

定常行星波的垂直传播及其 动力学效应

林本达 高山月

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

提 要

本文用一个 β 平面准地转模式考察了定常行星波在大气中垂直传播的特性, 讨论了波的水平尺度和基本气流的结构等对定常行星波垂直传播的影响, 指出了高低层大气之间相互作用的特点及条件。

关键词: 定常行星波; 动力学效应; 大气动力学。

一、引 言

近20多年来, 大气行星波的理论研究取得了很大的进展^[1-7], 这为我们认识一些大气运动的成因和机制提供了有益的理论依据。例如, 人们已认识到, 定常行星波的水平传播可能是大气遥相关现象的一种重要机制, 而定常行星波的垂直传播则可能是高低层大气之间相互作用的重要机制。但是, 目前我们对这些联系的认识还不够充分, 进一步研究定常行星波的水平 and 垂直传播的特性将有助于加深我们对这些问题的认识。本文将采用一个简单的大气动力学模式深入地探讨定常行星波的垂直传播特性, 并指出与之相联的高低层大气之间相互作用的一些特点和条件。

二、理 论 模 式

我们采用以 $z^* = -H \ln P/P_0$ (其中 H 为大气标高, $P_0 = 1000 \text{ hPa}$) 为垂直坐标的 β 平面准地转模式, 这种垂直坐标具有 P 坐标的一些优点, 同时 z^* 与几何高度 z 量纲相同, 数值相近, 比 P 坐标更便于讨论波的垂直传播, 在这种坐标下, 准地转涡度方程, 连续方程及准静力热力学方程的形式为

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \nabla^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -f_0 \nabla \cdot \vec{v} - \alpha_D \nabla^2 \psi, \\ \nabla \cdot \vec{v} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho w^*) = 0, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \frac{\partial \psi}{\partial z^*} + \frac{N^2}{f_0} w^* = \frac{R}{f_0 c_p H} Q - \alpha_T \frac{\partial \psi}{\partial z^*}, \end{cases} \quad (1)$$

1993年9月13日收到, 1994年6月13日收到修改稿。

其中, ψ 是准地转流函数, $\beta = \partial f / \partial y$, $\rho = \rho_0 e^{-z/H}$ 是密度, $N^2 = \frac{R}{H} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z^*} + \frac{R \bar{T}}{c_p H} \right)$ 是

静力稳定度参数, α_D 是普莱摩擦系数, α_T 是牛顿冷却系数, $w^* = \frac{dz^*}{dt}$ 是 z^* 坐标中的垂直速度。

1. 扰动位涡度方程

取小扰动分解, 令 $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v}$, $w^* = w'^*$, $\psi = \bar{\psi} + \psi'$, $Q = \bar{Q} + Q'$, 先将(1)中头两个方程合并, 再将上述小扰动分解代入方程组(1), 略去小扰动量乘积的高阶小项, 可得到线性化的扰动涡度方程和扰动热力学方程, 其形式为

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi' + \left(\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \psi'}{\partial x} - \frac{f_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial z^*} (\rho w'^*) - \alpha_D \nabla^2 \psi', \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial \psi'}{\partial z^*} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial z^*} \frac{\partial \psi'}{\partial x} + \frac{N^2}{f_0} w'^* = \frac{R}{c_p f_0 H} Q' - \alpha_T \frac{\partial \psi'}{\partial z^*}. \end{cases} \quad (2)$$

由(2)的两个方程消去 w^* , 为了书写简单起见, 以下省去 z^* 中的*号, 认为 z 就代表 z^* , 可以得到如下的扰动位涡度方程:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) q' + \beta_e \frac{\partial \psi'}{\partial x} = -\alpha_D \nabla^2 \psi' - \frac{f_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho \alpha_T}{N^2} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right) \\ + \frac{f_0 R}{c_p H \rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{N^2} Q' \right), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 q' 为准地转扰动位涡度,

$$q' = \nabla^2 \psi' + \frac{f_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{N^2} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right) = \nabla^2 \psi' + f_0^2 e^{z/H} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-z/H}}{N^2} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right), \quad (4)$$

β_e 为基本气流位涡度的南北梯度,

$$\begin{aligned} \beta_e = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{N^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \\ - f_0^2 e^{z/H} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-z/H}}{N^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

方程(3)表明, 扰动位涡度的局地变化是由平流, 摩擦和非绝热等因子造成的。对定常波取 $\frac{\partial}{\partial t} q' = 0$, 为了简单起见, 暂不考虑 N^2 随高度的变化, 即取 $N^2 = \text{常数}$ 。将

(3)–(5)式中对 z 的导数展开, 得

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial q'}{\partial x} + \beta_e \frac{\partial \psi'}{\partial x} + \alpha_D \nabla^2 \psi' - \frac{f_0^2}{N^2} \left[\alpha_T \frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial \alpha_T}{\partial z} - \frac{\alpha_T}{H} \right) \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right] \\ = \frac{f_0 R}{c_p H N^2} \left(\frac{\partial Q'}{\partial z} - \frac{Q'}{H} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$q' = \nabla^2 \psi' + \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial \psi'}{\partial z} \right), \quad (7)$$

$$\beta_e = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right). \quad (8)$$

