

气候的多平衡态及其转换

林贤超 李克让

(中国科学院地理研究所, 北京 100101)
国家计委

提 要

本文利用一个简单的气候模式, 求得三个平衡态的全球平均温度值分别为: $T_1 = 248.5\text{K}$, $T_2 = 271.9\text{K}$ 和 $T_3 = 288.1\text{K}$, 其中对应于温暖时期和寒冷时期的 T_3 和 T_1 是稳定的。若要使现代温暖气候转变为寒冷气候, 太阳常数约需比现代值减少 3%; 若从寒冷气候转变成温暖气候, 太阳常数需增加约 6.3%。这表明寒冷气候的状态要比温暖气候的状态相对稳定些。然后讨论了随机扰动对气候平衡态之间转换的作用。结果表明: 仅通过天气随机扰动的涨落效应不可能使气候系统实现冰期 - 间冰期之间 10^5 年周期尺度的转换。

关键词: 气候模式; 多平衡态; 随机扰动。

一、引 言

尽管地球上气候的形成和变化是一个非常复杂的现象, 但简单的气候模式对于了解一些主要物理过程对气候的影响仍是一种有用的工具。如简单的能量平衡模式就是考虑了气候系统中主要能量过程的相互作用来探讨温度的变化。最近, 一些研究工作应用这种模式探讨气候平衡态问题^[1-4], 揭示了在这一简单的气候系统中存在三个平衡态, 其中有两个是稳定的, 具有双稳态特征。由于不同研究者在能量平衡中对入射和射出辐射选取不同参数化表达式, 因此所得到的相应于平衡态的全球平均温度值差异甚大。对于温暖期的那支平衡态解, 由于有现代观测资料作比较和调整, 一般都能得出合理的值, 即在 288.5K 左右。有的作者把这支平衡态解称作间冰期温度。但对相应于寒冷时期那支平衡态解的温度值却有很大差异, 最低值竟达 170K 左右。尽管有些作者没有给出这一具体数值, 但亦可从其模式算出。有些作者称这支解为气候的“深冻状态”(deep frozen), 而也有些作者为了与相应于间冰期的那支解相对比, 将其称作冰期气候的温度。同时, 指出这种称呼与一般地质古气候意义上的冰期 - 间冰期不同, 只是借助于这一名词说明相应于冷暖期的气候状态而已。与相应于温暖期的平衡态解一样, 由于寒冷期的那支平衡态解也是稳定的, 就应该与有可能实现的物理状态相对应。但到目前为止还没有任何证据足以表明地球气候是否曾经历过那种“深冻”状态。若要利用气候平衡态间的相互转换来说明和探讨地球冰期 - 间冰期的转换, 就有必要明确相应于寒冷期平衡态的温度值。本文将对这个问题进行探讨。同时, 利用突变理论的方法讨论外部因素(如太阳常数的变化)对气候系统平衡态转换的影响。再者, 气候系统从一种稳定状态变化到另一种稳定状态是一种非常复杂的非线性过程。本文我们将考虑随机扰动效应, 建立一个

非线性随机气候模式，利用等价线性化方法^[5]，得出平衡态之间转移概率密度的表达式，探讨随机扰动对平衡态转换的影响。

二、模式的描述

控制气候系统中全球平均温度变化的能量平衡方程为

$$c \frac{dT}{dt} = F_s - F_{IR}, \quad (1)$$

式中 T 为地球表面平均温度， c 为地表热惯性系数，由于陆地和大气的热容量比起海洋来小得多，可略去不计，故有

$$c = \rho_w c_w \alpha h, \quad (2)$$

式中 ρ_w 是海水密度， c_w 是海水比热， α 是地球表面上海洋覆盖面积的分数，为 70.8%， h 是海洋活动层平均深度，这里取为 68km，利用 15 °C 时 ρ_w 和 c_w 的值，则有 $c = 2.016 \times 10^8 \text{ J} \cdot \text{k}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

