

简单热带海气耦合模式中的耦合波 及其不稳定性 (II) *

张人禾

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

提 要

为了分析热带海气耦合系统中不稳定扰动究竟由哪种自由波占主导地位, 根据本文第 I 部分提出的热带海气耦合模式, 讨论了取耦合系统中不同的径向模时耦合波的性质, 即分别讨论了大气长 Rossby 波和海洋长 Rossby 波、大气 Kelvin 波和海洋长 Rossby 波、大气长 Rossby 波和海洋 Kelvin 波的耦合波以及考虑了大气和海洋中所有这些波动时耦合波的性质。结果指出, 这些耦合波对海气耦合模式中参数的取值很敏感, 不同的参数可以产生性质不同的耦合波。本文的结果也说明了海气耦合系统的性质与热带大气的性质和结构有很大关系。

关键词: 海气相互作用; 海气耦合波; 热带地区。

一、引 言

在文献[1]中, 我们研究了取热带海气耦合系统中最大径向模时的解, 即讨论了耦合 Kelvin 波的性质。本文作为文献[1]的继续, 我们将研究对应着其他径向模时的耦合波。

根据文献[1], 我们有如下的热带海气耦合模式:

$$\xi \frac{d^2 \hat{W}}{d\xi^2} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d\hat{W}}{d\xi} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l_1 \right) \hat{W} = i \frac{e^{5/4-\mu} AT}{4\sigma} \eta e^{-(1-\epsilon)\eta/2} \hat{w}, \quad (1)$$

$$\eta \frac{d^2 \hat{w}}{d\eta^2} + (2\mu + 1 - \eta) \frac{d\hat{w}}{d\eta} - \left(\mu + \frac{1}{2} - l_2 \right) \hat{w} = i \frac{e^{7/4-\mu} BT}{\sigma} e^{(1-\epsilon)\xi/2\epsilon} \times \left\{ \left[\frac{\xi}{4} - \left(\mu + \frac{1}{2} + \frac{k^2}{4} \right) \right] \hat{W} + (2\mu + 1 - \xi) \frac{d\hat{W}}{d\xi} + \xi \frac{d^2 \hat{W}}{d\xi^2} \right\}, \quad (2)$$

其中所有的变量及参数均同文献[1]。方程(1)和(2)的边界条件为 $w|_{\xi \rightarrow \infty} = O(\xi^m)$, $\hat{w}|_{\eta \rightarrow \infty} = O(\eta^m)$ 。将解作如下的展开:

$$\hat{W}(\xi) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m s_m^{-3/2}(\xi), \quad (3)$$

1993年5月4日收到, 1993年7月15日收到修改稿。

* 中国科学院“八·五”重大项目 KY85-10 资助。

$$w(\eta) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m s_m^{-3/2}(\eta), \quad (4)$$

其中 $s_m^{-3/2}(x)$ 为 Sonine 多项式, 函数系 $\{s_m^{-3/2}(x)\}$ 为完备的并且具有正交性质。考虑到 $\xi = \varepsilon\eta$, 将(3)和(4)式代入方程(1)和(2)后可得:

$$-\sum_{m=0}^{\infty} \left(m - \frac{1}{4} + \frac{k}{4\varepsilon^{1/2}\sigma} \right) A_m s_m^{-3/2}(\xi) = i \frac{\varepsilon A T}{4\sigma} \sum_{m=0}^{\infty} a_m \xi e^{[-(1-\varepsilon)/2m]\xi} s_m^{-3/2}(\xi/\varepsilon), \quad (5)$$

$$-\sum_{m=0}^{\infty} \left(m - \frac{1}{4} + \frac{\varepsilon^{1/2}k}{4\sigma} \right) a_m s_m^{-3/2}(\eta) = i \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{\sigma} \sum_{m=0}^{\infty} A_m e^{(1-\varepsilon)m/2} \times \left[\frac{\varepsilon\eta}{4} - \left(m - \frac{1}{4} + \frac{k^2}{4} \right) \right] s_m^{-3/2}(\varepsilon\eta). \quad (6)$$