2. 扰动复振幅满足的方程

将扰动场做纬向谐波分解。为了简单,假定扰动场和基本气流的经向结构相同,都表示成 $\sin ly$ 的形式,即

$$\begin{cases} \phi'(x, y, z) = \text{Re} \sum_k \Psi(z) \exp(ikx) \exp(z/2H) \sin ly, \\ Q'(x, y, z) = \text{Re} \sum_k Q(z) \exp(ikx) \exp(z/2H) \sin ly, \\ \bar{u}(y, z) = u(z) \sin ly, \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\Psi(z)$ 和 $Q(z)$ 是扰动场 ϕ' 和 Q' 的单波复振幅, k 是纬向波数, $k = \frac{n}{a \cos \theta}$, n 是纬向无量纲波数, l 是经向波数。将(9)代入(6),消去公因子 $\exp(ikx) \exp(z/2H)$, 得

$$\begin{aligned} ik u \left[\frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \left(k^2 + l^2 + \frac{f_0^2}{4H^2 N^2} \right) \Psi \right] \sin^2 ly + ik \beta \Psi \sin ly \\ + ik \left[l^2 u - \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \Psi \sin^2 ly + \alpha_D (k^2 + l^2) \Psi \sin ly \\ + \frac{f_0^2}{N^2} \left[\alpha_T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{\partial \alpha_T}{\partial z} \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \left(\frac{1}{2H} \frac{\partial \alpha_T}{\partial z} - \frac{\alpha_T}{4H^2} \right) \Psi \right] \sin ly \\ = \frac{f_0 R}{c_p H N^2} \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{Q}{2H} \right) \sin ly. \end{aligned} \quad (10)$$

由上式看到,带 u 的项含 $\sin^2 ly$ 因子,而其它项含 $\sin ly$ 因子,为了消去含 y 的因子,我们将 $\sin^2 ly$ 展成正弦富氏级数。对任意函数 $F(y)$ 的正弦富氏级数展开有如下公式:

$$F(y) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi y}{L}. \quad (11)$$

其中系数 b_n 为

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L F(y) \sin \frac{n\pi y}{L} dy, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (12)$$

一般情况下,谐波振幅 b_n 随 n 的增大而减小, $n=1$ 的谐波占总振幅的最大比例,取第一近似,有

$$F(y) \approx b_1 \sin \frac{\pi y}{L}.$$

令 $F(y) = \sin^2 ly$, 对于 $\sin^2 ly$, 同位相点间最小间隔为 $ly = \pi$, 则 y 向波数为 $l = \frac{\pi}{L}$,

则由(12)有

$$b_1 = \frac{2}{L} \int_0^L \sin^2 ly \cdot \sin ly dy = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin^3 Y dY,$$

其中 $Y = ly$, 由积分表有

$$\int \sin^3 Y dY = -\frac{1}{3} \cos Y (\sin^2 Y + 2).$$

令 $\varepsilon = b_1$, 则

$$\varepsilon = b_1 = \frac{2}{\pi} \left[-\frac{1}{3} \cos Y (\sin^2 Y + 2) \right]_0^\pi = \frac{2}{\pi} \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right) = \frac{8}{3\pi}. \quad (13)$$

于是,近似地有

$$\sin^2 ly \approx \varepsilon \sin ly. \quad (14)$$

现在将(14)代入(10),消去公因子 $\sin ly$,并按 $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$ 和 Ψ 归项,并且令

$$\tilde{\beta}_e = \beta + \varepsilon l^2 u + \varepsilon \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial z} \right). \quad (15)$$

经整理后,最后可以得到扰动流函数的复振幅 $\Psi(z)$ 满足的方程,其形式为

$$\frac{d^2 \Psi}{dz^2} + A \frac{\partial \Psi}{\partial z} + B \Psi = S. \quad (16)$$

其中

$$\begin{cases} A = \frac{\frac{\partial \alpha_T}{\partial z}}{(ik\varepsilon u + \alpha_T)}, \\ B = \frac{N^2}{f_0^2 (ik\varepsilon u + \alpha_T)} [ik\tilde{\beta}_e - (ik\varepsilon u + \alpha_D)(k^2 + l^2)] \\ \quad + \frac{1}{2H(ik\varepsilon u + \alpha_T)} \frac{\partial \alpha_T}{\partial z} - \frac{1}{4H^2}, \\ S = \frac{R}{f_0 c_p H (ik\varepsilon u + \alpha_T)} \left(\frac{dQ}{dz} - \frac{Q}{2H} \right). \end{cases} \quad (17)$$