红外辐射通量为

$$F_{IR} = \epsilon \sigma T^4, \quad (3)$$

式中 σ 为 Stefan-Boltzmann 常数， ϵ 为地球红外辐射发射率，取为 0.63。

净短波辐射通量为

$$F_s = \mu Q_0 (1 - \alpha_p), \quad (4)$$

式中 μ 表示改变太阳入射量的因素，如太阳常数、地球轨道参数的变化等。当 $\mu=1$ 时相当于现代气候状态。 Q_0 为太阳常数的四分之一。 α_p 为行星反照率。过去的许多研究工作曾提出过不少利用温度 T 来计算 α_p 的公式，既有分段线性公式，亦有非线性公式，为了适合本文所关心的问题和分析上的方便，我们利用 Warren 和 Schneider^[6] 给出的全球纬向平均的温度和反照率资料，拟合了一个计算 α_p 的非线性公式

$$\alpha_p(T) = \alpha_0 - \alpha_1 \operatorname{th}[a(T - T_s)], \quad (5)$$

式中 $\alpha_0 = 0.4275$, $\alpha_1 = 0.1925$, $a = 0.063 \text{ K}^{-1}$, $T_s = 273 \text{ K}$.

图 1 给出了拟合公式的计算值和实测值，比较两者可以看到拟合的结果与实测值是相当吻合的。

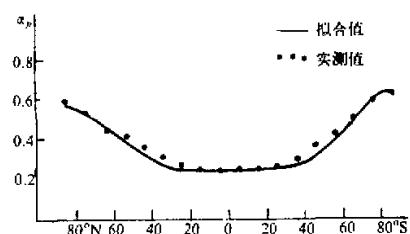


图 1 反照率 α_p 的拟合曲线

三、模式的多平衡态解及影响 平衡态的因素

(1) 式可写成

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{c} (F_s - F_{IR}), \quad (1')$$

将上式右端记作 $f(\mu, T)$, 即

$$\begin{aligned} f(\mu, T) &= \frac{1}{c} (F_s - F_{IR}) \\ &= \frac{1}{c} [\mu Q_0 (1 - \alpha_p(T)) - \epsilon \sigma T^4]. \end{aligned} \quad (6)$$

当气候处于平衡态时, $dT/dt = 0$, 即

$$f(\mu, T) = \frac{1}{c} [\mu Q_0 (1 - \alpha_p(T)) - \epsilon \sigma T^4] = 0. \quad (7)$$

取相应于现代气候状况的值 $\mu = 1$, 用数值方法求解(7)式得到三个解(平衡点): $T_1 = 248.5\text{K}$, $T_2 = 271.9\text{K}$ 和 $T_3 = 288.1\text{K}$. 这三个平衡点在图2中有清楚的表示, 即入射太阳辐射与地球红外辐射曲线的交点, 在这些点上地球辐射收支处于平衡状态.

容易验证: $f'(T_1) < 0$, $f'(T_2) > 0$ 和 $f'(T_3) < 0$, 因此, 在这三个平衡点中, T_1 和 T_3 是稳定的, T_2 是不稳定的. 由气候资料可知^[8], 目前全球平均温度约为 287.5K , 故 T_3 值相应于现代的气候温度, 是模式平衡态中一支温暖的解, 而 T_1 是一支寒冷的解. 如第一节所述, T_1 和 T_3 可理解为分别相应于冰期和间冰期的温度.

