

简单热带海气耦合模式中的耦合波 及其不稳定性 (I) *

张人禾

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

提 要

本文建立了一个简单的热带海气耦合模式, 模式大气和海洋中包含了 Kelvin 波和长 Rossby 波。在赤道 β 平面近似下, 讨论了取耦合系统中最大径向模时, 即大气和海洋中只存在 Kelvin 波时耦合波的性质。结果指出, 向东传的耦合 Kelvin 波可以出现不稳定性, 并且由于海气相互作用, 在长波部分可以产生向西传的耦合 Kelvin 波。耦合 Kelvin 波的性质与模式中所选用的参数有很大关系, 当大气与海洋中自由波的频率相差很大时, 耦合波的性质与没有海气相互作用时自由波的性质非常接近; 只有当大气与海洋中自由波的频率相差不太大时, 才可产生强烈的海气耦合并出现不稳定性。

关键词: 海气相互作用; 耦合 Kelvin 波; 热带地区。

一、引 言

毫无疑问, 海气相互作用对于埃尔尼诺(El Nino)和南方涛动(Southern Oscillation)事件具有决定性的作用, Bjerkness^[1]最早指出了埃尔尼诺和南方涛动是同一现象的两个方面。从 80 年代开始, 对不稳定热带海气相互作用的物理机制进行了许多理论研究, 把大气和海洋作为一个系统来看待。Lau^[2]在没有旋转以及略去径向速度的条件下, 得到的海气耦合波在长波部分可以产生驻波不稳定。Philander^[3]则明确指出在热带海气系统中可以存在不稳定相互作用, Philander 等的数值计算结果^[4]表明, 由于海气相互作用, 可以使不稳定扰动向东传播, Yamagata^[5]和 Hirst^[6]也从理论上证明了海气之间存在着正反馈过程。Hirst 进一步指出, 在局地热力平衡近似(即海洋对大气的加热正比于海洋混合层的扰动厚度)条件下, 向东传的 Kelvin 波是不稳定的, 而西传的 Rossby 波是稳定的。巢纪平和张人禾采用流场和压力场之间的高阶平衡近似, 过滤掉重力惯性波和 Kelvin 波, 使海洋和大气中只存在西传的 Rossby 波。通过理论分析^[7, 8]和数值试验^[9], 他们指出在局地热力平衡近似下, 热带大气和海洋中西传的 Rossby 波相互耦合后, 在一定条件下可出现向东传的海气相互作用波, 并且在长波部分可出现不稳定性。

由此可看出, 不同的研究得到了不同的结果。实际上, Hirst 采用的是原始运动方程, 在大气和海洋中同时存在赤道 Kelvin 波、重力惯性波、混合 Rossby 重力惯性波和

1993年5月4日收到, 1993年7月15日收到修改稿。

* 得到中国科学院“八五”重大项目 KY85-10 资助。

Rossby 波这些自由波, 而由差分方法或高阶截断模式的方法所得到的结果, 很难看清楚耦合后的扰动究竟是由哪种自由波占主导地位。本文将在赤道 β 平面上取长波近似的条件下, 讨论在海气耦合系统中取最大径向模时的耦合波。当不存在海气相互作用时, 这个最大径向模的解分别对应着大气和海洋中的赤道 Kelvin 波。本文将首先建立模式方程, 然后讨论旋转系统中大气和海洋中 Kelvin 波相互作用后所产生的耦合 Kelvin 波的性质。

二、模 式

在赤道 β 平面近似下, 大气和海洋均采用浅水模式, 其模式方程为

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \beta y V = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\beta y U = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c_a^2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) = -Q, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \tau^x, \quad (4)$$

$$\beta y u = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} + \tau^y, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c_s^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad (6)$$

$$Q = A\Phi, \quad (7)$$

$$(\tau^x, \tau^y) = B(U, V), \quad (8)$$

其中 U 、 V 和 Φ 分别为大气中 x 方向、 y 方向的速度分量和扰动位势; 而 u 、 v 和 φ 分别为海洋中 x 方向、 y 方向的速度分量和扰动位势; c_a 和 c_s 分别为大气和海洋中的重力波速, Q 为大气中的热源, τ^x 和 τ^y 分别为大气作用于海洋风应力的 x 和 y 分量。在此仍取局地热力平衡近似, 即认为海洋对大气的加热正比于海洋混合层的扰动厚度, 而大气作用于海洋的风应力正比于大气中的风速, 其中 A 和 B 为常数。方程(2)和(5)表明, 在大气和海洋中均取了长波近似^[10], 即滤去了大气和海洋中的重力惯性波、混合 Rossby 重力惯性波和短 Rossby 波, 而只保留了 Kelvin 波和长 Rossby 波。

