法校准数字化天气雷达 测定区域降水量基本原理和精度*

张培昌 戴铁丕 傅德胜 伍志芳

(南京气象学院, 南京 210044)

(新疆气象科学研究所)

提 要

本文用变分方法校准雷达估算的降水强度和区域降水量, 结果表明: 经变分校准后, 不但能使雷达探测到的结果与雨量计观测到的结果比较接近, 而且还能保留没有雨量计站的地方雷达探测到的降水强度变化, 其平均相对误差约为 20%。

关键词: 变分法校准; 数字化雷达; 区域降水量。

一、引 言

长期以来, 气象和水文部门都是依靠雨量计网测定区域降水量, 当降水分布比较均匀时, 这种方法能保证一定精度。但是, 暴雨等强对流天气降水的局地性很强, 这时利用常规密度的雨量计站网不仅无法准确测定区域降水量, 而且往往漏掉暴雨强中心, 不能准确反映雨区中降水强度分布、演变情况。测雨雷达则可以及时提供时空连续变化的实时降水资料, 给出较大范围内的瞬时降水强度分布, 累积降水量分布和区域降水量等资料。这对于作暴雨落区和移动预报、洪水预报等均有重要意义。

试验中发现, 单纯利用雷达估算区域降水量存在着精度不高的缺陷^[1]。为了提高雷达定量测定区域降水量精度, 常采用两种方法: 一是分析各种可能的误差并进行订正; 二是采用雷达—雨量计系统联合探测方案^[2], 以雨量计来校准雷达。

本文介绍一种用变分法校准雷达测定区域降水量的新方法^[3], 它属于雷达—雨量计联合探测系统测定区域降水量中的一种方案, 该方案在采用雷达探测的同时, 还必须要有稀疏的自动雨量计站网探测区域降水量的资料。这种校准方法的实质是利用平面拟合技术, 把雷达探测到的结果造型成雨量计观测到的结果, 且保留了雨量计站之间雷达探测到的降水变化。

为了检验变分方法校准的精度, 本文还使用平均校准法^[4]的测值, 把雷达测值及以上两者的测值同时与作为真值的较高密度的雨量计网测值进行比较, 结果表明: 变分校准法不但测量精度较高, 而且还能较好地反映降水的时空分布。

二、资 料

采用武汉中心气象台 WSR-81S 型数字化天气雷达的 Col. max 彩色分层图象产

1991年4月25日收到修改稿。

* 该论文受75-09-02-28-03 75 国家重点攻关课题资助。

品, 它分为平面图象和附属垂直剖面图象两部分. 本文使用由体积扫描中柱体内最强降水回波组成的平面图象资料. 雷达反射率因子 Z 值, 通过固定的 $Z = 200 I^{1.6}$ 关系式直接转换成雨强 I 值.

分析区域选在雷达站南面距测站 60—180 km, 方位为 178—240° 的矩形区域内 (图 1), 即分析区域面积为 10^4 km^2 , 其中有 16 个自动雨量计站. 分析时将区域分成很多格距为 4 km 的正方形网格, 每个格点以坐标 (i, j) 表示, 格数为 30×30 .

本文分析了武汉地区 1987 年和 1988 年 5 次降水天气过程, 它包括有大范围暴雨、雷阵雨和一般对流性降水. 文中着重分析了 1987 年 8 月 28 日, 5 月 25 日两次不同类型的降水天气过程.

三、原 理

1. 变分法在气象中应用

设 $\tilde{f}_i$ 表示空间某点 (x, y, z) 处某气象要素场的实测值, f_i 表示相应点上同一气象要素的分析值, 下标 i 表示不同气象要素的序号. 在每一网格点上, 所有要素的实测值与分析值之差的加权平方和为

$$F(x, y, z, f_1, \dots, f_n) = \sum_{i=1}^n d_i (f_i - \tilde{f}_i)^2, \quad (1)$$

式中 α_i 是各个要素的权重因子, 为了得到在空间区域 V 内最佳的分析值, 应使 (1) 式的积分

$$J = \iiint_V \sum_{i=1}^n \alpha_i (f_i - \tilde{f}_i)^2 dV = \iiint_V F(x, y, z, f_1, \dots, f_n) dV \quad (2)$$