由(17)式,只要基本状态 $u, N^2, \alpha_D, \alpha_T$ 和强迫源 Q 的垂直分布知道,则系数 A, B 和强迫项 S 的形式就知道了,方程(16)在化成差分方程后,即可在适当的垂直边条件(在我们的计算中,上下边条件取刚盖条件)下,用 Lindzen 和 Kuo^[9] 提出的数值方法对各个波数 k 求解出 $\Psi(z)$,则 $\Psi(z) \cdot \exp(z/2H)$ 的实部即代表扰动场 ϕ' 的垂直结构,由它即可讨论波的垂直传播特性。

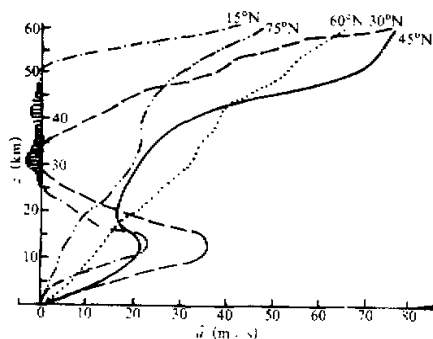
三、基本状态和强迫源

为了求解方程(16),基本状态 $u, N^2, \alpha_D, \alpha_T$ 及强迫源 Q 必须预先给定。本文中,基本气流有两种取法,一种是取理想化(线性)分布,即

$$u(z) = u_0 + \frac{(u_{JM} - u_0)}{60} z, \quad (18)$$

其中 z 的单位为 km, u_{JM} 和 u_0 分别代表在模式上,下界的 u 值。当 u_0 和 u_{JM} 取不同数值时, $u(z)$ 有不同的垂直结构。作为理想化的标准状态,我们取 $u_0 = 4 \text{ m/s}$, $u_{JM} = 60 \text{ m/s}$ 。 $u(z)$ 的另一种取法是采用冬季实测的纬向平均风分布,取自 Tung^[10],在 15, 30, 45, 60 和 75°N 各纬度的垂直廓线如图 1 所示。

动力和热力阻尼系数 α_D 和 α_T 的垂直分布取自文献 [11]。其中 α_D 在 50km 以下取常值 $0.5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$, 在 50—60km 线性增大到 10^{-6} s^{-1} , 这种“海绵”边界可以防止波

图 1 冬季实测基本气流的垂直分布(单位: ms^{-1})

在上边界的反射, α_r 在对流层为 0.15km 以上近于线性增大, 在 50km 达极大值 $2.5 \times 10^{-6}\text{s}^{-1}$, 到 60km 递减到 $2.2 \times 10^{-6}\text{s}^{-1}$ 。作为标准状态静力稳定度参数取 $N^2 = 4 \times 10^{-4}\text{s}^{-2}$ 。

为了考察强迫源产生的定常波及其向上和向下的传播, 我们将非绝热强迫源分别取在上下边界附近三层上, 其强度为 $Q_0 = 1.0 \times 10^{-2}\text{m}^{-2}\text{s}^{-3}$, 由纬向 1 到 8 谐波分量组成, 即

$$Q'(\lambda) = Q_0 \sum_{n=1}^8 \sin(n\lambda), \quad (19)$$

其中 λ 为经度。

四、数值试验的结果

Charney 和 Drazin^[1] 曾在常值基本气流情况下对定常波的垂直传播进行了理论分析, 得到定常波垂直传播的条件为

$$0 < n < \beta[(k^2 + l^2) + f]/(4N^2H^2)]^{-1} = u_c. \quad (20)$$

上式表明, 只有在小于临界值 u_c 的西风气流中定常波方能垂直传播, 但是实际大气中基本气流是随高度和纬度变化的。这种情况下, 波的垂直传播特性无法由方程的定性讨论而只能通过模式方程的定量求解(即数值试验)才能得出正确的结论。下面介绍模式方程(16)的数值试验结果。

1. 水平尺度对定常波及其垂直传播的影响

我们将(19)所示的强迫源放在模式的最低三层, 来看在(18)所示的标准斜压基本气流下所强迫的定常波的特点。我们将扰动流场 $\frac{f_0}{g} \phi'$ 的垂直结构函数的实部

$$\frac{f_0}{g} \text{Re}[\Psi(z)] \cdot \exp(z/2H)$$

称为定常波对强迫源的垂直响应, 简称为响应。图 2 是纬向波数 1 到 4 的行星波的响应

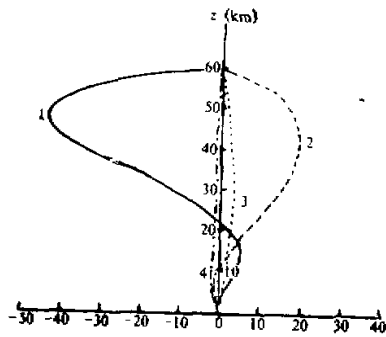


图 2 不同波数行星波响应的垂直分布
(单位: 什米)

