

高分辨有限区数值预报模式的 省时显式积分

薛纪善 林俊杰 王康玲

(广州热带海洋气象研究所, 广州 510080)

提 要

本文提出利用省时显式方案积分两个高分辨有限区数值预报模式。其结果表明, 这一积分方案可以使模式的计算效率大大提高, 而由时间积分方案的变化所造成的预报差异比模式空间离散化方案的不同所造成的预报差异要小。同时还讨论了将省时显式方案用于有限区模式的边界处理问题, 提出了一个与蛙跃格式等价的边界处理方案。

关键词: 数值预报; 显式; 高分辨模式。

一、引 言

数值预报模式的时间积分方案是模式设计的一个重要环节, 一方面时间步长应满足一个线性稳定性判据, 另一方面从预报精度考虑, 空间离散化所造成的误差一般比时间离散化大。这使得根据一定精度所要求的时间步长可取得比线性稳定性所要求的时间步长大得多。如果选取时间积分方案使得线性稳定性条件对模式的约束能被解除, 或在一定程度上放松, 则积分所采用的时间步长就可大大延长, 从而提高数值预报模式的计算效率。

实际大气中存在着快、慢两类过程。前者主要与大气中的重力波相联系, 可近似地看作是线性的适应过程。后者与缓慢的 Rossby 波及平流过程相联系, 属于非线性的演变过程。在积分数值预报模式过程中的一个十分有效的作法是分别构造上述两类过程的差分格式。例如半隐式方法将与适应过程有关的项作隐式积分, 而其余项作显式积分。这一方案已被许多数值预报模式所采用。但要构造半隐式方案, 预报方程必须重写, 整个模式等于重建。另外半隐式方法一般包含一些椭圆型方程的定解问题, 对于有限区格点模式来说, 这些定解问题会使计算量增加很多, 从而削弱了增大时间步长所带来的效益。

分裂格式是另一种提高计算效率的方案。它将统一的适应与平流过程分解为两个单独的、在时间上相继进行的过程, 因而可以采用不同的时间步长。如采用显式, 其差分格式较易于构造, 但它的效率远不如半隐式方法, 且一般属于一阶精度的格式, 时间截断误差较二阶精度的格式大。

Tatsumi 提出了新的省时显式时间积分方案^[1]。在这一方案中, 快、慢过程实际上是分开处理的, 但不象分裂算法那样被当作时间上相继进行的两个独立过程, 因而不具

有分裂格式所带来的附加的截断误差。由于采用显式, 方程基本保持原状, 故方案的构造十分简单。这些特点使这个方案具有很大的优越性。

本文把省时显式方案 (以下简称 EES) 应用于两个动力学框架差异较大的高分辨有限区格点模式 (以下简称为模式 A 与模式 B)。结果表明, 无论对哪一个模式, EES 方案均可在比单一的蛙跃格式约短一半以上的计算机时间内得到与蛙跃格式几乎相同的预报结果。也就是说 EES 是一个普遍适用的高效时间积分方案。

二、EES 的基本思想

考虑大气中存在着快、慢两类过程, 其特征频率分别为 kC 与 kU , $C \gg U$, k 为波数。这时预报方程可写为

$$\frac{\partial x}{\partial t} = ikCx + ikUx. \quad (1)$$

在数值模式中, 对于与慢过程相联系的项, 可以采取长的时间步长 Δt_a , 而对于快过程则要采用短的时间步长 Δt_b , $\Delta t_b < \Delta t_a$ 。它们分别满足线性稳定性条件

$$U\Delta t_a < d, \quad C\Delta t_b < d, \quad (2)$$

d 是空间格距。采用三个时间层的格式, 在 $2\Delta t_a$ 的时间间隔内, 与慢过程相联系的项可以取其在中间时间层的值计算倾向。从而以步长 Δt_b 对模式进行积分时, 在 $2\Delta t_a$ 时段内, 这些项可以取为常数。若以 x^{n-1} 、 x^n 、 x^{n+1} 表示 x 在 $t = (n-1)\Delta t_a$, $n\Delta t_a$, $(n+1)\Delta t_a$ 的值, 而以 $x^n(m)$ 表示在 $t = (n-1)\Delta t_a + m\Delta t_b$ 的值 (见图 1), 则有

$$x^n(m+1) = x^n(m-1) + [kCx^n(m) + kUx^n] \cdot 2\Delta t_b. \quad (3)$$

可以看到这是一个二阶精度的格式, 同时没有分裂格式所附加的截断误差。再引入新变量 $x^n(m)' = x^n(m) - x^n$, 则 (3) 式可表示成

$$x^n(m+1)' = x^n(m-1)' + \left[kCx^n(m)' + \frac{\partial x^n}{\partial t} \right] \cdot 2\Delta t_b. \quad (4)$$