为最小, 即在分析区域内, 各要素的分析值和实测值之间的偏差在最小二乘意义上是最小. J 称为泛函. 上述要求就是要使泛函的变分必须为零, 即 $\delta J = 0$. 在实际问题中, 分析值之间要满足一定的物理关系, 称为约束条件, 它可表示为

$$G_j(f_1, \dots, f_n) = 0, \quad (j = 1, \dots, m) \quad (3)$$

下标 j 表示不同约束条件序号.

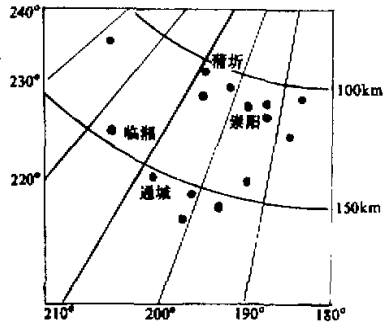
为了把约束条件统一考虑到 (2) 式中去, 引进拉格朗日乘子 λ , 建立新的泛函 I^* , 并要求

$$I^*(f_i, \lambda_j) = \iiint_V \left(F + \sum_{j=1}^m \lambda_j G_j \right) dV \quad (4)$$

为最小, 这里 λ_j 和 f_i 一样也是函数. 引入新的积分宗量

$$F^* = F + \sum_{j=1}^m \lambda_j G_j, \quad (5)$$

则 (4) 式就可以表示为



$$I^*(f_i, \lambda_j) = \iiint_V F^*(x, y, z, f_1, \dots, f_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m) dV. \quad (6)$$

(6)式和(2)式形式上基本相同,它是一个三重积分的泛函条件极值问题,条件极值问题的经典间接求解法是:在满足一定边界条件下,在函数集中选出一组函数 $f_1, \dots, f_n$ 能使泛函 I^* 取得极值,这等价于 $f_1, f_2, \dots, f_n$ 及乘子 $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ 必须满足由泛函 I^* 取极值时所得的欧拉方程

$$F_{f_i}' - \frac{\partial}{\partial x} [F_{G_0 x}'] - \frac{\partial}{\partial y} [F_{G_0 y}'] - \frac{\partial}{\partial z} [F_{G_0 z}'] = 0 \quad (7)$$

和约束方程(3).式中 $\frac{\partial}{\partial x} []$, $\frac{\partial}{\partial y} []$, $\frac{\partial}{\partial z} []$ 分别表示对 x, y, z 求偏导数.由(3)和(7)式联立方程组可以求出 $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ 和 $f_1, \dots, f_n$,后者即为通过变分校准后获得的最佳分析场.

由(3)式和(7)式联立方程组求出的分析场,按理应严格满足(3)式所表示的约束条件.实际上并不尽然,在许多场合宁肯将约束条件取为近似关系,即

$$G_j(f_1, \dots, f_n) \approx 0 \quad (j=1, \dots, m) \quad (8)$$

作为约束方程所得结果更令人满意.(8)式也称为弱约束条件.在弱约束时,拉格朗日乘子 λ_j 不是待定的,而是象权重因子 α_i 一样是事先给定的,称为约束权重,本文就采用了这种弱约束关系.

2. 用变分法校准雷达测定区域降水量方法

据上述变分法原理,对每一时刻给出雷达探测到的雨量 $PS_r(i, j)$ 和该时刻雨量计测量到的雨量 $PS_g(i, j)$.这样,在网格点 (i, j) 上的雨量计—雷达校准因子为

$$\tilde{CR}(i, j) = PS_r(i, j) - PS_g(i, j). \quad (9)$$

由于在许多格点上没有雨量计测值 PS_g ,因此,需要设法求出一个订正因子分析场 $CR(i, j)$,这个 $CR(i, j)$ 应该是最优的,即它与每一格点 (i, j) 上的校准因子实测值 $\tilde{CR}(i, j)$ 之差的平方和为最小,即

$$f(x, y, CR) = \sum_i \sum_j \alpha (CR - \tilde{CR})^2 = 0. \quad (10)$$

考虑到这里只取一个气象要素,故上式中的 α 即为前面提到的 α_i .为了抑制对分析不利的高频噪声,又不使分析场过分平滑而漏掉强降水中心,故将(10)式改写成包含弱约束条件的如下变分方程

$$\delta J = \delta \sum_i \sum_j \left\{ \alpha (CR - \tilde{CR})^2 + \lambda \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} CR \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} CR \right)^2 \right] \right\} = 0. \quad (11)$$