由方程(1)–(3)消去 U 和 V , 在由方程(4)–(6)消去 u 和 v , 考虑到方程(7)和(8), 可得如下的海气耦合方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{2}{y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\beta^2}{c_a^2} y^2 \Phi \right) + \beta \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{A\beta^2}{c_a^2} y^2 \Phi, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{2}{y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\beta^2}{c_s^2} y^2 \varphi \right) + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} = B \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi - \frac{2B}{y} \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (10)$$

引入无量纲变量

$$(x, y) = (c_a / \beta)^{1/2} (x^*, y^*), \quad t = (\beta c_s)^{-1/2} t^*,$$

$$\Phi = c_s^2 \Phi^*, \quad \varphi = c_s c_a \varphi^*,$$

其中“北刚亥癸扛俊俊4脱9)和(10)式, 可得无量纲方程(略去“培潘

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{2}{y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - y^2 \Phi \right) + \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \varepsilon A T y^2 \varphi, \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\varepsilon \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{2}{y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) - \frac{1}{\varepsilon} y^2 \varphi \right] + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = B T \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi - \frac{2}{y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right], \quad (12)$$

其中 $\varepsilon = c_s / c_a$ 为海洋和大气中重力波速的比值; $T = (\beta c_s)^{-1/2}$ 为特征时间。方程(11)和(12)即为本文所要研究的方程。

取解的形式为

$$\Phi = \Phi^{(0)}(y) \exp[i(kx - \sigma t)], \quad (13)$$

$$\varphi = \varphi^{(0)}(y / \sqrt{\varepsilon}) \exp[i(kx - \sigma t)] = \varphi^{(0)}(z) \exp[i(kx - \sigma t)], \quad (14)$$

其中 $z = y / \sqrt{\varepsilon}$ 。将(13)和(14)式代入(11)和(12)式, 可得

$$\frac{d^2 \Phi^{(0)}}{dy^2} - \frac{2}{y} \frac{d\Phi^{(0)}}{dy} - \left(y^2 + \frac{k}{\varepsilon^{1/2} \sigma} \right) \Phi^{(0)} = i \frac{\varepsilon A T}{\sigma} y^2 \varphi^{(0)}, \quad (15)$$

$$\frac{d^2 \varphi^{(0)}}{dz^2} - \frac{2}{z} \frac{d\varphi^{(0)}}{dz} - \left(z^2 + \frac{\varepsilon^{1/2} k}{\sigma} \right) \varphi^{(0)} = i \frac{B T}{\sigma} \left(\frac{d^2 \Phi^{(0)}}{dy^2} - \frac{2}{y} \frac{d\Phi^{(0)}}{dy} - k^2 \Phi^{(0)} \right), \quad (16)$$

边界条件取成 $\Phi^{(0)}|_{y \rightarrow \pm \infty} = \varphi^{(0)}|_{z \rightarrow \pm \infty} = 0$ 。

令

$$\xi = y^2, \quad \Phi^{(0)}(y) = \xi^{1/4} W(\xi), \quad \eta = z^2 = y^2 / \varepsilon, \quad \varphi^{(0)}(z) = \eta^{1/4} w(\eta),$$

代入(15)和(16)式, 可得

$$\frac{d^2 W}{d\xi^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{l_1}{\xi} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{\xi^2} \right) W = i \frac{\varepsilon^{3/4} A T}{4\sigma} w, \quad (17)$$

$$\frac{d^2 w}{d\eta^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{l_2}{\eta} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{\eta^2} \right) w = i \frac{B T \varepsilon^{5/4}}{\sigma} \left[\frac{d^2 W}{d\xi^2} + \left(-\frac{1}{4} \frac{k^2}{\xi} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{\xi^2} \right) W \right], \quad (18)$$