在文献[1]中, 我们讨论了取方程(5)和(6)的最大径向模($m=0$)时耦合波的性质, 以下将对取其他径向模时耦合波的性质进行讨论。

二、大气 Rossby 波和海洋 Rossby 波的相互作用

由文献[1]我们已经知道, 在解的表达式(3)和(4)中, 若不考虑海气相互作用, 则展开式中的第一项($m=0$ 项)分别对应着大气和海洋中的 Kelvin 波解, 而其他项($m \geq 1$ 项)则对应着不同径向模 m 的 Rossby 波解。因此, 若将方程(5)和(6)中 $m=0$ 的项去掉, 并将序列在 $n=2$ 处截断^[2-4], 考虑到 Sonine 多项式的正交性质, 则可得如下大气和海洋中 Rossby 波的相互作用模式:

$$\left(3\sigma + \frac{k}{\varepsilon^{1/2}} \right) A_1 + ig_{11}a_1 + ig_{12}a_2 = 0, \quad (7)$$

$$\left(7\sigma + \frac{k}{\varepsilon^{1/2}} \right) A_2 + ig_{21}a_1 + ig_{22}a_2 = 0, \quad (8)$$

$$(3\sigma + \varepsilon^{1/2}k)a_1 + iG_{11}A_1 + iG_{12}A_2 = 0, \quad (9)$$

$$(7\sigma + \varepsilon^{1/2}k)a_2 + iG_{21}A_1 + iG_{22}A_2 = 0, \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} g_{11} &= \frac{3\varepsilon A T}{4} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} \right], \\ g_{12} &= \frac{\varepsilon A T}{16} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2(2+\varepsilon)}{1+\varepsilon} - \frac{12(1-2\varepsilon)}{(1+\varepsilon)^2} - \frac{120\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} \right], \\ g_{21} &= \frac{\varepsilon A T}{4} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2(1+2\varepsilon)}{1+\varepsilon} + \frac{12(2-\varepsilon)\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} - \frac{120\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^3} \right], \\ g_{22} &= \frac{\varepsilon A T}{16} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \left[5 - \frac{12(1+16\varepsilon+\varepsilon^2)}{(1+\varepsilon)^2} + \frac{1680\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4} \right], \\ G_{11} &= \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{2} \left(\frac{1+\varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left[3 + k^2 - \frac{(5+2k^2)\varepsilon + 2(3+k^2)}{1+\varepsilon} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\varepsilon(5+2k^2-\varepsilon)}{(1+\varepsilon)^2} + \frac{12\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^3} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_{12} &= \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{8} \left(\frac{1+\varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left\{ 7+k^2 - \frac{2(7+k^2) + (27+4k^2)\varepsilon}{1+\varepsilon} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2[27+4k^2 - 2(8+k^2)\varepsilon]\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} + \frac{12[2(8+k^2) - \varepsilon]\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^3} - \frac{120\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4} \right\}, \\
 G_{21} &= \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{2} \left(\frac{1+\varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left\{ 3+k^2 - \frac{4(3+k^2) + (5+2k^2)\varepsilon}{1+\varepsilon} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2[2(3+k^2) - 2(5+2k^2)\varepsilon + \varepsilon^2]}{(1+\varepsilon)^2} + \frac{12(5+2k^2 + 2\varepsilon)\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} - \frac{120\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^4} \right\}, \\
 G_{22} &= \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{8} \left(\frac{1+\varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left\{ 7+k^2 - \frac{4(7+k^2) + (27+4k^2)\varepsilon}{1+\varepsilon} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{4[7+k^2 - (27+4k^2)\varepsilon + (8+k^2)\varepsilon^2]}{(1+\varepsilon)^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{12[27+4k^2 + 4(8+k^2)\varepsilon - \varepsilon^2]\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} - \frac{240(8+k^2 + \varepsilon)\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^4} + \frac{1680\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^5} \right\}.
 \end{aligned}$$