事实上, 由于短期快速天气过程起伏等因素对气候系统的作用, 使得处于气候系统中双稳态的温度 T_1 和 T_3 围绕其平均值范围内有一定的涨落, 因此, 可以对(1')式加入随机扰动项来表示这一效应:

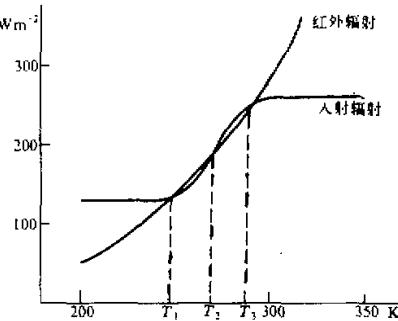


图2 地球辐射收支及其平衡点

$$\frac{dT}{dt} = f(\mu, T) + w(t), \quad (8)$$

其中随机过程 $w(t)$ 假定为白噪音过程, 即满足

$$\begin{aligned} E\{w(t)\} &= 0, \\ E\{w(t)w(t')\} &= 2D\delta(t-t'), \end{aligned} \quad (9)$$

式中 δ 表示 δ -函数, D 为表示随机扰动强度的常数.

(8)式为非线性朗之万方程, 其相应的福克-普朗克方程为

$$\frac{\partial P(T, t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial T} f(\mu, T)P(T, t) + D \frac{\partial^2 P(T, t)}{\partial T^2}, \quad (10)$$

式中 $P(T, t)$ 为温度 T 的概率密度分布函数.

引进势函数

$$\Phi(T) = - \int f(\mu, T) dT, \quad (11)$$

则相应于(6)式的势函数具体形式为

$$\Phi(T) = - \frac{1}{c} \left\{ \mu Q_0 [(1-a_0)T + \frac{x_0}{a} \ln \operatorname{ch}(a(T-T_s))] - \frac{1}{5} \varepsilon \sigma T^3 \right\}. \quad (12)$$

利用势函数的定义, (10)式可以写为

$$\frac{\partial P(T, t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial T} \Phi(T) P(T, t) + D \frac{\partial^2 P(T, t)}{\partial T^2}. \quad (10')$$

当气候处于平衡态时, $\partial P(T, t)/\partial t=0$, 我们可以利用(10')式求得温度的稳态概率密度分布函数:

$$P_s(T) = Z^{-1} \exp \left[- \frac{\Phi(T)}{D} \right], \quad (13)$$

其中 $Z = \int_0^\infty \exp \left(- \frac{\Phi(T)}{D} \right) dT$ 为归一化常数。由于在稳定平衡态 T_1 和 T_3 附近

$-\Phi(T)$ 有最大值, 故有

$$Z = \int_0^{T_2} \exp \left(- \frac{\Phi(T)}{D} \right) dT + \int_{T_2}^\infty \exp \left(- \frac{\Phi(T)}{D} \right) dT. \quad (14)$$

用最陡下降法⁽ⁿ⁾, 可求得(14)式的近似积分值:

$$Z = \sqrt{\frac{D\pi}{2\Phi''(T_1)}} \exp \left(- \frac{\Phi(T_1)}{D} \right) + \sqrt{\frac{D\pi}{2\Phi''(T_3)}} \exp \left(- \frac{\Phi(T_3)}{D} \right), \quad (15)$$

其中

$$\Phi''(T') = \frac{1}{c} \left\{ \frac{\mu Q_0 x_0 a}{\operatorname{ch}^2(a(T'-T_s))} - 4\varepsilon \sigma T^3 \right\}, \quad (16)$$

式中的 T' 表示 T_1 或 T_3 , 故稳态的概率密度函数为

$$P_s(T) = \sqrt{\frac{2}{D\pi}} \left\{ \Phi''(T_1)^{-1/2} \exp \left(- \frac{\Phi(T_1)}{D} \right) + \Phi''(T_3)^{-1/2} \times \exp \left(- \frac{\Phi(T_3)}{D} \right) \right\} \exp \left(- \frac{\Phi(T)}{D} \right). \quad (17)$$