边界条件为 $W|_{\xi \rightarrow \infty} = w|_{\eta \rightarrow \infty} = 0$ 。其中 $l_1 = -\frac{k}{4\varepsilon^{1/2}\sigma}$, $l_2 = -\frac{\varepsilon^{1/2}k}{4\sigma}$, $\mu^2 = 9/16$ 。

若再令

$$W(\xi) = e^{-\frac{\xi}{2}} \xi^{\mu + \frac{1}{2}} \hat{W}(\xi), \quad w(\eta) = e^{-\frac{\eta}{2}} \eta^{\mu + \frac{1}{2}} \hat{w}(\eta),$$

代入(17)和(18)式, 可得

$$\xi \frac{d^2 \hat{W}}{d\xi^2} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d\hat{W}}{d\xi} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l_1 \right) \hat{W} = i \frac{\varepsilon^{\frac{5}{4} - \mu} A T}{4\sigma} \eta e^{-\frac{1-\varepsilon}{2}\eta} \hat{w}, \quad (19)$$

$$\eta \frac{d^2 \hat{w}}{d\eta^2} + (2\mu + 1 - \eta) \frac{d\hat{w}}{d\eta} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l_2 \right) \hat{w} = i \frac{\varepsilon^{\frac{7}{4} - \mu} B T}{\sigma} e^{\frac{(1-\varepsilon)}{2}\eta} \hat{w}$$

$$\times \left\{ \left[\frac{\xi}{4} - \left(\mu + \frac{1}{2} + \frac{k^2}{4} \right) \right] \hat{W} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d\hat{W}}{d\xi} + \xi \frac{d^2 \hat{W}}{d\xi^2} \right\}, \quad (20)$$

边界条件为 $\hat{W}|_{\xi \rightarrow \infty} = O(\xi^m)$, $\hat{w}|_{\eta \rightarrow \infty} = O(\eta^m)$ (m 的定义见下节)。

三、没有海气相互作用时的基本解

为了物理上的比较, 首选考虑没有海气相互作用时的基本解。在方程(19)和(20)中, 取 $A = B = 0$, 则可得没有海气相互作用时分别控制大气和海洋运动的方程

$$\begin{cases} \xi \frac{d^2 \hat{W}}{d\xi^2} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d\hat{W}}{d\xi} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l_1 \right) \hat{W} = 0, \\ \hat{W}|_{\xi \rightarrow \infty} = O(\xi^m). \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \eta \frac{d^2 \hat{w}}{d\eta^2} + (2\mu + 1 - \eta) \frac{d\hat{w}}{d\eta} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l_2 \right) \hat{w} = 0, \\ \hat{w}|_{\eta \rightarrow \infty} = O(\eta^m). \end{cases} \quad (22)$$

这两个方程为 Kummer 方程(合流超几何方程)的本征值问题^[11], 本征值分别为

$$\mu + \frac{1}{2} - l_1 = -m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (23)$$

$$\mu + \frac{1}{2} - l_2 = -m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (24)$$

相应的本征函数为

$$\hat{W} = B_m S_m^{2\mu}(\xi), \quad \hat{w} = b_m S_m^{2\mu}(\eta),$$

$S_m^{2\mu}(\eta)$ 为 Sonine 多项式, B_m 和 b_m 为任意常数。

取 $\mu = -3/4$, 由方程(23)和(24)可得分别对应大气和海洋的频散关系式

$$\sigma_a = \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{k}{-4m+1}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (25)$$

$$\sigma_s = \varepsilon^{1/2} \frac{k}{-4m+1}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (26)$$

将(25)和(26)式变换成有量纲量, 可得

$$\sigma'_a = \frac{k'c_a}{-4m+1}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (27)$$

$$\sigma'_s = \frac{k'c_s}{-4m+1}, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (28)$$

其中带“'”的量有量纲量。由此可看出, 当 $m = 0$ 时, (25)和(26)式分别对应着大气和海洋中的 Kelvin 波; 而当 $m > 0$ 时, 则分别对应着大气和海洋中的长 Rossby 波^[12]。若将方程(1)–(6)无量纲化, 可知对应于 Kelvin 波解时($m = 0$), 大气中的径向速度 V 和海洋中的径向速度 v 均为零。

按照文献[7], 可取 $c_a = 62.63 \text{ m/s}$, $c_s = 1.64 \text{ m/s}$, 故有 $\varepsilon = 0.026$ 。图 1 给出了在