廓线。由图可以看到, 不同水平尺度的定常行星波的响应和垂直传播能力有明显的差别。1 波和 2 波的响应随高度改变符号, 在垂直方向显示波动特征, 并且分别在 47.5km 及 42.5km 产生极大的遥响应, 这些都是波能垂直传播的表现。1 波极大遥响应的高度和强度最大, 垂直传播能力最强。2 波次之, 3 和 4 波的响应不随高度而改变符号, 极大遥响应的强度很弱, 出现的高度很低, 这些都是垂直传播能力弱的表现。至于 $n = 5-8$ 的大气长波。由于其响应更弱, 用廓线图难以表示, 我们将其响应的垂直分布列于表 1。由表 1 可以看到, 5—8 波的定常波响应很弱,

极大值出现在强迫源所在的大气低层, 响应随高度呈单调的指数衰减形式, 这是波不能垂直传播的特征。

表 1 5—8 波响应的垂直分布(单位: 什米)

响应 波数	高度 (km)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55(km)
5		-0.4	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6		-0.2	-0.2	-0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7		-0.1	-0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8		-0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

上述定常波的垂直传播能力与波的水平尺度的依赖关系可以从垂直结构方程(16)的讨论中得到解释。我们的计算表明, 牛顿冷却系数 α_r 的垂直分布对结果没有本质的影响。为了讨论的方便, 我们不妨取 $\alpha_r = \alpha_D = 0$, 即不考虑阻尼效应, 这时, 方程(16)中, 系数 $A = 0$, 令 $m^2 = \text{Re}(B)$, 则方程可简化成

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + m^2 \Psi = S, \tag{21}$$

其中

$$m^2 = \text{Re}(B) = \frac{N^2}{f_0^2 \varepsilon u} [\tilde{\beta}_r - \varepsilon u (k^2 + l^2)] - \frac{1}{4H^2}. \tag{22}$$

由方程(21)可知, 当 $m^2 > 0$ 时, 其齐次解呈 $e^{\pm imx}$ 的波动形式, 波具有垂直传播能力。反之, 当 $m^2 < 0$ 时, 解呈 e^{-mx} 的形式, 波没有垂直传播能力, 我们计算了不同波数 k (或 n) 时, m^2 随高度的分布, 如图 3 所示。由图可以看到, 当 $n = 1$ 时, m^2 在所有高度都为正值。随着 k 的增大, $m^2 > 0$ 的高度下降, 定常波的垂直传播能力减弱, $n = 4$ 时,

m^2 的正值区只局限于 13km 以下,波已经不能上传到平流层,当 $n > 5$ 时, m^2 的正区愈加靠近地面、波不能垂直上传。

上述结果表明,定常波响应及其垂直传播能力明显地依赖于波的水平尺度。只有尺度大的行星波(1波和2波)才具有强的定常响应和强的垂直传播能力。由于1波在合成波响应中占有最大比例且具有最强的垂直传播能力,因此,在以下比较定常波的垂直传播能力时,我们将以1波作为依据。

2. 基本气流的结构对行星波垂直传播的影响

由上一节已经看到, $m^2 = \text{Re}(B)$ 是对定常波垂直传播有重大影响的参数。利用(15)式,(22)式可以展开写成

$$m^2 = \frac{N^2}{f_0^2} \left\{ \frac{\left[\beta + \varepsilon l^2 u - \frac{N^2}{f_0^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]}{\varepsilon u} - (k^2 + l^2) \right\} - \frac{1}{4H^2} \quad (23)$$

由上式可知, m^2 不但依赖于波的水平尺度,而且还依赖于 u 及其垂直分布。因此基本气流的结构对行星波的垂直传播也有影响。

(1) 基本气流的强度对波垂直传播的影响

我们在(18)式中分别取 $u_0 = u/M = 4, 20, 40, 60, 80\text{m/s}$ 来考察在无垂直变化,但强度不同的常值基本气流下,定常行星波的垂直传播情况。图4是其相应的1波响应的垂直分布($u = 4\text{ms}^{-1}$ 时,响应很弱,未在图上画出)。由图可以看到两个特点,一是在不同的常值西风气流下,定常行星波都显示垂直传播的特征,响应在垂直方向都呈波状分布。二

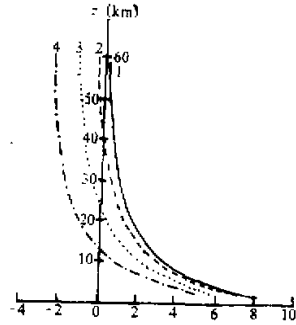


图3 不同波数时 m^2 随高度的分布
(单位: 10^{-4}m^{-2})

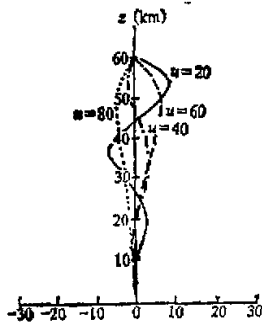


图4 不同常值 u 时1波响应的垂直分布
(单位: 什米)