海气耦合方程组(7)–(10)为一个关于 A_1 、 A_2 、 a_1 和 a_2 的特征值问题。若不考虑海气相互作用, 则由方程(7)–(10)可得 4 个特征频率 $\sigma_{1,2} = \frac{k}{\varepsilon^{1/2}(-4m+1)}$ 和 $\sigma_{3,4} = \frac{\varepsilon^{1/2}k}{-4m+1}$, 其中 $m=1$ 和 2。可看出, 它们分别为取径向模 m 为 1 和 2 时大气和海洋中的西传 Rossby 波。

图 1 给出了当取 $A=10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 、 $B=0.5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 时, 对于不同的 ε , 由(7)–(10)式得到的耦合 Rossby 波的特征频率随波数 k 的分布。可看出, 当 ε 很小时 (图 1a), 耦合 Rossby 波的频率与没有海气相互作用时大气和海洋中 Rossby 波的频率 (参见文

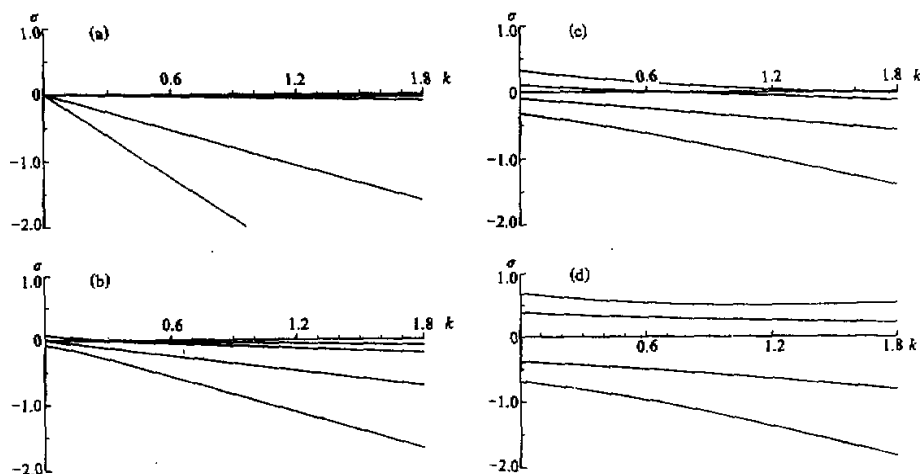


图 1 由(7)–(10)式所得到的耦合 Rossby 波的频率随波数 k 的变化

(a) $\varepsilon=0.026$; (b) $\varepsilon=0.13$; (c) $\varepsilon=0.26$; (d) $\varepsilon=0.39$

献[1]中图 1)几乎没有什么差别,即高频的耦合 Rossby 波与大气中的 Rossby 波非常接近,而低频耦合 Rossby 波则与海洋中的 Rossby 波非常接近。随着 ε 的增大,低频耦合 Rossby 波在波长较长的波段范围内变成了向东传的波。 ε 越大,向东传的耦合 Rossby 波所出现的波段范围也越大。当取 $\varepsilon=0.39$ 时,则完全变成了向东传的波。由此可看到,大气和海洋中西传的 Rossby 波经过海气相互作用后,可以产生向东传的耦合 Rossby 波,这与巢纪平和张人禾^[3,4]所得到的结果是一致的。另外,这里的结果也与文献[1]的结果一样,只有当 ε 不太小时,方可以发生较强烈的海气耦合,即这时耦合波与没有海气相互作用时的自由波产生了较大的差异。

图 2 给出了当取 $\varepsilon=0.15$ 时,海气相互作用强度对耦合 Rossby 波的影响。可看出,当海气相互作用增强时,向东传的低频耦合 Rossby 波所出现的波段范围变大,即出现东传波的临界波数向高波数方向移动。