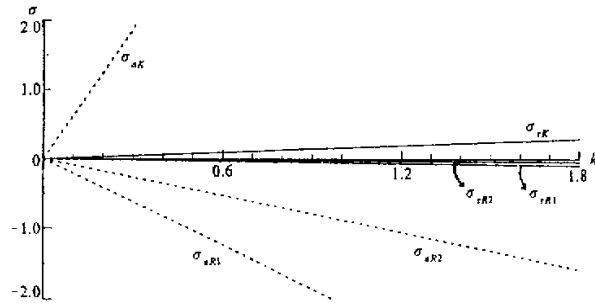


图 1 大气(虚线)和海洋(实线)中自由波的频率随波数 k 的分布
下标 K 和 R 分别表示 Kelvin 波和长 Rossby 波, 1 和 2 分别代表 $m=1$ 和 $m=2$

取这些参数时, 由(25)和(26)式所得到的大气和海洋中的自由波频率随波数 k 的变化。由图可看出, 没有海气相互作用时, 大气和海洋中的 Kelvin 波均向东传, 而长 Rossby 波则向西传, 并且大气中自由波的相速比海洋中自由波的相速度要大得多。

四、一般情况下的解

对于方程(19)和(20), 可将解按 Sonine 多项式展开, 即取解的形式为

$$\hat{W}(\xi) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m S_m^{2\mu}(\xi), \quad (29)$$

$$\hat{w}(\eta) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m S_m^{2\mu}(\eta), \quad (30)$$

其中 A_m 和 a_m 为展开系数, 且有关系式 $\xi = \varepsilon\eta$ 。Sonine 多项式的定义为

$$S_m^{2\mu}(x) = \sum_{j=0}^m (-1)^j \frac{1}{j!(m-j)!} \frac{(2\mu+1)_m}{(2\mu+1)_j} x^j, \quad (m=0,1,2,\dots) \quad (31)$$

其中 $(2\mu+1)_m$ 为高斯符号, 它满足

$$(2\mu+1)_m = (2\mu+1)(2\mu+2)\cdots(2\mu+m), \quad (2\mu+1)_0 = 1,$$

并有正交关系式

$$\int_0^\infty x^{2\mu} e^{-x} S_j^{2\mu}(x) S_n^{2\mu}(x) dx = \frac{\Gamma(2\mu+n+1)}{n!} \delta_{jn}, \quad (32)$$

其中

$$\delta_{jn} = \begin{cases} 1, & (\text{当 } j=n \text{ 时}) \\ 0, & (\text{当 } j \neq n \text{ 时}) \end{cases}$$

$\Gamma(x)$ 为 Γ 函数, 且有

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt.$$

Sonine 函数满足 Kummer 方程, 即

$$x \frac{d^2}{dx^2} S_m^{2\mu}(x) + (2\mu + 1 - x) \frac{d}{dx} S_m^{2\mu}(x) - m S_m^{2\mu}(x) = 0, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (33)$$

将解(29)和(30)式代入方程(19)和(20)式, 按照前一节, 取 $\mu = -3/4$, 注意到 ξ 和 η 的关系及方程(33), 方程(19)和(20)变成如下两个方程:

$$-\sum_{m=0}^{\infty} \left(m - \frac{1}{4} - l_1\right) A_m S_m^{-3/2}(\xi) = i \frac{\varepsilon A T}{4\sigma} \sum_{m=0}^{\infty} a_m \xi e^{-\frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon}\xi} S_m^{-3/2}(\xi/\varepsilon), \quad (34)$$

$$-\sum_{m=0}^{\infty} \left(m - \frac{1}{4} - l_2\right) a_m S_m^{-3/2}(\eta) = i \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{\sigma} \sum_{m=0}^{\infty} A_m e^{\frac{1-\varepsilon}{2}\eta} \times \left[\frac{\varepsilon \eta}{4} - \left(m - \frac{1}{4} + \frac{k^2}{4}\right)\right] S_m^{-3/2}(\varepsilon \eta). \quad (35)$$

下面将对方程(34)和(35)的解进行讨论。

五、大气和海洋 Kelvin 波的耦合波

由前面的讨论可知, 当取 $m=0$ 时, 大气和海洋中分别为 Kelvin 波。因此, 若取(29)和(30)式的展开式第一项($m=0$ 项), 此时在没有海气相互作用的情况下大气和海洋中只存在 Kelvin 波。故对于(34)和(35)式, 若仅取 $m=0$ 项, 则表示大气和海洋中 Kelvin 波的相互作用。