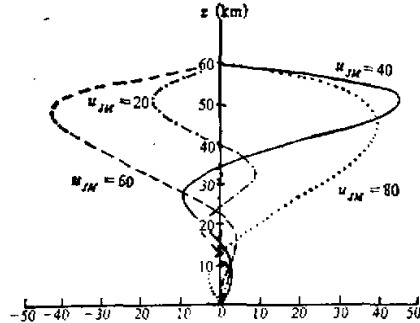


图5 不同 $\partial u / \partial z$ 时1波响应的垂直分布
(单位: 什米)

是响应的大小与 u 的强度之间不呈线性关系。 $u = 4\text{m/s}$ (弱西风)时,响应很弱(极大响应只有 3.1),而 $u = 80\text{m/s}$ (强西风)时,响应也很弱(极大值为 4.2),中等大小的西风气流(在我们情况下为 $u = 20\text{m/s}$)时。行星波响应较强(极大值为 8.8)

Dickinson^[2] 认为弱的西风有利于行星波的垂直上传, 提出了“弱西风波导”的概念, 根据我们数值试验的结果。弱西风时行星波的响应很弱。因此这种弱西风波导的观念值得商榷。

(2) 基本气流的垂直切变对波垂直传播的影响

现在来看斜压性对波垂直传播的影响, 我们在(18)式中让 $u_0 = 4\text{m/s}$ 保持不变, 而 u_M 分别等于 20, 40, 60 和 80m/s, 从而使基本气流的垂直切变逐渐增大, 图 5 是这些情况下 1 波响应的垂直分布。将图 5 与图 4 相比较, 可以看到, 在斜压的西风气流中, 行星波显示比正压时更强的垂直传播特征, 出现在高层的遥响应极大值比正压时要强得多。同样, 响应的强度与斜压性之间也不呈线性关系。当垂直切变小 ($u_M = 20\text{m/s}$) 时, 响应强度较弱, 为 17, 当 $u_M = 40\text{m/s}$ 时, 响应强度增大到 45, u_M 再增大时, 响应强度开始缓慢地减弱 ($u_M = 60$ 和 80m/s 时, 响应强度分别为 43 和 40), 但是斜压性强时, 响应强度的差别并不大。

(3) 东风对行星波响应及垂直传播的影响

计算表明, 当取 $u(x) = -10\text{m/s}$ 的常值东风时, 所产生的行星波响应在高低层都接近于 0, 说明东风抑制定常行星波的产生。我们还做了另一种试验, 取 $u_0 = 10\text{m/s}$, 然后 $u(x)$ 随高度线性减小, 到 15km 处为 0, 在 15km 以上为线性增大的东风, 计算表明, 在这种 $u(x)$ 分布之下, 定常行星波响应只局限在 15km 以下的对流层, 而且强度很弱(数值小于 6), 在 15km 以上的东风区, 响应为 0。这两种试验的结果说明, 东风既抑制定常行星波的产生, 又抑制它的垂直传播。

3. β 的纬度变化对行星波垂直传播的影响

前面已指出, 定常波的垂直传播与 $m^2 = \text{Re}(B)$ 值有密切的关系。由(22)式可知, m^2 值除了依赖于波的水平尺度 k 、 l 和基本气流 u 外, 还和 $\tilde{\beta}_e$ 参数有关。根据(15)式, $\tilde{\beta}_e$ 包含三个部分

$$\tilde{\beta}_e = \beta + \beta_y + \beta_z, \quad (24)$$

其中

$$\begin{cases} \beta = \partial f / \partial y = \frac{2Q \cos \theta}{a}, \\ \beta_y = \varepsilon l^2 u, \\ \beta_z = \varepsilon \frac{f_0^2}{N^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{H} \frac{\partial u}{\partial z} \right). \end{cases} \quad (25)$$

β , β_y 和 β_z 分别代表科里奥利参数的纬度变化, 基本气流的纬度变化和基本气流的垂直变化的效应, 在一般情况下, β 的数值 ($\sim 10^{-11}$) 比 β_y 和 β_z ($\sim 10^{-12}$) 要大一个量级, 因此 β 值在 $\tilde{\beta}_e$ 中起关键作用, 从而对定常行星波的垂直传播有决定性影响。为了说明这一点, 我们分别计算了当 $\tilde{\beta}_e = \beta$, $\tilde{\beta}_e = \beta_y$ 和 $\tilde{\beta}_e = \beta_z$ 时的定常行星波响应。1 波响应的垂直分布见表 2, 由表 2 可以清楚地看到, 当 $\tilde{\beta}_e$ 值中不含 β 而只含 β_y 或 β_z 时, 所产生的定常行星波响应非常弱, 而且响应随高度单调地减弱, 不显示垂直传播的特征、与此相反, 当 $\tilde{\beta}_e = \beta$ 时, 则产生很强的定常行星波响应。而且显示明显的垂直传播特征, 可见, 定常行星波的垂直传播特性与 β 值有密切的关系。然而, β 值是随纬度变化的, 为了考察