引入一个新的时间变量 τ 用以表示在每一个 $2\Delta t_a$ 时段内 $x^n(m)'$ 的变化, 则 (4) 式意味着我们要用时间步长 Δt_b 积分如下方程:

$$\frac{\partial x'}{\partial \tau} = kCx' + \frac{\partial x^n}{\partial t}. \quad (5)$$

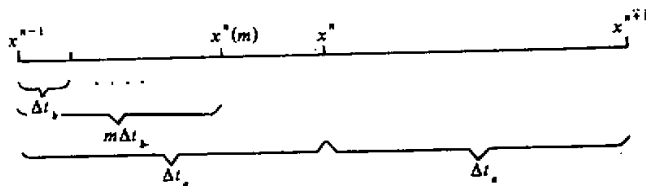


图 1 EES 变量随时间的分布

(5) 式右端第二项在 $2\Delta t_a$ 内保持不变。以后称 (5) 式为 EES 预报方程。(5) 式的导出说明, EES 预报方程的关键是分离出支配扰动量的与快波 (重力波) 有关的项。这可以通过对重力波有关项围绕 x^n 作线性化而得到。若记

$$M = \Delta t_a / \Delta t_b, \quad (6)$$

则显然应有

$$x^n(M) = x^n, \quad \text{或} \quad x^n(M)' = 0. \quad (7)$$

但由于数值积分的误差, (7) 式一般不能被满足。为了避免这一误差的累积, 引入一个时间过滤运算

$$\left. \begin{aligned} x^n &= x^{n*} + v[x^n(M)^* - x^{n*}], \\ x^n(M) &= x^n(M)^* - v[x^n(M)^* - x^{n*}], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

这里上标 * 表示过滤前的值。

在将 EES 用于初始方程模式时, 为了避免重力波的增长, 还引入一个使重力波衰减的处理, 即对气压梯度力作两个时间层的平滑:

$$G = G^*(m+1) + \mu[G^*(m+1) - G^*(m-1)], \quad (9)$$

这里 G^* 表示未经平滑的气压梯度力, 而 G 表示经平滑的值。这里取相邻的时间步为 $m-1$ 与 $m+1$ 的理由是在积分 EES 预报方程时, 我们采用“时间跳点”格式。这将在下一节讨论。

三、EES 在模式 A 的应用

本节与下一节将讨论上述 EES 方案在两个高分辨有限区数值预报模式的应用。这两个模式分辨率相近, 但垂直结构、离散化方案均有较大差别, 在实际积分中也显示了不同的特性。这里同时给出两个模式, 不是为了比较它们的优劣, 而是为了考察 EES 在数值模式中应用的普遍性, 并比较时间积分格式的差异与模式差分方案差异对预报结果的影响。

模式 A 是一个 σ 坐标的初始方程模式, $\sigma = p/p_s$, p_s 是地面气压。模式包含 10 个不等距的 σ 层。在每两层的交界面上 σ 值依次为: 0.0, 0.0766, 0.1616, 0.2601, 0.3736, 0.5000, 0.6336, 0.7651, 0.8816, 0.9660, 1.000。可见, 在低层垂直分辨率最高, 而在中层, 垂直分辨率最低。水平方向采用经、纬网格, 格距为 1° 。变量分布按全跳点格式, 即所谓的 Arakawa-C 网格。这里直接写出模式的差分方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{\cos \theta} [ZV \cos \theta] + \frac{1}{a \cos \theta} \delta_\lambda (\bar{\varphi}^\sigma + E) + \frac{RT^{-\lambda}}{a \cos \theta} \delta_\lambda \ln p_s + \frac{1}{p_s^{-\lambda}} \frac{\Sigma_\lambda \Delta_\sigma u}{\Delta_\sigma \sigma} &= F_u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + [ZU] + \frac{1}{a} \delta_\theta (\bar{\varphi}^\sigma + E) + \frac{RT^{-\theta}}{a} \delta_\theta \ln p_s + \frac{1}{p_s^{-\theta}} \frac{\Sigma_\theta \Delta_\sigma v}{\Delta_\sigma \sigma} &= F_v, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{p_s} \left\{ \frac{1}{\text{acos}\theta} (\overline{U\delta_\lambda T}^\lambda + \overline{V\cos\theta\delta_\theta T}^\theta) + \frac{\overline{\Sigma\Delta_\sigma T}^\sigma}{\Delta_\sigma\sigma} - \left[\frac{\kappa T\omega}{\sigma} \right] \right\} &= Q, \\ \frac{\partial p_s}{\partial t} + \frac{1}{\text{acos}\theta} \sum_{i=1}^K \{ \delta_\lambda \bar{p}_s^\lambda u + \delta_\theta (\bar{p}_s^\theta v \cos\theta) \}_i (\Delta_\sigma\sigma) &= 0, \\ \frac{\Delta_\sigma\varphi}{\Delta\sigma} &= -\frac{RT}{\sigma}, \end{aligned} \quad (10)$$