由方程(34)和(35), 取展开式的第一项, 即 $m=0$ 项后, 可得

$$\left(1 - \frac{k}{\varepsilon^{1/2}\sigma}\right) A_0 S_0^{-3/2}(\xi) = i \frac{\varepsilon A T}{\sigma} a_0 \xi e^{-\frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon}\xi} S_0^{-3/2}(\xi/\varepsilon), \quad (36)$$

$$\left(1 - \frac{\varepsilon^{1/2}k}{\sigma}\right) a_0 S_0^{-3/2}(\eta) = i \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{\sigma} A_0 e^{\frac{1-\varepsilon}{2}\eta} (\varepsilon \eta + 1 - k^2) S_0^{-3/2}(\varepsilon \eta). \quad (37)$$

考虑到 Sonine 多项式的正交性质, 由(36)和(37)式可得如下的一个特征值问题:

$$(-\sigma + k/\varepsilon^{1/2}) A_0 + i g_{00} a_0 = 0, \quad (38)$$

$$i G_{00} A_0 + (-\sigma + \varepsilon^{1/2} k) a_0 = 0, \quad (39)$$

其中

$$g_{00} = -\frac{\varepsilon A T}{2} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^{1/2}, \quad G_{00} = \varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T \left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)^{1/2} \left(1 - k^2 - \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right).$$

由(38)式和(39)式可得两个特征频率

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(1+\varepsilon)}{\varepsilon^{1/2}} \pm \left[\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon} k^2 - 4 g_{00} G_{00} \right]^{1/2} \right\} \quad (40)$$

可看出, 若不考虑海气相互作用, 则可得到两个特征频率 $\sigma_1 = k/\varepsilon^{1/2}$ 和 $\sigma_2 = \varepsilon^{1/2} k$, 它们分别为大气和海洋中的 Kelvin 波。

按照文献[4], 取海气相互作用系数 $A = 10^2 \text{ s}^{-1}$ 和 $B = 5 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$, 图 2 给出了当取 ε 为不同的值时, 耦合 Kelvin 波的频率随波数 k 的分布。由图 2 可看出, 若取 $\varepsilon = 0.026$ (图 2a), 与没有海气相互作用时的情况相比较可知, 这时耦合 Kelvin 波的频率与大气

和海洋中自由 Kelvin 波的频率很接近, 即海气相互作用对大气和海洋中自由 Kelvin 波的影响不大。这主要是由于当 ε 很小时, 大气和海洋 Kelvin 波的频率相差很大, 即海气之间不容易产生较强的耦合。很显然, 高频的耦合 Kelvin 波是以大气中 Kelvin 波为主导的耦合波, 而低频的耦合 Kelvin 波则是以海洋中 Kelvin 波为主导的耦合波。

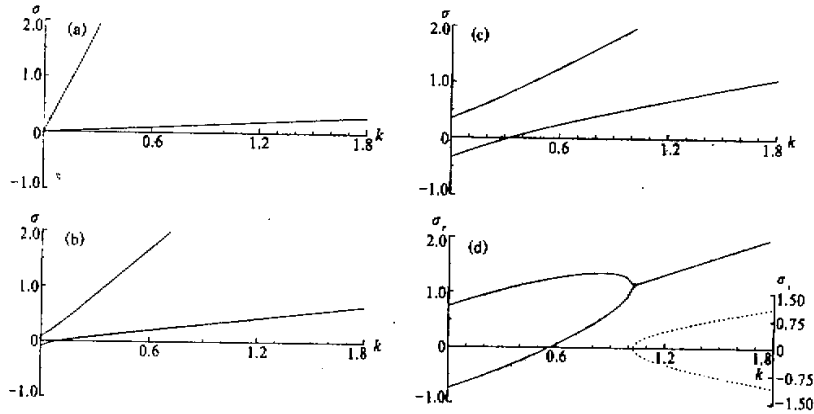


图 2 由(40)式得到的耦合 Kelvin 波的频率随波数 K 的变化

下标 r 和 i 分别表示实部(实线)和虚部(虚线)