由图3可以看到, 势函数 $\Phi(T)$ 的谷与概率密度函数 $P_s(T)$ 的峰相对应。概率密度的双峰结构分布是在随机扰动的强迫下, 气候系统经过响应调整后呈现的统计分布。 $P_s(T)$ 的峰值表明在气候系统中温度取值的最大可能性集中在 T_1 和 T_3 附近。而 T_1 和 T_3 是全球辐射收支的稳定平衡点, 故 $P_s(T)$ 的峰值对应于气候系统中的两个稳定平衡态。仔细分析(17)式可以发现, $P_s(T)$ 峰值的位置与随机扰动强度 D 无关, 但峰的宽度则受 D 值的影响。 D 值越大, 则峰展布得越宽, 稳定平衡态与不稳定平衡态之间的峰谷相对势

差就越小,这将对平衡态的转换速度有很大影响,下节我们还将对其进行讨论。

此外,气候系统的外部因素——如太阳辐射入射因子 μ 发生变化时,会导致模式解结构的变化。图4给出了(7)式随参数 μ 变化时的平衡态集合。图中的实线相当于位势 Φ 的极小值,代表稳定的平衡态,虚线相当于 Φ 的极大值,代表不稳定平衡态。我们先考察当太阳入射由小变大的情况。当温度状态位于 Q 点左边时,位势 Φ 只有一个极小值,即模式只有一个平衡态。进入 Q 点以后,模式有三个平衡态,即位势有两个极小值和

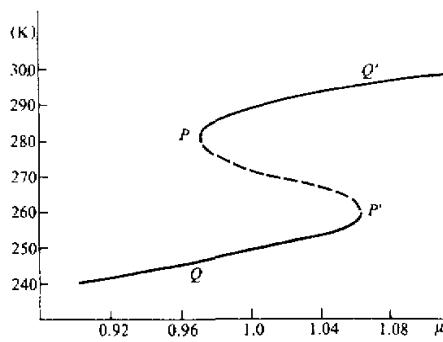


图4 太阳入射变化对平衡态的影响

$P_s(T)$ 仅在 T_1 处有一最大值,为单峰结构。当 μ 增至 Q 点时, $P_s(T)$ 便突变成以 T_1 和 T_3 为中心的双峰形态。随着 μ 增加到 P' 点后, $P_s(T)$ 又突变成以 T_3 为中心的单峰形态。反之,若 μ 值逐渐减小, $P_s(T)$ 的曲线形态便会从相反方向重复上面的情形。

由数值方法,所求得的两个突变点的位置为: $P(\mu \approx 0.9705, T \approx 280.4\text{ K})$ 和 $P'(\mu \approx 1.0628, T \approx 259.15\text{ K})$ 。由此可以得出,当太阳常数减少约3%时,那么就可使现代气候转变为寒冷的冰期气候,这一结果与Budyko^[8]和Sellers^[9]等从一维能量平衡模式所得到的结果一致。若从冰期气候转变成间冰期气候,太阳常数要增加约6.3%,这说明冰期气候比间冰期气候相对而言要稳定一些。

四、平衡态之间的转移概率及逃逸时间

上面我们求得了稳态概率密度函数,讨论了太阳常数的变化对平衡态的存在及转换的影响。至于从目前气候状态转变到冰期气候的可能性如何?在这一节中,我们将对这个问题作初步的探讨。

(8)式为一非线性的朗之万方程,按照文[5]中处理非线性随机微分方程的等价线

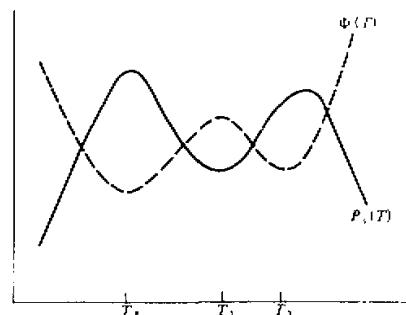


图3 势函数 $\Phi(T)$ 及稳态概率密度函数 $P_s(T)$ 的示意图

一个极大值,但这时温度状态仍然处于那支较冷的稳定平衡态中。当到达 P' 点时,这时温度所处的极小值位置已成为拐点。随着 μ 的继续增加,温度变化只能落到另一个位势极小值的位置 Q' 处。这时气候系统便发生突变,温度由冰期状态突变到间冰期状态。反之,当参数 μ 由相反的方向减小时,温度由 Q' 沿 $Q'P$ 线到达 P ,又从 P 跳到 Q ,这时温度便由间冰期状态突变到冰期状态。若从概率密度 $P_s(T)$ 来看,当 μ 发生变化时,其形态也将随之发生变化。当 μ 较小时,