对(11)式右边第二项物理意义的分析可参阅文献[5].同样,式中 λ 就是前述的 λ_j .显然(11)式中泛函条件极值的积分宗量是:

$$F = \alpha (CR - \tilde{CR})^2 + \lambda \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} CR \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} CR \right)^2 \right].$$

由于

$$F_{CR} = 2\alpha(CR - \widetilde{CR}),$$

$$F_{(CR)_x} = 2\lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} CR,$$

$$F_{(CR)_y} = 2\lambda \frac{\partial^2}{\partial y^2} CR,$$

因此, (11)式对应的欧拉方程为

$$\alpha(CR - \widetilde{CR}) - \lambda \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} CR + \frac{\partial^2}{\partial y^2} CR \right) = 0. \quad (12)$$

(12)式与(7)式形式完全一样, 按照文献[3]和(12)式中 α , λ 分别取为

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.0 \times \delta_g(i, j) \times \delta_r(i, j) / (0.1)^2, \\ \lambda &= 1.0 / [0.5/4 \text{ km}]^2. \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta_g(i, j) &= \begin{cases} 1 & \text{有雨量计测值的网格} \\ 0 & \text{无雨量计测值的网格} \end{cases} \\ \delta_r(i, j) &= \begin{cases} 1 & \text{有雷达测值的网格} \\ 0 & \text{无雷达测值的网格} \end{cases} \end{aligned}$$

显然, 只有同时有雨量计测值和雷达测值的网格 (i, j) 上 α 才不为零, 为了使欧拉方程的形式更为简单, 可令 $\widetilde{\mu}^2 = (\alpha/\lambda)d^2$, 其中 d 为网格距, 本文中取为4 km. 为了选取最佳的 $\widetilde{\mu}^2$ 值, 做了一个确定 $\widetilde{\mu}^2$ 与降水量测量值相对误差 D 之间关系的试验. 结果表明: 当系数 $\widetilde{\mu}^2 = 11$ 时, 使得变分订正后的降水量相对误差最小. 本文采用了越松弛迭代的数值解法求解欧拉方程(12)式, 即可得到降水量分析场 CR . 于是, 校准后的雷达降水量场为

$$PS(i, j) = PS_r(i, j) + CR(i, j). \quad (14)$$

为了检验校准前后雷达测得的降水量精度, 必须利用客观分析法把各雨量计点测得的降水量内插到全场各个网格点上去. 设 $F_g(x, y)$ 是 g 个雨量计测值降水量, 则格点 (i, j) 上降水量内插值为

$$PS_g(i, j) = \sum_{g=1}^N W_g F_g(x, y) / \sum_{g=1}^N W_g. \quad (15)$$

其中 $g=1, 2, \dots, N$, N 是以格点为中心的某个扫描半径 R_n 内的雨量计个数, R_n 是保证 N 等于某一常数时的最小半径, W_g 是权重系数, 可表达成

$$W_g = \exp[-r_g^2/4k]. \quad (16)$$

其中 r_g 代表在 R_n 以内第 g 个雨量计测值点与网格点 (i, j) 间的距离, k 为滤波系数, 它可通过由中尺度分析中导出的响应函数 $R_0(\lambda, k)$ 求得^[6], k 取为0.6.

综上所述, 用变分法校准雷达测定区域降水量的做法是: 首先由雷达和雨量计的降水资料得到各格点上的 $PS_g(i, j)$ 和 $PS_r(i, j)$ 值, 并由(9)式求出 $\widetilde{CR}(i, j)$ 值, 然后解欧拉方程(12)式求得订正因子分析场 $CR(i, j)$, 再用(14)式求得校准后的雷达降水量场. 最后进行时空累加, 就可获得区域降水总量.