这里 u, v, T, φ 分别是风的纬向、经向分量，温度与位势高度； λ, θ 分别是经、纬度。 a 是地球半径， $\kappa = R/c_p$ ， R 与 c_p 是干空气的气体常数与定压比热。 K 是总层数，在这里 $K=10$ ，差分与平均运算符号如一般习惯。 F_u 与 F_v ， Q 为外源项。其余符号定义如下：

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} (\overline{u^2}^\lambda + \frac{1}{\cos\theta} \overline{v^2 \cos\theta}^\theta), \\ Z &= \frac{1}{p_s \text{acos}\theta} \{ a \overline{f \cos\theta}^\theta + \delta_\lambda v - \delta_\theta (u \cos\theta) \}, \\ [ZV \cos\theta] &= \overline{V \cos\theta}^\theta \overline{Z}^\theta, \quad [ZU] = \overline{U}^\lambda \overline{Z}^\lambda, \\ U &= \bar{p}_s^\lambda u, \quad V = \bar{p}_s^\theta v, \quad \dot{\Sigma}_\lambda = \bar{p}_s^\lambda \dot{\sigma}^\lambda, \quad \dot{\Sigma}_\theta = \bar{p}_s^\theta \dot{\sigma}^\theta, \quad \dot{\Sigma} = p_s \dot{\sigma}, \\ T_\lambda &= \bar{T}^\lambda, \quad T_\theta = \bar{T}^\theta, \\ \left[\frac{\kappa T\omega}{\sigma} \right] &= \frac{\kappa T}{\sigma} \left(\overline{\sigma \frac{\partial p_s}{\partial t}}^\sigma + p_s \sigma \right)^\sigma + \frac{\kappa}{\text{acos}\theta} (\overline{UT_\lambda \delta_\lambda \ln p_s}^\lambda + \overline{V \cos\theta T_\theta \delta_\theta \ln p_s}^\theta), \\ \left(\overline{\sigma \frac{\partial p_s}{\partial t}}^\sigma + p_s \dot{\sigma} \right)_{k+\frac{1}{2}} &= -\frac{1}{\text{acos}\theta} \sum_{i=1}^K \{ \delta_\lambda U + \delta_\theta (V \cos\theta) \}_i (\Delta_\sigma\sigma)_i. \end{aligned} \quad (11)$$

关于模式更详细的说明及物理过程见文献[2]。

采用与 x^n ， $x^n(m)$ 相似的记号，为了写出 EES 预报方程，需要分离出与重力波过程相联系的项，并进行线性化。下面对逐个方程进行讨论。

动量方程中与重力波有关的项是气压梯度力。将它们关于 φ^n 、 T^n 、 p_s^n 线性化，可以得到纯重力波的扰动方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial \tau} + \frac{1}{\text{acos}\theta} \delta_\lambda \overline{\varphi'}^\sigma + \frac{RT^n}{\text{acos}\theta} \delta_\lambda (\ln p_s - \ln p_s^n) &= 0, \\ \frac{\partial v'}{\partial \tau} + \frac{1}{a} \delta_\theta \overline{\varphi'}^\sigma + \frac{RT^n}{a} \delta_\theta (\ln p_s - \ln p_s^n) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由于

$$\ln p_s - \ln p_s^n = \ln \left(1 + \frac{p_s'}{p_s^n} \right) \approx \frac{p_s'}{p_s^n}, \quad (13)$$

故按(5)式得到 EES 的动量预报方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial \tau} &= \frac{\partial u^n}{\partial t} - \frac{1}{a \cos \theta} \delta_\lambda (\overline{\varphi'})^\sigma - \frac{RT^n}{a \cos \theta} \delta_\lambda \left(\frac{p_s'}{p_s^n} \right), \\ \frac{\partial v'}{\partial \tau} &= \frac{\partial v^n}{\partial t} - \frac{1}{a} \delta_\theta (\overline{\varphi'})^\sigma - \frac{RT^n}{a} \delta_\theta \left(\frac{p_s'}{p_s^n} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