性化方法，可将(8)式化成线性朗之方程：

$$\frac{dT}{dt} + \beta_e T = w(t), \quad (18)$$

其中 β_e 由最小二乘法确定。记

$$N(t) = \beta_e T - f(\mu, T), \quad (19)$$

最小二乘法的原则是要求选取参数 β_e 使得对于

$$E\{N^2(t)\} = E\{\beta_e T - f(\mu, T)\}^2 \quad (20)$$

达到最小，即

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta_e} E\{N^2(t)\} &= 2E\{\beta_e T - f(\mu, T)\} = 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial \beta_e^2} E\{N^2(t)\} &= 2E\{T\} > 0, \end{aligned} \quad (21)$$

因此，

$$\beta_e = \frac{E\{f(\mu, T)\}}{E\{T\}}. \quad (22)$$

从上式可以看到，为了求得 β_e ，需要知道包括在方程中的期望值 $E\{f(\mu, T)\}$ 和 $E\{T\}$ ，而这两个期望值实际上是未知的。等价线性化的一种近似处理方法就是用稳态密度函数 $P_s(T)$ 代替 $P(T, t)$ 来求取 $E\{f(\mu, T)\}$ 和 $E\{T\}$ 。

$$\begin{aligned} E\{f(\mu, T)\} &= \int_0^\infty f(\mu, T) P_s(T) dT \\ &= \int_0^\infty -\frac{d\Phi(T)}{dT} \cdot Z \cdot \exp(-\frac{\Phi(T)}{D}) dT = -D/Z, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} E\{T\} &= \int_0^\infty T \cdot P_s(T) dT \\ &= Z^{-1} \left\{ \int_0^{T_2} T \exp(-\frac{\Phi(T)}{D}) dT + \int_{T_2}^\infty T \exp(-\frac{\Phi(T)}{D}) dT \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

采用最陡下降法近似求取上式的积分值为

$$\begin{aligned} E\{T\} &= Z^{-1} \sqrt{\frac{D\pi}{2}} \left[\frac{T_1}{\Phi''(T_1)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\Phi(T_1)}{D}\right) + \frac{T_3}{\Phi''(T_3)^{1/2}} \right. \\ &\quad \left. \times \exp\left(-\frac{\Phi(T_3)}{D}\right) \right], \end{aligned} \quad (25)$$

把(23)和(25)式代入(22)式, 得到 β_e 的最后表达式为

$$\begin{aligned} \beta_e = & \sqrt{\frac{2}{D\pi}} \left[\frac{T_1}{\Phi'(T_1)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\Phi(T_1)}{D}\right) + \frac{T_3}{\Phi''(T_3)^{1/2}} \right. \\ & \times \exp\left(-\frac{\Phi(T_3)}{D}\right) \left. \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (26)$$

因此, 对应于线性化朗之万方程(18)的福克 - 普朗克方程为

$$\frac{\partial P(T, t)}{\partial t} = \beta_e \frac{\partial}{\partial T} (T - P(T, t)) + D \frac{\partial^2 P(T, t)}{\partial T^2}, \quad (27)$$

初始条件为

$$P(T, 0) = \delta(T - T_0), \quad (28)$$

边界条件为

$$P(\pm\infty, t) = 0. \quad (29)$$

用分离变量法求解该方程, 则其解为

$$\begin{aligned} P(T, t | T_0, 0) = & [2\pi D(1 - e^{-2\beta_e t})/\beta_e]^{-1/2} \\ & \times \exp\left[-\frac{\beta_e(T - T_0 e^{-\beta_e t})^2}{2D(1 - e^{-2\beta_e t})}\right], \end{aligned} \quad (30)$$