β 值的纬度变化对行星波垂直传播的影响, 我们分别计算了当 β 取纬度为 $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 75°N 时的不同值, 而 $u(z)$ 不变(取标准状态)时的行星波响应。表 3 是其相应的 1 波响应的垂直分布。由表 3 可以看到, 在低纬 15°N , 虽然响应随高度改变符号, 呈现波动的特征, 但是, 这里响应的强度非常弱, 在高纬 75°N , 响应随高度不改变符号, 响应的强度也非常弱且数值随高度减小。而在中纬 ($30^\circ\text{--}60^\circ\text{N}$), 强迫源能够产生较强的行星波响应, 而且最大响应出现在远离强迫源的高层, 这是行星波能够上传的表现, 其中尤其以 45°N 产生的响应最强。总之, 上述结果表明, 太大(低纬)和太小(高纬)的 β 值

表 2 不同 $\tilde{\beta}_e$ 值时 1 波响应的垂直分布(单位: 什米)

高度 响应 $\tilde{\beta}_e$ 值	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55(km)
$\tilde{\beta}_e = \beta$	2.4	3.7	1.3	-5.1	-14.3	-24.6	-34.3	-41.5	-44.6	-41.5	-28.9
$\tilde{\beta}_e = \beta_e$	-1.4	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2	-1.1	-1.0	-0.9	-0.8	-0.5
$\tilde{\beta}_e = \beta_e$	-0.9	-0.8	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	0.0

表 3 不同纬度 β 值时 1 波响应的垂直分布(单位: 什米)

高度 响应 纬度	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55(km)
15°N	0.2	-0.1	0.2	-0.3	0.3	-0.1	-0.2	0.4	-0.3	-0.3	0.6
30°N	0.7	0.3	-0.7	-0.8	0.8	2.4	1.7	-1.5	-5.5	-7.9	-6.8
45°N	0.5	2.7	4.1	2.6	-2.8	-11.7	-28.7	-38.5	-41.3	-42.3	-31.3
60°N	-3.3	-5.8	-7.9	-9.8	-11.3	-12.5	-13.2	-13.5	-13.0	-11.4	-7.8
75°N	-0.4	-0.5	-0.4	-0.3	-0.3	-0.2	-0.2	-0.1	-0.1	-0.1	0.0

都不利于强定常行星波的产生和垂直传播, 中纬中等大小的 β 值最有利于强行星波的产生及垂直传播。

上面讨论的是当基本气流相同时, 定常行星波在不同纬度垂直传播的特点。我们也计算了在不同纬度分别采用该纬度的实测基本气流(见图 1)时的行星波响应。结果表明, 上述行星波上传随纬度变化的基本特点仍然成立。但是, 由于在 30°N 中层出现浅薄的东风层以及在 15°N 中层出现较厚的东风层, 这些东风层抑制行星波的垂直传播, 因此, 这时不但 15°N 处响应比表 3 中的数值更弱(20km 以上全为 0), 而且 30°N 的响应也比表 3 中的数值弱得多(极大值只有 1.1), 因此, 在采用实测基本气流的情况下, 有利于行星波垂直传播的纬度区为 $45^\circ\text{--}60^\circ\text{N}$ 范围比用理想化基本气流时有些缩小。

4. 静力稳定度对定常波垂直传播的影响

由(22)式看到, m^2 中还包含静力稳定度参数 N^2 , 因而大气的层结状态对定常波的垂直传播也有影响。图 6 是在标准基本气流下分别取 N^2 等于 8×10^{-4} , 4×10^{-4} , 2×10^{-4} 及 1×10^{-4} 时 1 波响应的垂直分布。由图可以看到, 当数值太大(如 $N^2 = 8 \times$

10^{-4}) 和太小(如 $N^2 = 1 \times 10^{-4}$) 时,行星波响应都很弱,中等大小 ($N^2 = 2 \times 10^{-4}$ 及 4×10^{-4}) 的静力稳定度最有利于行星波的垂直传播。

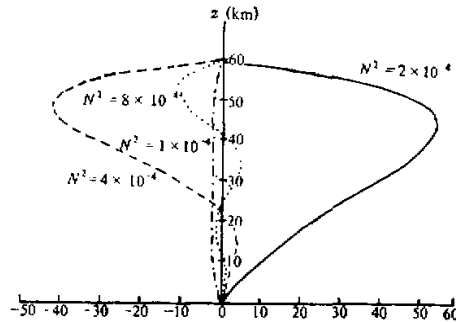


图 6 N^2 取不同值时 1 波响应的垂直分布(单位: 千米)

以上讨论得到的一些结论都是在层结稳定的大气中定常波的垂直传播特征。现在要问,如果大气层结是不稳定的 ($N^2 < 0$)。定常波垂直传播的特征和条件又将是如何? 下面我们就来讨论这个问题。

