

Monte-Carlo 法模拟复杂地形 对扩散的影响

田瑞明

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

提 要

不考虑边界层中层结作用, 引入 Kao 得到的复杂地形中的平均流场分布和近十年来 PBL 实验和理论研究导出的新的湍流统计量参数化关系, 本文用 Monte-Carlo 模式模拟了复杂地形对扩散的影响, 结果表明: 地形的影响主要是迎风坡抬升和背风坡下沉; 陡峭地形和平缓地形的影响不完全相同; 在陡峭地形和大的平缓地形的背风坡能够形成空腔区, 空腔区内出现闭合的浓度中心, 且地形越陡峭, 闭合浓度中心的范围越大; 大地形对扩散的影响可以掩盖其下风方小地形的影响。

关键词: Monte-Carlo 路径; 陡峭地形; 平缓地形。

一、引 言

多年来, 在许多实际问题中污染物浓度的估计一直采用高斯模式, 这主要是因为高斯模式和其它扩散模式 (如 K 模式, 统计模式以及相似模式) 相比, 模式方程的数学运算相当简捷, 而且物理概念也是可取的。然而最近几十年的风洞实验、数值模拟和大量野外观测表明: 横风方向的浓度分布很好地满足高斯分布, 而近距离垂直方向的浓度分布不完全符合高斯分布规律, 为此, Lamb^[1]发展了一个 Lagrange 扩散模式, 以后又提出了修正的高斯模式^[2]。Enger^[3]建立了 Eulerian 扩散模式。

Monte-Carlo 模式是通过跟踪大量的遵循 Monte-Carlo 路径的质点的轨迹, 研究物质扩散特征, 该模式能很好地反映扩散本身具有的随机特性, 而且不需要附加任何特殊的假设。Reid^[4]用 Monte-Carlo 模式估算地面源垂直扩散, 能满意地模拟草原扩散实验中的实测分布。在海陆风或复杂地形情况下, 高斯模式不再适用, 而 Monte-Carlo 模式更能发挥其优越性^[5]。本文只考虑地形作用, 用 Monte-Carlo 模式模拟了复杂地形中的扩散过程。

二、模式设计

如果质点对于前一个时刻的运动没有记忆, 而且任何时刻在各个方向的运动机会均

1991年12月30日收到, 1992年3月8日收到修改稿。

相等, 这样的质点运动将遵循 Monte-Carlo 路径。Monte-Carlo 模式的建立就是基于这样一个基本事实——空气中大量污染物粒子的扩散运动都遵循 Monte-Carlo 路径。通过跟踪污染物粒子的轨迹, 可以导出轨迹的总体统计特征, 从而模拟污染物的空间分布和时间变化规律。

任一粒子的轨迹表示为

$$X_i = v_i t + X_{0i} \quad (i = 1, 2, 3, \text{相当于 } x, y, z \text{ 方向}), \quad (1)$$

X_{0i} 为源点坐标, 速度

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i, \quad (2)$$

其中 $\bar{v}_i$ 是总体平均速度, v'_i 为湍流脉动速度, 由相关分量和 Monte-Carlo 分量两部分组成

$$v'_i(t + \Delta t) = v'_i(t) \rho_L^{i\Delta t} + \rho_i. \quad (3)$$

$\rho_L^{i\Delta t}$ 是时间步长为 Δt , i 速度分量的 Lagrange 自相关系数, 定义为

$$\rho_L^{i\Delta t} = \exp(-\Delta t / T_L^i). \quad (4)$$

而 Monte-Carlo 分量 ρ_i 从具有零平均, 标准偏差为 $\sigma_{\rho i}$ 的高斯分布作随机取样给出, 得

$$\sigma_{\rho i} = \sigma_i [1 - (\rho_L^{i\Delta t})^2]^{1/2}. \quad (5)$$

这里 T_L^i 和 σ_i 分别是 Lagrange 时间尺度和湍流速度统计量。

由此可见, 只要构造出合理的总体平均速度场和湍流统计量, 就能正确地跟踪污染物粒子的轨迹, 进而导出粒子相关概率密度分布函数 P :

$$P(r, t) = \frac{1}{K \Delta x \Delta y \Delta z} \sum_{n=1}^K \delta[r - r_n(t, t_{0n})]. \quad (6)$$

这里 K 是离开源的污染物粒子总数, r 表示小体积元 $\Delta x \Delta y \Delta z$ 的中心坐标, t_{0n} 标记第 n 个粒子离开源的时间。(6) 式反映了 t 时刻位于空间位置 r 处的污染物粒子占离开源的总粒子数的比率, 通过下面 Lagrange 方程可转换成污染物总体平均浓度

$$\bar{C}(r, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^t P(r, t | r', t') S(r', t') dr' dt', \quad (7)$$