四、结果分析

1. 用变分法校准雷达测定区域降水量的精度

为了具体了解用变分法校准后雷达测定区域降水量的精度，我们将计算结果列于表 1。表 1 中降水量数值是由回波强度彩色分层等级取中限值转化为雨强时获得的（见表 2），由表 1 可见：

表 1 用变分法校准雷达测定区域降水量精度

降水日期		1987.5.12	1987.5.25	1987.7.22	1987.8.28	1988.5.7	平均
降水时间		18:00— 19:30	21:00— 23:00	05:30— 06:50	21:00— 22:50	0:00— 01:00	相对误差
天气形势		冷锋南下	静止锋	快速移动冷锋	快速移动冷锋	冷锋尾部	
降水性质		大范围 雷阵雨	大范围 暴雨	对流降水	对流降水	大范围混 合性降水	
雷达 探测 值	雷达值 $10^8 m^3$	0.7040	1.1757	0.7052	1.3284	1.3760	73.1
	区域平均雨量 mm	4.8	8.1	4.8	9.2	9.5	
	绝对误差	0.3809	0.4387	-0.2972	-0.8776	0.7850	
	相对误差	35.0	27.0	72.7	194.6	36.3	
平均 校准 法	校准后值 $10^8 m^3$	1.4769	2.4052	0.5755	0.7231	1.4510	43.98
	区域平均雨量 mm	10.2	16.7	3.9	5.0	10.07	
	绝对误差	-0.392	-0.7911	-0.1668	-0.2765	0.71	
	相对误差	36.0	49.0	40.8	61.3	32.8	
变分 校准 后	校准后值 $10^8 m^3$	0.9843	1.8942	0.5258	0.5503	1.8800	18.02
	区域平均雨量 mm	6.8	13.1	3.6	3.8	13.05	
	绝对误差	0.1006	-0.2789	-0.1171	-0.0995	0.2810	
	相对误差	9.2	17.2	28.6	22.1	13.0	
雨量 计网 测量 值	等效雨量 $10^8 m^3$	1.0849	1.6144	0.4087	0.4508	2.161	
	计网密度 1个/900 km ² (平均)mm	7.5	11.2	2.8	3.1	15.0	

表 2 雷达彩色分层等级及其对应的雨强值

回波分层等级	1	2	3	4	5	6	7
衰减等级 (dBZ)	20.50	29.38	34.19	40.56	45.38	50.19	57.00
雨强值 (mm/h)	0.7	2.5	4.8	12.3	25.4	48.6	123.9

(1) 若以等效雨量计站密度 (1 个雨量计 /900 km²) 所测的区域降水量作为真值，5 次降水天气过程中，3 次范围大，降水量大的天气过程均存在雨量计测值大于雷达测值，但两者差异不大，相对误差不超过 40%，而另外 2 次降水量小的一般对流降水天气过程，则雷达测值大于自动雨量计测值，两者相对误差达 1—2 倍之间。经分析可知，这