(a) $\varepsilon = 0.026$; (b) $\varepsilon = 0.13$; (c) $\varepsilon = 0.26$; (d) $\varepsilon = 0.39$

图 2b 和图 2c 分别给出了当取 $\varepsilon = 0.13$ 和 0.26 时耦合 Kelvin 波的频率随波数 k 的变化。可看出, 对于低频的耦合 Kelvin 波, 在波长较长处, 变成了向西传的波, 并且随着 ε 的增大, 向西传的波的临界波数向高波数方向移动。若 ε 进一步增大, 即取 $\varepsilon = 0.39$ (图 2d), 可看出除了向西传的耦合 Kelvin 波所出现的波段范围变大外, 在波长较短处出现了不稳定波。图 3 给出了耦合 Kelvin 波出现不稳定时所要满足的条件。可看出当 ε 较小以及耦合 Kelvin 波的滤长很长时, 没有不稳定性产生, 而只有当 ε 较大并且波长不太长时, 才可以出现不稳定性。

由前面的讨论可知, ε 的大小对耦合 Kelvin 波的性质有很大的影响。出现这种情况的原因主要是由于当 ε 较小时, 大气和海洋中自由 Kelvin 波的频率相差很大, 即不容易产生海气耦合; 而只有当 ε 较大时, 大气和海洋中自由 Kelvin 波的频率相差较小, 这时容易产生强烈的海气耦合, 耦合 Kelvin 波的性质与大气和海洋中自由 Kelvin 波的性质也有着很大的

差异, 并且有不稳定现象发生。这里 ε 为大气和海洋中重力波速的比值, 即 $\varepsilon = c_s / c_a$, ε 较大表明 c_a 较小。Lau 和 Shen^[13]和 Hirst 和 Lau^[14]指出当考虑大气中的辐合潜热加热反馈机制后, 大气中的静力稳定度减小, 这种效应相当于使得干空气中的重力波速 c_a

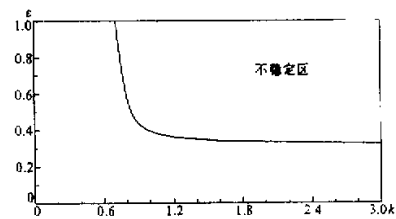


图 3 耦合 Kelvin 波的不稳定性

减小。Lau 和 Shen 还指出当大气静力稳定度减小时, 大气中重力波速接近海洋中的重力波速, 这时耦合模式的性质有了很大改变。在这里也得到了同样的结论。

在前面可以看到, 除了耦合 Kelvin 波具有不稳定性外, 低频耦合 Kelvin 波在波长较长的波段范围内可以变成向西传的波。若将频散关系式代入无量纲化后的方程(1)–(6), 可看出对于耦合 Kelvin 波, 大气和海洋中的径向速度不再为零, 此即说明了大气和海洋中的 Kelvin 波相互耦合后所产生的耦合 Kelvin 波, 其性质与经典的 Kelvin 波有很大差异, 其相速度不仅可以向东传, 也可出现向西传的现象。Lau^[2]、Lau 和 Shen^[13]和 Rennick 和 Haney^[15]讨论了热带地区大气和海洋 Kelvin 波的相互作用, 在他们的模式中略去了大气和海洋中的径向速度, 由此得到的耦合波只存在向东传的相速度, 而向西传的耦合波由于不满足边界条件而被略去了。这里的结果则表明, 虽然大气和海洋中在没有海气相互作用时分别为 Kelvin 波, 但经过海气相互作用后, 耦合 Kelvin 波不仅可以出现径向速度分量, 也可以向西传。李崇银^[16]和刘式适^[17]等分别讨论过赤道波系与 DISK 机制的耦合, 他们的结果表明 Kelvin 波与 DISK 相互作用后的耦合波, 在一定条件下也可以向西传, 他们的结果也说明当 Kelvin 波与其他物理因素相互作用后所产生的耦合波, 可以具有与经典 Kelvin 波不同的性质。