我们取 $N^2 = -2 \times 10^{-4}$, 先计算在这种不稳定层结下位于中纬标准斜压西风气流中低层强迫源所产生的定常行星波响应。发现,这种情况下 1 波响应为单调的负值,强度很弱,极大值只有 0.7,位于大气低层,且强度随高度减弱,这表明在层结不稳定的大气中西风气流下强迫源产生的定常行星波响应很弱且不能垂直传播。根据观测,夏季低纬地区常出现不稳定层结,对流活动强烈,这里的基本气流为东风,其强度随高度而增强,在高层出现 -35m/s 的东风急流。据此,我们取(18)式中 $u_0 = -4$, $u_{JM} = -30$, 作为这地区夏季的标准基本气流,并且取 $N^2 = -2 \times 10^{-4}$, β 值取在 30°N 纬度,这些基本状态下,低层强迫源所产生的 1—8 波定常波响应随高度的分布如表 4 所示,由表 4 可以看到,在不稳定层结下东风气流中的强迫源能够产生在垂直方向呈波状分布(正负相间)且

表 4 $\theta = 30^\circ\text{N}$, $N^2 = -2 \times 10^{-4}$, $u_0 = -4$, $u_{JM} = -30$

时定常波响应随高度的分布

响应 波数	高度	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55(km)
1		-1.8	-1.9	2.7	5.6	-1.0	-12.0	-12.7	1.4	21.4	34.7	31.4
2		-0.5	-1.2	0.7	3.0	0.9	-5.1	-7.9	-1.9	11.1	22.5	32.2
3		-0.2	-1.0	0.3	2.3	0.7	-4.0	-5.3	0.1	8.1	12.0	10.1
4		-0.6	-0.1	0.9	0.1	-2.0	-1.5	2.8	5.8	0.8	-10.6	-15.5
5		-0.2	-0.4	0.4	0.8	-0.8	-1.9	0.6	4.2	2.4	-6.2	-11.3
6		-0.4	-0.1	0.4	-0.7	-0.6	1.6	1.6	-2.8	-4.3	3.5	10.8
7		-0.1	-0.1	0.3	0.0	-0.6	0.2	1.3	-0.5	-2.6	0.7	5.5
8		-0.2	-0.1	0.0	-0.2	0.2	0.4	-0.6	-0.4	1.5	0.3	-3.1

极大值在高层的定常波响应,这是能垂直传播的波的特征。与稳定层结下西风气流中的定常波响应不同的是,这种情况下,不但3和4波行星波也显示较强的垂直传播能力,而且5—8波的大气长波也能垂直传播,只不过定常波响应的强度随波数的增大而减小。

我们也计算在不稳定层结下,1波响应随常值东风的强度,东风的垂直切变,层结不稳定性及 β 值(即纬度)的变化。其结果可以概括如下:①弱东风时响应很弱($u = -4$ 时,响应极大值为2.4,位于25km高度),中等强度东风时响应增强($u = -20$ 时,响应极大值为12.7,位于50km),东风再增大时,响应又减弱($u = -30$ 时,响应极大值为8.5,位于40km)。②响应及其垂直传播能力随东风垂直切变的增大而增强(当 $u_0 = -4$,而 u_M 分别为-10、-20、-30和-50时,响应极大值分别为10.4、34.7和56.3,分别位于30、40和50km高度)。③响应随层结不稳定性的增强而减弱(当 $N^2 = -1 \times 10^{-4}$, -2×10^{-4} 及 -4×10^{-4} 时,响应极大值分别为51.2、34.7及4.5)。④在高低纬,响应都很弱(在 75°N 和 15°N ,响应的极大值分别为3.8和0.6)。在 $30^\circ\text{--}60^\circ\text{N}$ 响应较强,其中在中纬 45° 响应最强(在60、45和 30°N 响应极大值分别为61.9、68.8和34.7),而且垂直波数随纬度的增高而减少。

5. 行星波的垂直传播与高低层大气间的相互作用

以上讨论的是位于大气低层的强迫源所产生的定常行星波的垂直上传特性。我们也在与前面相同的各种条件下计算了位于模式大气上界附近的强迫源所产生的定常行星波的垂直下传情况。发现,在一些条件下尺度大的行星波也能下传而影响大气的低层,而且凡是有利于行星波上传的条件,一般地说也有利于高层行星波的下传。因此可以认为,定常行星波的垂直传播是高、低层大气之间相互作用的一种重要机制。当然这可能并不是唯一的机制,例如,高低层大气之间还可以通过大尺度垂直环流和湍流的垂直扩散等方式而相互作用。但是这后两种方式的垂直交换效应通常都较弱,起作用的时间较慢,而行星波由于它在大气扰动场中占有最大的振幅比重,因而它的垂直传播是使高低层大气相互作用的比较有效的方式,基于这种分析,我们认为,前面的讨论中凡是有利于行星波垂直传播的条件,都有利于高低层大气间的相互作用。综合这些条件,可以说,冬季在中高纬($45^\circ\text{--}60^\circ\text{N}$)和夏季在中低纬的大气基本状态(层结稳定性,基本气流的结构及 β 值)有利于定常行星波的垂直传播,因而是高低层大气间相互作用的较佳场所。这两组条件相比而言,冬季中高纬的条件比夏季中低纬的条件更有利于高低层大气的相互作用。因为夏季中低纬随高度增强的东风严格地讲是出现在 20°N 以南,这里过大的 β 值抑制着行星波响应的强度(其1波响应的极大值为7.3,比在 45°N 的响应强度88.8要弱得多)。因而其高低层大气相互作用不如冬季中纬地区那么有效。