热力学方程中与重力波有关的项是绝热压缩 $\kappa T \omega / \sigma$ 与温度的垂直平流。由 (11) 式可知, $\kappa T \omega / \sigma$ 的第二项为非线性项。第一项的垂直速度部分又可写为两个部分:

$$\begin{aligned} \sigma_{k+\frac{1}{2}} \frac{\partial p_s}{\partial t} + (p_s \dot{\sigma})_{k+\frac{1}{2}} &= \omega_{k+\frac{1}{2}}^I + \omega_{k+\frac{1}{2}}^{II} \\ &= -\frac{1}{a \cos \theta} \sum_{l=1}^k [\overline{u \delta_\lambda p_s}]^\lambda + \overline{v \cos \theta \delta_\theta p_s}^\theta \Delta_\sigma \sigma \\ &\quad - \frac{1}{a \cos \theta} \sum_{l=1}^k [p_s \delta_\lambda u + p_s \delta_\theta (v \cos \theta)]_l \Delta_\sigma \sigma. \end{aligned} \quad (15)$$

ω^I 是平流。线性化时只保留第二项。最后得到 ESS 预报方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial T'}{\partial \tau} &= \frac{\partial T^n}{\partial t} + \frac{\kappa T^n}{\sigma} \overline{\omega^{II}}^\sigma - \dot{\sigma}_{II} \frac{\Delta_\sigma T}{\Delta \sigma}, \\ \omega_{k+\frac{1}{2}}^{II} &= -\frac{1}{a \cos \theta} \sum_{l=1}^k [p_s^n (\delta_\lambda u') + p_s^n \delta_\theta (v' \cos \theta)]_l (\Delta_\sigma \sigma)_l, \\ \dot{\sigma}_{II}' &= -\frac{1}{a \cos \theta} \sum_{l=1}^k [\delta_\lambda u' + \delta_\theta (v' \cos \theta)]_l (\Delta_\sigma \sigma)_l \\ &\quad + \frac{1}{a \cos \theta} \sum_{l=1}^k [\delta_\lambda u' + \delta_\theta (v' \cos \theta)]_l (\Delta_\sigma \sigma)_l. \end{aligned} \quad (16)$$

类似地, 我们得到 EES 的地面气压预报方程

$$\frac{\partial p_s'}{\partial t} = \frac{\partial p_s^n}{\partial t} - \frac{1}{a \cos \theta} \sum_{l=1}^k p_s^n [(\delta_\lambda u') + \delta_\theta (v' \cos \theta)]_l (\Delta_\sigma \sigma)_l, \quad (17)$$

而静力方程为

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial \sigma} = -\frac{RT'}{\sigma}. \quad (18)$$

(14)、(16)、(17)与(18)式即为模式 A 的 EES 预报方程。这里未给出水汽预报方程, 它只包含平流过程, 故 EES 预报方程与原方程相同。由以上方程还可以看到, 计算 u' 、 v' 倾向时, 只用到 φ' 与 p_s' ; 而计算 T' 与 p_s' 倾向时, 只用到 u' 、 v' 。因此可以采用一种“时间跳点”的方式来安排各个时间层上的变量。我们将 T' 、 p_s' 定义在奇数时间步, 而 u' 、 v' 定义在偶数时间步, 如图 2。

具体的 EES 预报积分步骤如下:

(1) 利用 u^n 、 v^n 、 T^n 、 p_s^n 根据 (10) 式计算 $\partial u^n / \partial t$ 、 $\partial v^n / \partial t$ 、 $\partial T^n / \partial t$ 、 $\partial p_s^n / \partial t$ 。这些量在以 $t = (n-1)\Delta t$ 为起点的 $2\Delta t_n$ 时段内保持不变。

(2) 计算 u' 、 v' 、 T' 、 p_s' 的初值

$$\left. \begin{aligned} u'(0) &= u^{n-1} - u^n, & v'(0) &= v^{n-1} - v^n, \\ p_s'(0) &= p_s^{n-1} - p_s^n, & T'(0) &= T^{n-1} - T^n. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

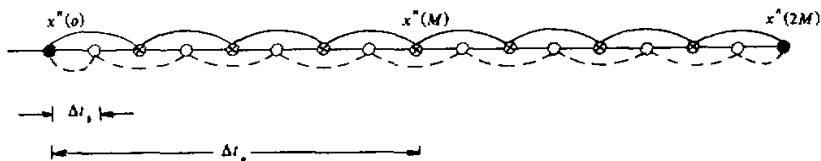


图 2 时间跳点格式示意图

黑点表示 u 、 v 、 T 、 p_s 都有预报值的时刻，白点表示 T 、 p_s 有预报值的时刻，叉点表示 u 、 v 有预报值的时刻

(3) 以 $u'(0)$ 、 $v'(0)$ 、 $T'(0)$ 、 $p_s'(0)$ 为初值，积分 EES 预报方程，时间步长取 Δt_b 。
 $T'(1)$ 、 $p_s'(1)$ 由前差得到， $T'(2M)$ 、 $p_s'(2M)$ 由后差得到，其余由蛙跃格式得到。