图 4 给出了当取 $\varepsilon = 0.4$ 时, 海气相互作用强度对耦合 Rossby 波的影响。可看出, 当没有海气相互作用时(图 4a), 分别为大气(σ_1)和海洋(σ_2)中的 Kelvin 波, 而海气相互作用则使得低频耦合 Kelvin 波在波长较长处出现了向西传, 并在波长不太长时可出现不稳定性。随着海气相互作用的增强, 向西传的波所出现的波段范围变大, 即西传波的临界波数向高波数方向移动; 同时, 不稳定波所出现的波段范围也变大, 即不稳定波的临界波数向低波数方向移动, 并且不稳定增长率也变大。

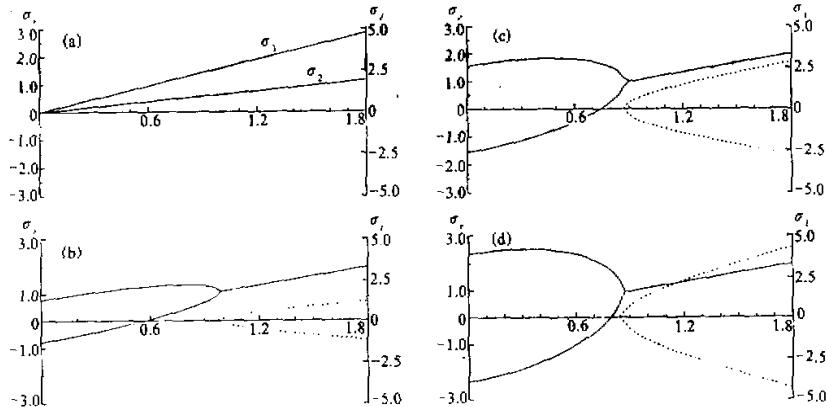


图 4 取 $\varepsilon = 0.4$ 时, 海气相互作用强度对耦合 Kelvin 波的影响

下标 r 和 i 分别表示频率的实部(实线)和虚部(虚线)

(a)、(b)、(c) 和 (d) 分别对应 $AB = 0.0, 0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}, 2.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$ 和 $4.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

图 5 给出了海气相互作用强度对出现不稳定波的条件的影响。可看出, 随着海气相互作用的增强, 出现不稳定波的最小临界 ε 值变得更小, 即在 $\varepsilon-k$ 平面上不稳定波出现

的区域变大。

六、结论和讨论

根据本文所建立的海气耦合模式, 对大气和海洋中 Kelvin 波的相互作用进行了讨论。以前对这一问题有过一些研究^[2,13,15], 但都取了大气和海洋中径向速度为零这样的假设, 相当于没有旋转系统中的情况。而本文的作法与以前不同, 在旋转系统中(即赤道 β 平面近似)取了大气和海洋中最大径向模(即 $m=0$)时的相互作用, 此时在没有海气相互作用的情况下大气和海洋中均为自由 Kelvin 波。

经过海气相互作用后, 耦合 Kelvin 波的性质与海洋和大气中重力波速的比值 ε 有很大关系。当 ε 非常小时, 耦合 Kelvin 波与大气和海洋中的自由 Kelvin 波非常接近, 而只有当 ε 不太小时, 两者之间才会产生较大的差异, 这时在波长较长的波段范围内, 耦合 Kelvin 波可以向西传, 并且在波长不太长时可以出现不稳定性。实际上, ε 增大表明大气中的 Kelvin 波向海洋中的 Kelvin 波靠近, 若考虑大气中水汽的辐合潜热加热反馈机制^[13,14], 则相当于干大气中 ε 增大的效应。由此可看到, 由于大气中水汽的作用所产生的静力稳定度的变化, 对于海气耦合系统的性质具有非常重要的作用。

另外, 耦合 Kelvin 波的性质与海气相互作用强度也有很大关系。当海气相互作用增强时, 西传耦合 Kelvin 波所出现的波段范围变大, 即向西传的临界波数向高波数方向移动; 同时, 不稳定波所出现的波段范围也变大, 即出现不稳定的临界波数向低波数方向移动, 并且不稳定增长率也变大。

本文讨论了在赤道 β 平面近似下, 当在海气耦合系统中取最大径向模时(即 $m=0$ 模)海气耦合波(即耦合 Kelvin 波)的性质。在本文的下一部分, 将对取其他径向模时的情形进行讨论。