高低层大气相互作用的大小,亦即是高层对低层的作用大还是低层对高层的作用大?我们的数值试验结果表明:相同强度的强迫源位于大气的低层和高层时所产生的定常行星波响应及其向上和向下传播有二个重大的差别。一是位于高层的强迫源所产生的定常行星波响应的强度(例如,1波的极大响应为5.2)比位于大气低层时的响应强度(1波的极大响应为42.9)要弱得多。二是上传时极大响应通常出现在大气的高层,遥响应强而局地响应弱、而下传时极大响应通常仍出现大气的高层,局地响应强而遥响应弱。行星波下传

到 30km 高度时强度已大为减弱,因而高层对低层的影响小。由于下传时响应强度很弱,不便于用廓线图表示。我们将下传时 1 到 4 波响应的垂直分布列于表 5。将表 5 与图 2 相比较,可以看到上传和下传的明显差别。因此可以说,一般情况下,通过行星波的垂直传播,大气低层影响高层将比高层影响低层更强。正因为如此,冬季地形和与海陆对比

表 5 下传时 1-4 波响应的垂直分布(单位: 什米)

响应 波数	高度	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55(km)
1		0.1	0.1	-0.1	-0.4	-0.7	-0.8	-0.7	0.0	1.4	3.8	5.2
2		0.0	-0.1	0.0	0.1	0.3	0.5	0.8	1.2	1.8	2.8	3.1
3		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4	1.0	1.3
4		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.5	0.8

相联的地面加热场所强迫的行星波通过垂直上传可以影响大气高层,构成主宰平流层大型环流的基本成分,而高层大气中臭氧吸收的加热和长波辐射的冷却相联的非绝热过程所强迫的定常行星波却不能通过垂直下传对低层大气扰动场产生重大的影响。

五、结 语

关于行星波的垂直传播,以往已有过的一些研究主要涉及波的尺度及西风强度对波垂直传播的影响。本文通过一个 β 平面准地转线性波模式的数值试验,不但讨论了波的水平尺度及基本气流的强度对波垂直传播的影响,而且比较和讨论了在不同的大气层结稳定性状态下不同结构的基本气流及不同纬度的 β 值等对定常行星波垂直传播的综合影响,使我们对行星波垂直传播特性的认识更加深入和全面。这些结果有助于加深我们对高低层大气间相互作用的特点、机制及条件的认识。

参 考 文 献

- [1] Charney, J.G. and P.G. Drazin, 1961, Propagation of planetary scale disturbances from the lower into the upper atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **66**, 83—110.
- [2] Dickinson, R.E., 1968, Planetary Rossby waves propagating vertically through weak westerly wind waveguides, *J. Atmos. Sci.*, **25**, 984—1002.
- [3] Matsuno, J., 1970, Vertical propagation of stationary planetary waves in the winter Northern Hemisphere, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 871—883.
- [4] Schoeberl, M.R. and M.A. Geller, 1976, The propagation of planetary scale waves into the upper atmosphere, Aeronomy Rep. 70, Dept. Elect. Eng., University of Illinois, 269pp.
- [5] Lin Benda, 1982, The behavior of winter stationary planetary waves forced by topography and diabatic heating, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 1206—1226.
- [6] 黄荣辉、岸保勤三郎, 1983, 关于冬季北半球定常行星波传播另一波导的研究, *中国科学, B 辑*(10), 940—950.
- [7] 林本达, 1985, 地形强迫超长波在大气中传播的时间特性, *气象学报*, **43**, 397—408.
- [8] Holton J.R., 1979, An Introduction to Dynamic Meteorology, Second Edition, *International Geophysics Series*, **23**, 391pp.

- [9] Lindzen, R.S. and H.-L. Kuo, 1969, A reliable method for the numerical integration of a large class of ordinary and partial differential equation, *Mon. Wea. Rev.*, **96**, 732-734.
- [10] Tung, K.K., 1979, A theory of stationary long waves. Part II: Resonant Rossby waves in the presence of realistic vertical shear, *Mon. Wea. Rev.*, **107**, 735-750.
- [11] Holton, J.R. and W.M. Wehrbein, A semi-spectral numerical model for the large scale stratospheric circulation, Rep. No. 1, Middle Atmosphere Project, University of Washington, Seattle.

The Vertical Propagation of Stationary Planetary Waves and its Dynamic Effects

Lin Benda and Gao Shanyue

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract

In this paper, a β -plane quasi-geostrophic model is used to examine the vertical propagation of stationary planetary waves and the interaction between upper and lower atmosphere. The influence of horizontal scale of waves and the structure of mean zonal wind etc. on the vertical propagation of stationary planetary waves are discussed. The characteristics and condition of the interaction between upper and lower atmosphere are indicated.

Key words: stationary planetary waves; dynamic effect; atmospheric dynamics.