其中

$$S(r', t') = Q \delta(r - r_s). \quad (8)$$

而 Q 是位于 r_s 处的源的排放率, δ 是三维 δ 函数。

由(7)和(8)式有

$$\bar{C}(r, t) = Q \int_0^t P(r, t | r_s, t') dt'. \quad (9)$$

这样我们就得到了瞬时源的总体浓度分布, 对连续点源, 采用大量连续释放的瞬时源去逼近。假设一共释放 M 批 K 个粒子的烟团, 时间间隔为 Δt , 则有

$$\bar{P}_s(r, t) = \frac{1}{M} \sum_{q=1}^M P_q(r, t), \quad (10)$$

其中 q 是批数标记, $P_q(r, t)$ 是瞬时源概率分布。最后简单给出连续点源的总体浓度分布

表达式为

$$\bar{C}_s = \bar{P}_s Q \Delta t. \quad (11)$$

三、平均流场及湍流统计量

1. 复杂地形条件下平均流场的构造

考虑一无限延伸的山, 假设 y 轴平行于山的走向, $h(x)$ 表示山的横截面分布, Kao 和 Liu^[6] 不考虑层结作用, 通过求解三维定常流的 $N-S$ 方程组的解析解, 得到了边界层中有地形强迫的平均速度场分布

$$u = u_g - \exp\{-v[z - h(x) - z_0]\} \cdot \{u_g \cos v[z - h(x) - z_0] + v_g \sin v[z - h(x) - z_0] - [u_g (\cos \alpha - \sin \alpha) + v_g (\cos \alpha + \sin \alpha)] \cdot \cos(v[z - h(x) - z_0] - \alpha)\}, \quad (12)$$

$$v = v_g - \exp\{-v[z - h(x) - z_0]\} \cdot \{u_g \sin v[z - h(x) - z_0] + v_g \cos v[z - h(x) - z_0] + [u_g (\cos \alpha - \sin \alpha) + v_g (\cos \alpha + \sin \alpha)] \cdot \sin(v[z - h(x) - z_0] - \alpha)\}, \quad (13)$$

$$w = u d[h(x)] / dx, \quad (14)$$

其中 u_g, v_g 分别为地转风速的 x, y 分量, z_0 是粗糙度, α 为地转风与 x 轴夹角, $v = (f/2\kappa)^{1/2}$, f 是科里奥利参数, κ 为涡旋粘性常数。

Kao 采用下面解析函数给出理想地形

$$h(x^*) = aH \left\{ \frac{1}{1 + e^{-b(x^* + c)}} + \frac{1}{1 + e^{-b(x^* - c)}} - 1 \right\}, \quad (15)$$

其中 $x^* = vx$, 是无量纲水平距离, H 是最大地形高度, 为满足 $h(0) = H$,

$$a = \frac{1}{\frac{2}{1 + e^{-bc}} - 1}. \quad (16)$$

b, c 为常数, 用来调整地形形状。

2. Lagrange 时间尺度及湍流速度统计量的参数化

引入雷孝恩^[7]得到的参数化关系, 不考虑层结作用情况下:
湍流速度统计量

$$\sigma_u / u_* = 2 \exp(-3f^2 / u_*), \quad (17)$$

$$\sigma_v / u_* = \sigma_w / u_* = 1.3 \exp(-2f^2 / u_*). \quad (18)$$

Lagrange 时间尺度

$$T_L^u = T_L^v = T_L^w = \frac{0.5z}{\sigma_w(1 + 15fz / u_*)}, \quad (19)$$

其中

$$u_* = u_1 + u_2 z_0. \quad (20)$$

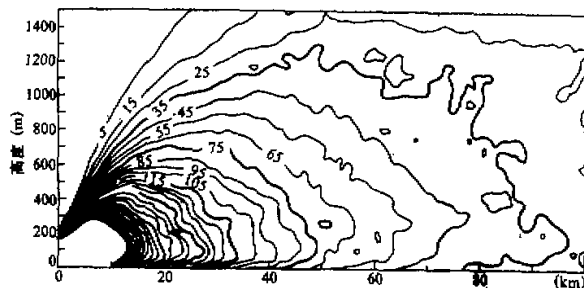
这里 u_1, u_2 为常数。

3. 参数选取

模式计算时假定模式高度为 1500m, 水平范围 50km×50km, 水平格距 1km, 垂直格距 50m. 取地转风为 $v_g = 10\text{m s}^{-1}$; $f = e^{-4}\text{ s}^{-1}$, $z_0 = 0.1\text{ m}$, $u_1 = 0.44\text{m s}^{-1}$, $u_2 = 0.407\text{s}^{-1}$, $\kappa = 48$, 考虑到一般性, 假定近地层风与 x 轴有一夹角 $\beta = 5^\circ$, 设地转风与近地层风夹角 $\gamma = 23.7^\circ$, 于是 $\alpha = \beta + \gamma = 28.7^\circ$. 位于 (0, 25km, 50m) 处的连续点源每批释放 200 个质点, 时间间隔 100s, 积分 4h, 给出计算结果.

四、复杂地形中的扩散特征

图 1 给出了平坦地形时横风积分浓度的垂直剖面, 为了更清楚地反映扩散过程, 将 x 轴延伸到 100km, 时间积分增加到 6h. 图中等值线标值代表单位体积 0.5h 平均粒子数, 它能间接反映污染物浓度的分布 (以下同).