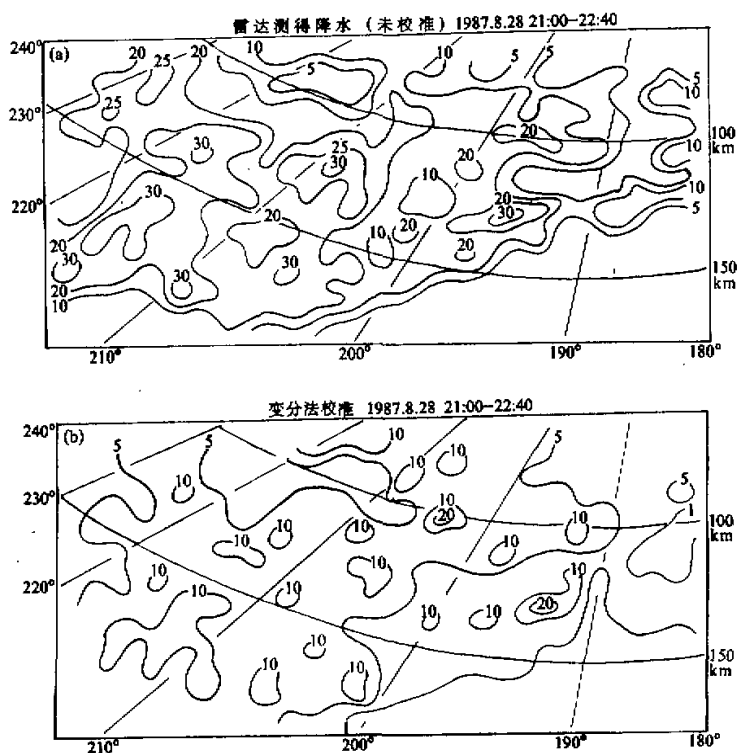
类误差主要是由于雷达测量空间和雨量计测量空间不一致造成的。当降水系统移动快时，误差则大；反之，误差则小。

(2) 从雨型上看，对大范围由静止锋引起的混合性降水，探测精度高，即使雷达测值未作任何校准，相对误差也不大。

(3) 就 5 次降水过程平均而言，未经校准的雷达测值，其相对误差绝对值为 73%；经平均校准法校准后，这个误差减少到 43.4%；而经变分法校准后，该误差仅为 18%。

2. 三种测量方法在测定区域降水量分布形势上的比较

为了进一步分析变分法校准后区域上各点降水量分布的形势，本文以 1987 年 8 月 28 日 21:00—22:40 和 1987 年 5 月 25 日 21:00—23:20 2 次降水天气过程为例，研究了三种测量方法在测定区域降水量分布形势上的精度。先考察 1987 年 8 月 28 日 1 次由快速移动冷锋所引起的对流性降水天气过程。图 2a、2b、2c 分别为未经过校准雷达测量值，经过变分校准后的雷达测量值和雨量计网测量值得到的区域降水量分布形势图。由图 2a 可见，这次快速移动冷锋上降水量分布极不均匀，大致有呈东北—西南走向的 5 条降水雨带分布，强降水中心在 20 mm 到 30 mm 等雨量线之间，它们均出现在锋后。而在图 2c 中这些雨带分布几乎没有，仅存在一条大致与锋面平行的东西走向雨带，强降水中心比雷达测得的（见图 2a）少得多。引起这些差异的基本原因为雨量计站



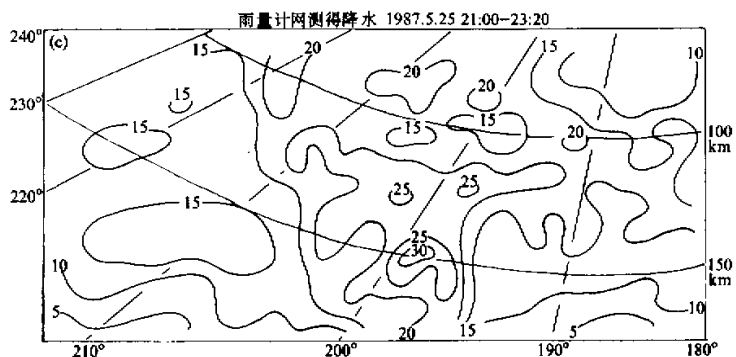


图 2 1987 年 8 月 28 日 21:00 — 22:40 降水量分布形势

(武汉地区南部图 1 所示分析区)

网密度不够,测不到这些分布极不均匀的中小尺度天气系统的降水。在测站西到西南方向绘不出 5 mm 降水量等值线,这是由于该方向上没有设置雨量计站(见图 1)。图中上述区域降水量分布是用(15)式内插得到的。