(4) 在第 M 步按 (8) 式作时间过滤。由于在这一时刻 T' 、 T'' 没有定义，对 T' 、 p_s' 的时间过滤公式修改为

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= \frac{1}{2} [T'(M-1)^* + T'(M+1)^*], \\ T'' &= T''^* + v \Delta T, \\ T'(M+1) &= T'(M+1)^* - v \Delta T. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

关于 p_s 的过滤与此类似。

(5) 至 $2M$ 步积分结束，并计算如下各值：

$$\left. \begin{aligned} u^{n+1} &= u^n + u'(2M), & v^{n+1} &= v^n + v'(2M), \\ T^{n+1} &= T^n + T'(2M), & p_s^{n+1} &= p_s^n + p_s'(2M), \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

从而完成在时间步长 Δt_a 的意义下的与蛙跃格式相当的一步积分。

(6) 重复以上步骤作下一步的积分。

物理过程有两种处理办法。可以放在第一步计算，也可以放在第五步结束后计算。这要根据物理过程本身的性质而定。

四、EES 在模式 B 的应用

模式 B 是广州区域气象中心热带有限区业务预报模式的一个升级版^[1]。其主要特点是引入一个静止的参考大气，模式的热力学变量均表示成对这个参考大气的偏差。关于这个参考大气的意义，参见文献[4]。垂直坐标定义为

$$\sigma = (p - p_T) / \pi, \quad \pi \approx p_s - p_T, \quad (22)$$

p_T 是模式大气顶气压，取为 100 hPa。模式的差分方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\hat{\pi} u}{m} \right) &= -m \left\{ \delta_x \left[\bar{U}^{xy} \bar{u}^x \right] + \delta_y \left[\bar{V}^{xy} \bar{u}^y \right] \right\} - \delta_\sigma \left[\bar{\Sigma}^{xy} \bar{u}^\sigma \right] \\ &+ f^* \frac{\hat{\pi} v}{m} - \pi_x \delta_x \varphi^{y\sigma} + \sigma \delta_\sigma \varphi_x \delta_x \pi^y + \frac{\hat{\pi}}{m} F_u, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\hat{\pi} v}{m} \right) &= -m \left\{ \delta_x \left[\overline{U^{xy} \bar{v}^x} \right] + \delta_y \left[\overline{V^{xy} \bar{v}^y} \right] \right\} - \delta_\sigma \left[\dot{\Sigma}^{xy} \bar{v}^\sigma \right] \\
&\quad - f^* \frac{\hat{\pi} u}{m} - \overline{\pi_y \delta_y \varphi}^{x\sigma} + \overline{\sigma \delta_\sigma \varphi_y \delta_y \pi}^x + \frac{\hat{\pi}}{m} F_v, \\
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi T}{m} \right) &= -m \left\{ \delta_x \left[\overline{U \bar{T}^x} \right] + \delta_y \left[\overline{V \bar{T}^y} \right] \right\} - \delta_\sigma \left[\dot{\Sigma} \bar{T}^\sigma \right] \\
&\quad + \left(-\frac{c_0^2 \pi}{R p} - \frac{\pi \kappa T}{p} \right) \left(\overline{\omega^I}^\sigma + \omega^{\text{II}} \right) + \frac{\pi}{m} F_T + \frac{\pi}{m} Q, \\
\frac{\partial \pi}{\partial t} &= - \sum_{l=1}^K m^2 \Delta \sigma [\delta_x U + \delta_y V]_k, \\
\varphi_{k-\frac{1}{2}} &= \varphi_{k+\frac{1}{2}} + \frac{R T_k \pi}{p_k} \cdot \Delta \sigma_k, \\
\pi \dot{\sigma}_k &= - \sum_{l=1}^k m^2 [\delta_x U + \delta_y V]_l \cdot \Delta \sigma_l - \sigma_k \frac{\partial \pi}{\partial t}, \\
\omega_{k+\frac{1}{2}}^I &= - \sum_{l=1}^k [\delta_x U + \delta_y V]_l \cdot \Delta \sigma_l, \quad \omega_k^{\text{II}} = \sigma_k \left\{ \overline{u_y \delta_x \pi}^x + \overline{v_x \delta_y \pi}^y \right\}_k, \\
\varphi_s &= \varphi_{K+\frac{1}{2}} = \frac{R \tilde{T}_s}{\tilde{p}_s} (\pi - \tilde{\pi}), \\
U &= \frac{\bar{\pi}^x \bar{u}^y}{m}, \quad V = \frac{\bar{\pi}^y \bar{v}^x}{m}, \quad \dot{\Sigma} = \frac{\pi \dot{\sigma}}{m}, \\
\hat{\pi} &= \bar{\pi}^{xy}, \quad \pi_x = \bar{\pi}^x, \quad \pi_y = \bar{\pi}^y, \quad \varphi_x = \bar{\varphi}^x, \quad \varphi_y = \bar{\varphi}^y, \\
u_x &= \bar{u}^x, \quad u_y = \bar{u}^y, \quad v_x = \bar{v}^x, \quad v_y = \bar{v}^y,
\end{aligned} \tag{23}$$