缓地形时的变化。在地形上风方三条曲线重合,地形上方发生偏离,反映了地形抬升作用。而在地形下风方曲线又重合在一起,这是因为计算时湍流统计量的参数化没有考虑背风坡空腔内的剧烈扰动,因此粒子的运动完全受连续方程约束,使得曲线偏离后又重合回来。在图 4 中同样没有反映出较小地形的影响,可以认为位于大地形下风方的较小地形,其影响被大地形掩盖了。

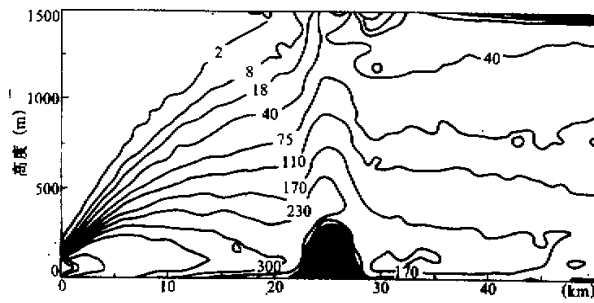


图 2 源高 $z^* = 0.033$, 积分 4h, 单一陡峭地形强迫时横风积分浓度剖面

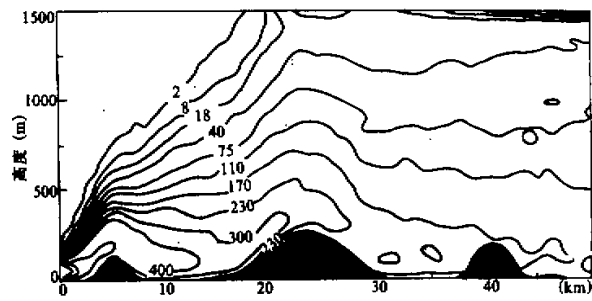


图 3 同图 2, 复杂地形强迫

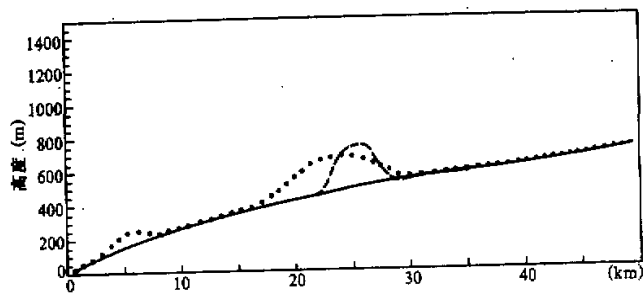


图 4 σ_z 变化曲线

实线、虚线和点线分别是平坦地形、单一陡峭地形和多个平缓地形强迫结果

五、结 束 语

随着计算机技术的发展, Monte-Carlo 模式在许多实际问题中得到应用, 尤其是有复杂地形影响时的扩散问题。只要能观测到平均风场和湍流统计量的分布, 模式能很好地模拟污染物浓度的分布并作出预报, 这一结论在珠海地区的实验中已得到验证。

参 考 文 献

- [1] Lamb. R. G., 1978, A numerical simulation of dispersion from an elevated point source in the convective boundary layer, *Atmos. Environ.*, **12**, 1279-1304.
- [2] Nieuwstadt F. T. M., and H. Van Dop, 1982, *Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modeling*, Eds., Reidel, 159-229.
- [3] Enger, L., 1983, Numerical boundary layer modeling with application to diffusion. part II: A higher order closure dispersion model. Rep. No.71, Dept. of Meteorology, University of Uppsala, 45 pp.
- [4] Reid, J. D., 1979, Markov chain simulations of vertical dispersion in the neutral surface layer for surface and elevated releases, *Boundary-layer Meteorol.*, **16**, 3-22.
- [5] Steven R Hanna, Gray A Briggs, Rayford P Hosder Jr., 1982, *Handbook on Atmospheric Diffusion*, Publisher by Technical Information Center, U.S. Department of Energy, 56pp.
- [6] Kao, S. K. and C. M. Liu, An analytical solution for three-dimensional stationary flows in the planetary boundary layer over mountain-valleys of infinite extent, *Fifth Symposium on turbulence, diffusion and air pollution*, 212-215, March 9-13, 1981.
- [7] 雷孝恩, 1990, 行星边界层湍流统计量和风速随高度变化的参数化, 中国科学院大气物理研究所集刊, No.14, 1-17.
- [8] 桑建国, 龚威, 1988, 小尺度地形阻塞作用的数值实验, *大气科学*, **12**(2), 131-139.

Monte-Carlo Model Simulates the Influence of Complex Terrain on Diffusion

Tian Ruiming

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029)

ABSTRACT

Not considering the stratification, using the mean flow pattern over complex terrain obtained by Kao and the turbulence statistics parameterization derived from the experiment and theory in the PBL, the influence of complex terrain on diffusion is simulated with a Monte-Carlo model in this paper. The results are: the main influence of terrain is lifting and sinking motion over the windward side and leeward side of the terrain, respectively; the abrupt the terrain, the larger the closed concentration center; the influence of a larger terrain may override that of a smaller one.

Key words: Monte-Carlo tracing; abrupt terrain; smooth terrain.