致谢: 作者曾与黄荣辉先生就本文中的许多问题进行了讨论, 他给予了作者许多有益的指教, 在此致以衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] Bjerkness, J., 1966, A possible response of the atmospheric Hadley circulation to equatorial anomalies of ocean temperature, *Tellus*, **18**, 820-829.
- [2] Lau, K.M., 1981, Oscillations in a simple equatorial climate system, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 248-261.
- [3] Philander, S. G. H., 1983, El Nino Southern Oscillation phenomena, *Nature*, **302**, 245-301.
- [4] Philander, S.G.H., T. Yamagata and R.C. Pacanowski, 1984, Unstable air-sea interaction in the tropics, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 604-613.
- [5] Yamagata, T., 1985, Stability of a simple air-sea coupled model in the tropics, in: *Coupled Ocean-Atmosphere Models*, J. C. J. Nihoul, ed., Elsevier Oceanography Series, **40**, Elsevier, 637-657.

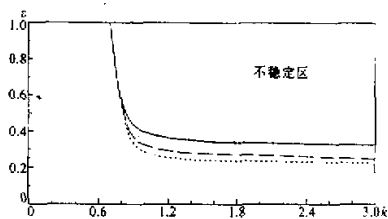


图 5 海气相互作用强度对耦合 Kelvin 波不稳定性的影响

图中实线、断线和虚线分别代表 $AB = 0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, $2.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$ 和 $4.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

- [6] Hirst, A.C., 1986, Unstable and damped equatorial modes in simple coupled ocean-atmosphere models, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 606-630.
- [7] Chao Jiping and Zhang Renhe, 1988, The air-sea interaction waves in the tropics and their instabilities, *Acta Meteorologica Sinica*, **3**, 275-287.
- [8] Zhang Renhe and Chao Jiping, 1993, Unstable tropical air-sea interaction waves and their physical mechanisms, *Adv. Atmos. Sci.*, **10**, 61-70.
- [9] Zhang Renhe and Chao Jiping, 1992, Numerical experiments on the tropical air-sea interaction waves, *Acta Meteorologica Sinica*, **6**, 148-158.
- [10] Gill, A. E. and A. J. Clark, 1974, Wind-induced upwelling, coastal currents and sea-level changes, *Deep-Sea Res.*, **21**, 325-345.
- [11] 刘式适、刘式达, 1988, 特殊函数, 气象出版社, 789pp.
- [12] Matsuno, T., 1966, Quasi-geostrophic motions in the equatorial area, *J. Met. Soc. Japan*, **44**, 25-43.
- [13] Lau, K. M. and S. Shen, 1988, On the dynamics of intraseasonal oscillations and ENSO, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 1781-1797.
- [14] Hirst, A. C. and K. M. Lau, 1990, Intraseasonal and interannual oscillations in coupled ocean atmosphere models, *J. Climate*, **3**, 713-725.
- [15] Rennick, M. A. and R. L. Haney, 1986, Stable and unstable air-sea interactions in the equatorial region, *J. Atmos. Sci.*, **43**, 2937-2943.
- [16] Li Chongyin, 1993, A further inquiry on the mechanism of 30-60 day oscillation in the tropical atmosphere, *Adv. Atmos. Sci.*, **10**, 41-53.
- [17] 刘式适, 1990, CISK-Kelvin 波、CISK-Rossby 波和低频振荡, 北京大学学报(自然科学版), **26**, 341-353.

Coupled Waves in Simple Tropical Air-Sea Interaction Models and Their Instabilities (I)

Zhang Renhe

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract

According to a simple tropical air-sea interaction model, under the approximation of the equatorial β -plane, the case when the gravest meridional mode is taken in the air-sea coupled system is discussed in this paper. This case corresponds to that there only exists Kelvin wave both in the atmosphere and in the ocean. When the Kelvin wave in the atmosphere and that in the ocean are coupled together, the eastward propagating coupled Kelvin waves can be unstable and in the long wave part, the coupled Kelvin waves can propagate westward because of the air-sea interaction. The property of the coupled Kelvin waves has a great deal to do with the parameters used in the model. When the parameter makes the difference between frequencies of atmospheric Kelvin wave and oceanic one to be very much great, the property of the coupled Kelvin waves is close to that of the Kelvin waves in the atmosphere and in the ocean. Only when there is no much difference between the frequencies of atmospheric Kelvin wave and oceanic one, the strong air-sea interaction can occur and instability appears.

Key words: air-sea interaction; coupled Kelvin waves; tropical region.