这里 m 是麦卡托地图投影系数, “ $\sim$ ” 表示参考大气值, c_0^2 是一个与参考大气层结有关的常数, 其余符号为常用。模式在垂直方向分为十个等距的 σ 层。 u 、 v 、 T 定义在每一个层的中间, 而 $\dot{\sigma}$ 、 φ 等定义在相邻两层的界面上。变量在水平方向采用半跳点的方式, 即所谓 Arakawa-B 网格。水平格距为 111.11 km。显然模式 A、B 的分辨率相近。但具体的离散化方案相差较大。水汽方程与物理过程见文献[3]。关于 EES 预报方程的推导与模式 A 类似。这里直接给出 EES 预报方程

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u'}{\partial \tau} &= \left\{ \frac{m}{\hat{\pi}} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\hat{\pi} u}{m} \right) - \frac{u}{m} \left(\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial t} \right) \right] \right\}^n - m \overline{\delta_x \varphi'}^{y\sigma} - R \overline{T^n}^{xy} \delta_x \left(\frac{\bar{\pi}'}{\pi^n} \right)^y \\
\frac{\partial v'}{\partial \tau} &= \left\{ \frac{m}{\hat{\pi}} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\hat{\pi} v}{m} \right) - \frac{v}{m} \left(\frac{\partial \hat{\pi}}{\partial t} \right) \right] \right\}^n - m \overline{\delta_y \varphi'}^{x\sigma} - R \overline{T^n}^{xy} \delta_y \left(\frac{\bar{\pi}'}{\pi^n} \right)^x \\
\frac{\partial T'}{\partial \tau} &= \left\{ \frac{m}{\pi} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi T}{m} \right) - \frac{T}{m} \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right) \right] \right\}^n + \left(\frac{c_0^2}{R} + \kappa T^n \right) \frac{\pi'}{p^n} \overline{\omega'}^\sigma \\
\frac{\partial \pi'}{\partial \tau} &= \frac{\partial \pi^n}{\partial t} - m^2 \pi^n \sum_{l=1}^K \left[\delta_x \left(\frac{\bar{u}'}{m} \right)^y + \delta_y \left(\frac{\bar{v}'}{m} \right)^x \right] (\Delta_\sigma \sigma)_l
\end{aligned} \tag{24}$$

$$\sigma \delta_\sigma \phi' = -\frac{RT^n}{p^n} \left(\pi' - \frac{\pi^n p'}{p^n} \right) + \frac{RT^n}{p^n} \pi^n T'$$

$$\omega'_{k+\frac{1}{2}} = -\sum_{i=1}^k m^2 \left[\delta_x \left(\frac{\bar{u}'}{m} \right) + \delta_y \left(\frac{\bar{v}'}{m} \right) \right] (\Delta_\sigma \sigma)$$

对 EES 预报方程进行积分的具体步骤与上一节相同。

五、侧边界的处理

在将 EES 应用于有限区模式时,我们发现边界处理方法对预报结果影响极大,似乎 EES 对侧边界处理的敏感性大于一般蛙跃格式。这里考察如何提出与蛙跃格式等价的 EES 侧边界处理方案。对于蛙跃格式,采用如下关于变量 f 的侧边界处理方法:

$$f = (1 - \alpha)f_i + \alpha f_0 \quad (25)$$

下标 i 与 0 分别表示模式预报值与边界上的指定值,不带下标的量是最后的预报量。 α 是平滑系数。对于 EES 应有

$$f = f' + f'' \quad (26)$$

故

$$f'' + f' = (1 - \alpha)(f'_i + f''_i) + \alpha f \quad (27)$$

以 Δt_b 作为步长积分 f' 时,不涉及 f'' 的边界处理,故此不计 f'' 与 f'_i 的区别,那么,

$$f' = (1 - \alpha)f'_i + \alpha(f_0 - f''_i) \quad (28)$$

(28)式即为与蛙跃格式平滑方案(25)等价的侧边界处理公式。这一处理应在以 Δt_b 为步长的积分时进行。同时在每 $2\Delta t_a$ 的积分完成后,对 f^{n+1} 作一次与(25)式相同的平滑。