比较图 2a 和图 2c 还可以发现,雷达测得的降水量强中心比雨量计测得的降水量强中心偏南。这是由于雷达测量到的是在空间某高度上的降水,雨量计测到的则是地面上的降水,两种测量取样空间不一致,在降水系统移动快时,造成了降水强中心位置的测量误差。但当测量的是大范围层状云降水,降水系统移动又较慢时,强中心位置测量误差就会减少。图 2b 为经变分法校准后的降水量分布形势。比较图 2a, 2b 和 2c, 经变分法校准后的图 2b 和未经校准过的雷达测得的降水量分布形势大致相似,几条强降水中心雨带仍存在,但降水量分布在数值上已接近雨量计网测得的降水量值。另外,从图 2b 还可看到,在图 2c 的西北方向原来雨量计没有测到降水量的网格点上,现在已有降水量值,这从另一侧面反映了变分法校准的优越性。总之经变分法校准后,不但能把雷达探测到的结果接近雨量计测量到的结果,而且保留了没有雨量计的地方雷达探测到的降水变化。

下面再扼要分析 1987 年 5 月 25 日一次由静止锋引起的大范围暴雨降水过程。图 3a, 3b 和 3c 分别为未经校准的雷达测量值,经变分法校准后的雷达测量值和雨量计网测量值得到的区域降水量分布形势图。比较图 3a 和 3c 可以发现,尽管该次降水天气过程降水量分布比较均匀,雷达和雨量计探测到的降水量分布形势差异不大,反映在表 1 中雷达探测的误差不大,相对误差仅为 27%。但从总体上看,雷达探测到的降水分布中,小尺度结构仍比雨量计测得的多,经变分法校准后(图 3b),降水量分布形势与图 3a 比较相似,而降水量分布在数值上仍旧接近雨量计网探测到的结果(见图 3c)。

变分法校准优越性还可从与平均校准法比较的表 1 中看出。本文利用平均校准法对上述两次降水天气过程降水量分布形势也作了分析。结果发现降水量峰值被平滑了,使降水量小的测站高估;反之,降水量大的测站低估。

为了进一步阐明变分方案的有效性,还分析了本探测区内蒲圻、崇阳、通城三站在 21:00 — 22:40 时段内各种探测方法获得的降水量,将地面自记雨量计观测到的雨量值作