该随机过程的方差为

$$\sigma^2 = D(1 - e^{-2\beta_e t})/\beta_e, \quad (31)$$

其渐近值为

$$\sigma^2 = D/\beta_e. \quad (32)$$

(30)式表明, 在任一个平衡态附近存在确定的概率藉以找到由朗之万方程(18)所控制的随机过程。因此, 一个离开了某一平衡态吸引域的温度样本过程必将以概率1迟早到达另一个稳定平衡态。但离开吸引域的机制是一种非常复杂的非线性过程。同时, 过程方差的有限性表明, 样本将在有限的时段内到达新的稳定平衡态, 由此我们将看到, 存在一个平均时间尺度 τ , 表示从一种稳态越过不稳定平衡态的势垒到另一稳态的时间过程, 这一时间称为驰豫时间。

由(10)式, 引进概率流密度的定义:

$$J = f(\mu, T)P(T, t) - D \frac{\partial P(T, t)}{\partial T}, \quad (33)$$

则(10)式可以写成

$$\frac{\partial P(T, t)}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial T} = 0 . \quad (34)$$

利用势函数 $\Phi(T)$ 的定义, 可将(33)式写成

$$J = -D \exp\left(-\frac{\Phi(T)}{D}\right) \frac{d}{dT} \left[P + \exp\left(\frac{\Phi(T)}{D}\right) \right] \quad (33')$$

设 $P(T, t) = P_0(T)e^{-\lambda t}$, 代入(34)式, 便可得到一个本征值方程:

$$-\lambda P_0 = D \frac{d}{dT} e^{-\Phi(T)/D} \frac{d}{dT} (e^{\Phi(T)/D} + P_0) . \quad (35)$$

由于(35)式是一非线性本征方程, 求解很困难, 而所关心的驰豫时间只与最小的非零本征值有关, 不必求出全部本征值。下面用近似方法求其最小非零本征值。

对(35)式作两次积分, 考虑到边界条件 $T \rightarrow \infty$ 时, $e^{-\Phi(T)/D} \rightarrow 0$, 则有

$$P_0(T) = e^{-\Phi(T)/D} \left[m - \frac{\lambda}{D} \int_T^\infty e^{\Phi(T')/D} dT' \int_{T'}^\infty P_0(T'') dT'' \right] , \quad (36)$$

其中 $m = \lim_{T \rightarrow \infty} e^{\Phi(T)/D} P_0(T)$ 为常数。

T_1 和 T_3 的相对势差分别为 $\Delta\Phi_{2,1} = |\Phi_2 - \Phi_1|$ 和 $\Delta\Phi_{2,3} = |\Phi_2 - \Phi_3|$, 取 $\Delta\Phi = \max(\Delta\Phi_{2,1}, \Delta\Phi_{2,3})$ 。一般来说, 随机扰动强度 D 远小于 $\Delta\Phi$, 因此, 可利用 $\varepsilon = 0 (\frac{D}{\Delta\Phi})$

作为小参数来展开 λ 和 $P_0(T)$, 即有

$$\begin{aligned} P_0(T) &= P_0^{(0)}(T) + \varepsilon P_0^{(1)}(T) + \varepsilon^2 P_0^{(2)}(T) + \dots , \\ \lambda &= \lambda^{(0)} + \varepsilon \lambda^{(1)} + \varepsilon^2 \lambda^{(2)} + \dots , \end{aligned} \quad (37)$$