六、试验结果

共作了冬季、夏季不同天气形势若干个例的试验。这里只给出 1990 年 8 月 18 日 00Z (起始时间)的例子。当时 9012 号台风正向我国台湾省方向移动,对两个模式均作 48 小时预报积分。过滤参数的取值是:在积分开始 6 小时, $\nu=0.30$, $\mu=0.25$ 。在 6 小时以后, $\nu=0.07$, $\mu=0.12$ 。模式 A 取 $\Delta t_b=90$ s, 模式 B 取 $\Delta t_b=120$ s。作了 $M=4, 6, \dots$ 的试验。直至 $M=6$, 两个模式均可稳定地进行积分,而当 $M=8$ 时,积分很快地发散。当 $M=4, 6$ 时,作相同时效预报的积分,采用 EES 与采用单一蛙跃格式所需要的计算机 CPU 时间之比,模式 A 为 0.56 至 0.50, 模式 B 为 0.44 至 0.36。下面对比 EES 与单一蛙跃格式的预报结果。由于预报区域主要在热带、副热带,先分析流场的预报。图 3a 与 3b 是模式 A 采用 EES 与单一蛙跃格式所得到的 500 hPa 流场预报。两个方案所预报的形势,包括 9012 台风所对应的气旋性环流,中印半岛上的季风槽,我国大陆与黄海上反气旋,以及菲律宾以东反气旋的位置都几乎重合。两者的差别主要是:在 EES 预报中,中印半岛是一个闭合气旋,但蛙跃格式预报中,这里只是一个曲率很大的槽。对比当天实况,前者与实况更接近一些。事实上这是一个中层气旋

的发展过程。这在 EES 的 48 小时预报图(图略)上看得更清楚。图 3c 与 3d 是模式 B 两种方案的预报结果。两者预报的系统位置, 例如台风是很一致的。全场的气流走向也是一致的。两者的差别也在中印半岛的气旋环流上。对比模式 A 与 B 的预报, 我们发现两者所预报的系统位置的差异要比各个模式采用不同时间积分方案所预报的系统位置的差异大。例如模式 B 所预报的台风位置要比模式 A 偏东(台风中心的确定还参考了高度场的预报, 图略)。这反映模式结构与空间离散化方案的差异对系统移动预报的影响要比时间积分方案影响更大。