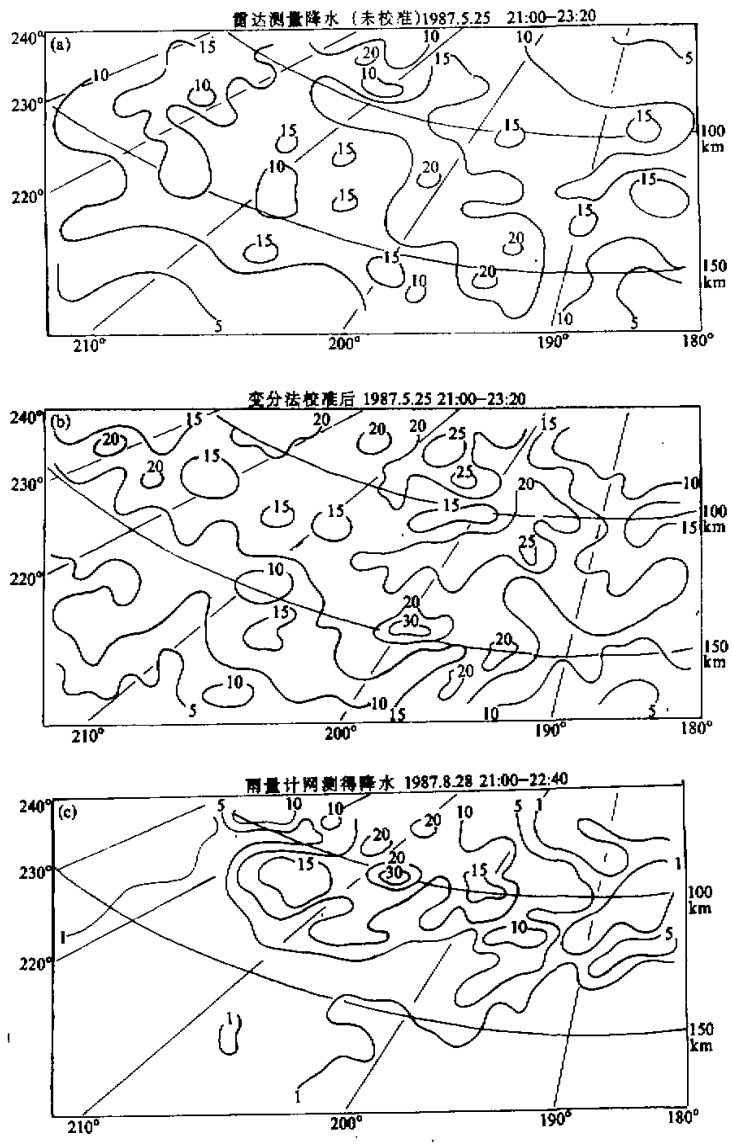


图3 1987年5月25日21:00—23:00降水量分布形势
(武汉地区南部图1所示的分析区)

为实测值，用雷达测到的未经校准、经平均校准、经变分法校准后得到的降水量与之比较计算出它们各自的相对误差，各项结果列在表3中。由表3可见，从单站来说，雷达未经校准探测的误差最大，其最大相对误差达150%。平均校准后，精度有所改善，变分法校准后精度最高，平均相对误差绝对值为28%。

表 3 雷达测量单站降水量相对于地面雨量计测量降水量的相对误差(%)

自记雨量站	蒲圻	崇阳	通城	平均相对误差绝对值
雷达(未校准)	65	36	150	83
平均校准后	58	23	50	43
变分法校准后	51	9	25	28

五、小结和讨论

1. 用变分方法校准雷达测定区域降水量, 由于考虑了校准因子是各网格点的函数, 因此经校准后的降水量分布形势场比较符合客观实际. 对 5 次降水天气过程分析表明, 对降水量分布很不均匀的对流性降水, 变分法校准雷达测定区域降水量效果更为明显, 使雷达测量降水的相对误差从未校准前的 100% — 200% 减少到 20 — 30% 之间.

2. 经试验表明, 只要在试验区中有 5 — 6 个自动雨量计资料, 就可使用变分法校准雷达测定区域降水量.

3. 由于客观条件的限制, 用平均每 900 km² 中设置一个雨量计所测得的降水量作为“真值”来衡量各种探测方法的精度, 本身会带来一定误差^[1], 在实际工作中, 应把这个误差考虑进去.

参 考 文 献

- [1] Wilson, J. W., 1979, radar Measurement of rainfall sammary, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 60(9), 1048 — 1058.
- [2] 戴铁丕、傅德胜, 1990, 天气雷达—雨量计网联合探测区域降水量精度, 南京气象学院学报, 第 13 卷, 第 4 期, 592 — 597.
- [3] Ninomiya, K. and Akiyama, T., 1978, Objective analysis of heavy rainfalls based on radar and gauge measurement, *J. Meteor. Soc. Japan*, 50, 206 — 210.
- [4] 戴铁丕、张培昌、魏鸣, 1987, 713 测雨雷达测定区域降水量初探, 南京气象学院学报, 第 10 卷, 第 1 期, 87 — 93.
- [5] Sasaki, Y., 1970, Some basic formulas in numerical variational analysis, *Mon. Wea. Rev.*, 98, 875 — 883.
- [6] Barnes, 1973, Mesoscale objective map analysis using weighted time series observations, NaAA, Tech. Memo. ERL NSSL-62, Norman, OKLA. 60pp.

Principle and Accuracy of Adjusting the Area Precipitation from Digital Weather Radar through Variational Method

Zhang Peichang Dai Tiepi Fu Desheng

Wu Zhifang

(Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044)

(Xinjian Institute of Meteorology)

Abstract

This article deals with a variational method through which the rainfall intensity and the area precipitation detected by a weather radar are adjusted. The result shows that not only the radar measurement agrees with the measurement of rain gauges but also the radar-detected rainfall distribution pattern between the rainfall stations can be retained after the adjustment. The absolute value of the relative errors is on average about 20%.

Key words: Variational method calibration; Digital radar; Area precipitation Measurement.