将其代入(36)式, 取零阶近似有 $\lambda^{(0)} = 0$, 因此, $P_0^{(0)}(T) = m e^{-\Phi(T)/D}$, 此即为稳态分布函数, 而一阶近似为

$$P_0^{(1)}(T) = P_0^{(0)}(T) \left[1 - \frac{\lambda^{(0)}}{D} \int_T^\infty e^{\Phi(T')/D} dT' \int_{T'}^\infty e^{-\Phi(T'')/D} dT'' \right] . \quad (38)$$

由条件 $P_0^{(1)}(T)|_{T=0} = 0$, 则由上式可得到

$$\lambda^{(0)} = D \left\{ \int_0^\infty e^{\Phi(T)/D} dT \int_T^\infty e^{-\Phi(T')/D} dT' \right\}^{-1} . \quad (39)$$

上式的积分值可用最陡下降法近似得到, 则驰豫时间 τ 为

$$\begin{aligned} \tau = \frac{1}{\lambda^{(0)}} &= \pi [|\Phi''(T_1)\Phi''(T_2)|^{-1/2} e^{(\Phi(T_2)-\Phi(T_1))/D} \\ &+ |\Phi''(T_3)\Phi''(T_2)|^{-1/2} e^{(\Phi(T_2)-\Phi(T_3))/D}] . \end{aligned} \quad (40)$$

气候系统的驰豫时间 τ 包含了跳出冰期到达间冰期, 再跳出间冰期回到冰期的两次逃逸时间, 因此, τ 可以看作冰期 - 间冰期的一次振动周期, 那么, 冰期的逃逸时间为

$$\tau_1 = \pi |\Phi''(T_1)\Phi''(T_2)|^{-1/2} e^{(\Phi(T_2)-\Phi(T_1))/D}, \quad (41)$$

间冰期的逃逸时间为

$$\tau_2 = \pi |\Phi''(T_3)\Phi''(T_4)|^{-1/2} e^{(\Phi(T_4)-\Phi(T_3))/D}. \quad (42)$$

上面两式表明, 影响系统逃逸时间的因素很多, 如相对势差 $\Delta\Phi$ 的大小, 随机扰动强度 D 以及模式本身的物理参数等。若噪声比很小, 即 $D/\Delta\Phi \ll 1$, 那么小的随机涨落只能逾越稳态附近的局部势垒, 系统从一种状态转变到另一种状态的时间较长。若噪声比较小, 甚至达到 $D/\Delta\Phi \approx 1$ 时, 此时大的随机涨落就可在全吸引域内到达位势最小值, 因此, 状态的转换速度便迅速些。图 5 给出了随机扰动强度 D 对 τ 的影响, 它们的关系是反比的, 即 D 值越大, 则 τ 值就越小。在本模式中, 冰期的相对势差比间冰期的大, 分别为 $\Delta\Phi_{2,1} = 23.69 \text{ K}^2 \text{a}^{-1}$ 和 $\Delta\Phi_{2,3} = 9.91 \text{ K}^2 \text{a}^{-1}$, 因此, 对于同样的 D 值, τ_1 比 τ_2 大。若要达到 10^5 年量级的冰期 - 间冰期气候周期, 则跳离冰期的随机扰动强度为 $D \approx 2.6 \text{ K}^2 \text{a}^{-1}$, 跳离间冰期则需要 $D \approx 1.15 \text{ K}^2 \text{a}^{-1}$ 。上节通过气候平衡态由于太阳入射的变化所受到的影响的分析, 指出冰期气候比间冰期稳定些, 这里也可以同样看到此结果。但对于目前的状况, 气候系统中天气随机扰动强度量级的上限为 $10^{-1} \text{ K}^2 \text{a}^{-1}$ ^[3], 如果按照这种扰动强度, 则较短的间冰期逃逸时间也比地球已有的年龄还长得多。由此我们可以推断, 仅仅由随机扰动的作用不可能使气候系统实现周期量级为 10^5 年的冰期 - 间冰期转换。