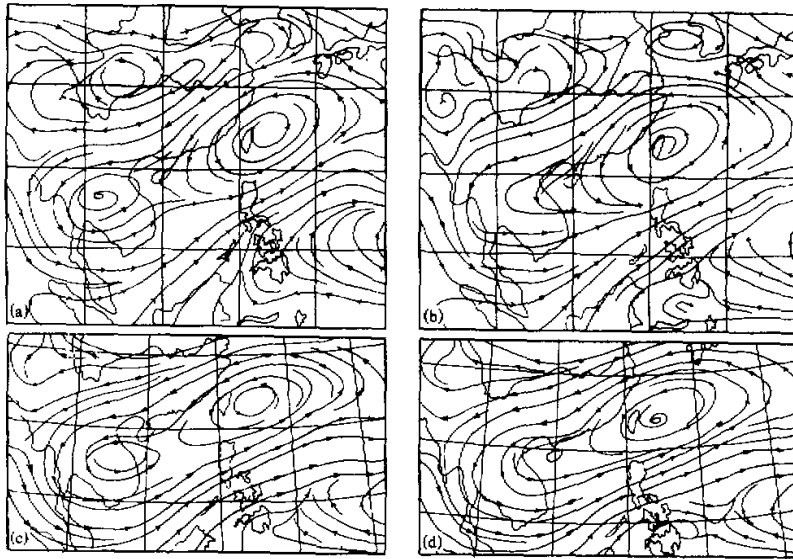


图 3 EES 与蛙跃格式 24 小时 500 hPa 流场预报的对比

(a)、(c) 分别为 EES 模式 A、B 的预报, (b)、(d) 分别为蛙跃格式模式 A、B 的预报

为了定量地了解 EES 与蛙跃格式计算结果的差异, 我们计算了每个时间步逐个格点 EES 与蛙跃格式所得到的地面气压、散度、温度与涡度差值。图 4 是温度、涡度差的全场均方值, 其余图略(用第八模式层的值作代表)。这些差值与变量本身的量值相比几乎可以忽略不计。如地面气压差只有 0.2 hPa 左右, 气温差只有 0.05° 左右。此外涡度差随时间的增长比较均匀, 而其余三个量的增长主要在模式积分的最早阶段, 其后的增长反趋平缓。由于在本试验中我们未作初值处理, 初值中包含了相当成分的高频重力波。积分开始阶段三个量的急剧增长反映了两个方案对这类重力波预报的差异。而涡度不明显地受这类重力波成分的影响, 涡度差的缓慢增长来源于对慢波的截断误差。以上特点在个别格点上 EES 与蛙跃格式预报的地面气压随时间的演变曲线(图 5)上表现得 clearer。我们看到两个方案预报的趋势完全一致, 差值约在 0.2 hPa 左右。而且积分最早阶段的较大差值是与这段时间的高频振荡相联系的。随着积分时间的推进, 这类振荡消失, 差值稳定在一个较低数值上。

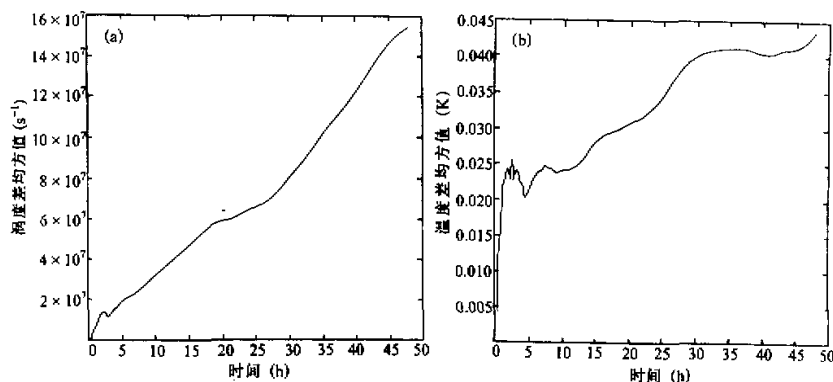
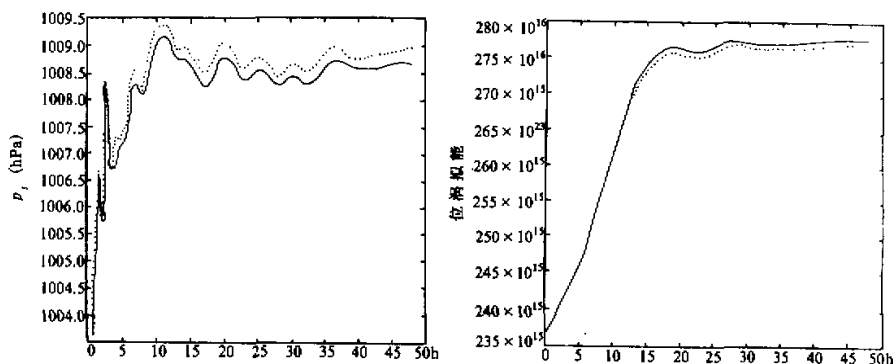


图4 EES与蛙跃格式积分结果差值的全场均值随时间的变化

(a) 涡度, (b) 温度 (模式 A)

图5 格点(8, 35)上两个方案预报的 p_s 对比

实线为EES, 点线为蛙跃格式(模式A)

图6 两个方案位涡拟能的比较

实线为EES, 点线为蛙跃格式(模式A)

我们又计算了EES与蛙跃格式的动能、位涡拟能以及地面气压与散度倾向的全场均值。图6给出位涡拟能的变化, 其余图略。由EES与蛙跃格式所得到的以上各量的趋势完全相同, 而且差值很小。表明时间积分格式的改变并不影响模式的一些最重要的全场积分特性。

最后我们给出预报对边界处理方案敏感性试验的一些结果。除了第五节的方案外, 还对另外两个边界处理方案作了对比试验。对比方案一是在以 Δt_b 作积分时, 对偏差 x' 作边界平滑, 而在 $2M$ 步积分完成并求出 x^{n+1} 后, 再对 x^{n+1} 作一次边界平滑。对比方案二对于 x' 的处理与对比方案一相同, 但在计算 $\partial x^n / \partial t$ 时, 对 $\partial x^n / \partial t$ 作一次边界平滑。图7是个别点上几种边界处理所预报的地面气压随时间的演变。对比图5可以看到, 两种对比方案或者造成不合理的质量堆积, 或者造成质量减少。由于该点并不太靠近边界, 故上面的例子说明一定时间后, 侧边界的处理对预报区域内部的影响也是不可忽视的。