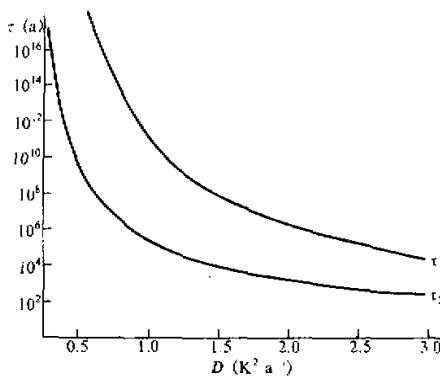


图 5 随机扰动强度对逃逸时间的影响

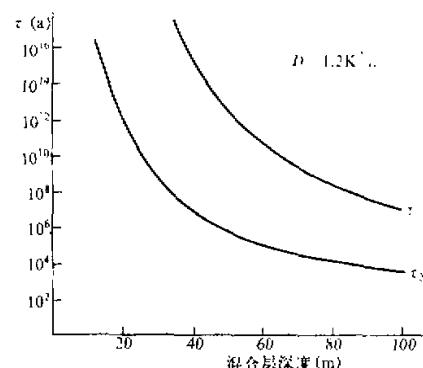


图 6 热惯性对逃逸时间的影响

此外, 气候系统本身的物理特征对逃逸时间的影响也是很大的。图 6 给出了地表热惯性的变化(即相当于不同深度的海水活动层)对 τ 的影响。可以看到, 逃逸时间与热惯性系数成反比关系, 热惯性越大, 则逃逸时间越短, 反之则越长。但是, 由于不同研究考虑模式参数值本身的不确定性, 目前还难对此问题有明确的结论。

致谢: 本文得到了杨大升、刘式适和沈建柱诸位先生的热情帮助, 在此特向他们表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Fraedrich, K., 1978, Structural and stochastic analysis of a zero-dimensional climate system. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **104**, 461—474.
- [2] Sutera, A., 1981, On stochastic perturbation and long-term climate behavior. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **107**, 137—151.
- [3] Nicolis, C. and G. Nicolis, 1981, stochastic aspects of climatic transitions—additive fluctuations. *Tellus*, **33**, 225—234.
- [4] Nicolis, C., 1982, Stochastic aspects of climatic transitions—response to a periodic forcing. *Tellus*, **34**, 1—9.
- [5] 张柄根, 赵玉芝, 1980, 科学工程中的随机微分方程, 海洋出版社。
- [6] Warren, S. and S. H. Schneider, 1979, Seasonal simulation as a test for uncertainties in the parameterization of a Budyko—Sellers zonal Climate model. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1377—1391.
- [7] 郭敦仁, 1965, 数学物理方法, 人民教育出版社。
- [8] Budyko, M. I., 1969, The effect of solar radiation variation on the climate of the earth. *Tellus*, **21**, 611—619.
- [9] Sellers, W. D., 1969, A global climatic model based on the energy balance of the earth-atmosphere system. *J. Appl. Meteor.*, **8**, 392—400.

The Multiple Equilibria of Climate Systems and Their Transition

Lin Xianchao Li Kerang

(Institute of Geography, Chinese Academy of Sciences and State Plan Committee, Beijing 100101)

Abstract

In this paper, based on a zero-dimensional energy balance model, three values of global average temperature corresponding to the steady state of model are obtained: $T_1=248.5\text{K}$, $T_2=271.9\text{K}$ and $T_3=288.1\text{K}$. Among these equilibria, T_1 and T_3 , corresponding to cold and warm climate, respectively, are stable, and T_2 is unstable. If solar constant decreased by 3%, climate would change from warm state to cold state. On the other hand, if solar constant increased by 6.3%, climate would change from cold state to warm state. It indicates that the cold climate is more stable than the warm climate. The investigation of stochastic climate models shows that it is impossible to make the conversion of glacial-interglacial climate with a time scale of about 10 years only with the stochastic fluctuations of weather disturbance.

Key words: Climate model; Multiple equilibria; Stochastic fluctuation.