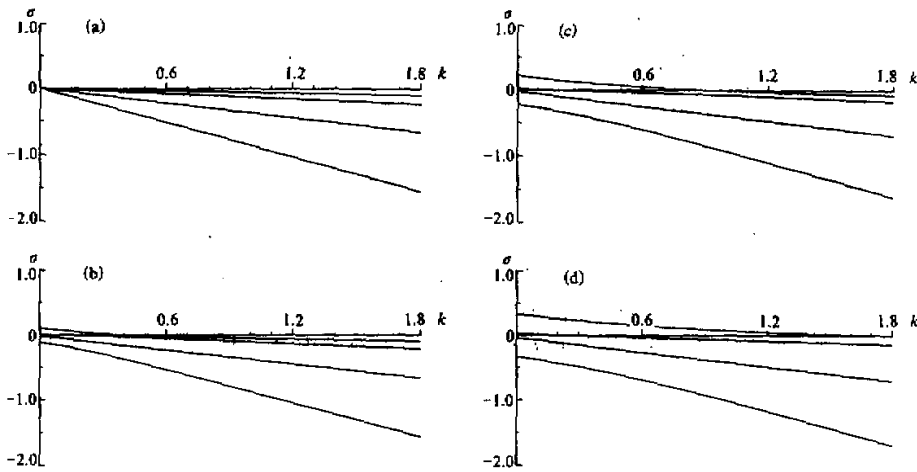


图 2 海气相互作用系数的变化对耦合 Rossby 波的影响
(a) $AB=0.0$; (b) $0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (c) $2.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (d) $4.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

三、大气 Kelvin 波和海洋 Rossby 波的相互作用

若将解的展开式(3)和(4)在 $m=2$ 处截断,并在(3)式中取展开式的第一项,而在(4)式中取展开式的后二项,则在没有海气相互作用时,大气中只存在 Kelvin 波,而海洋中只存在径向模 m 为 1 和 2 时的 Rossby 波。由方程(5)和(6),可得大气中 Kelvin 波与海洋 Rossby 波的耦合模式:

$$\left(1 - \frac{k}{\varepsilon^{1/2} \sigma}\right) A_0 s_0^{-3/2}(\xi) = i \frac{\varepsilon A T}{\sigma} \sum_{m=1}^2 a_m \xi e^{-\frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon} \xi} s_m^{-3/2}(\xi/\varepsilon), \quad (11)$$

$$-\sum_{m=1}^2 \left(4m-1 + \frac{\varepsilon^{1/2}k}{\sigma} \right) a_m s_m^{-3/2}(\eta) = i \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{\sigma} \times A_0 e^{(1-\varepsilon)\eta/2} (\varepsilon\eta + 1 - k^2) s_0^{-3/2}(\varepsilon\eta), \quad (12)$$

考虑到 Sonine 多项式 $s_m^{-3/2}(x)$ 的正交性质, 方程(11)和(12)可写成如下的形式:

$$\left(\sigma - \frac{k}{\varepsilon^{1/2}} \right) A_0 - ig_{01} a_1 - ig_{02} a_2 = 0, \quad (13)$$

$$(3\sigma + \varepsilon^{1/2}k) a_1 + iG_{10} A_0 = 0, \quad (14)$$

$$(7\sigma + \varepsilon^{1/2}k) a_2 + iG_{20} A_0 = 0, \quad (15)$$

其中,

$$g_{01} = \frac{\varepsilon A T}{4} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{2}{1+\varepsilon} \right),$$

$$g_{02} = \frac{\varepsilon A T}{16} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{4}{1+\varepsilon} - \frac{12}{(1+\varepsilon)^2} \right],$$

$$G_{10} = \varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T \left(\frac{1+\varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left[1 - k^2 - \frac{2(1-k^2) + \varepsilon}{1+\varepsilon} - \frac{2\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \right],$$

$$G_{20} = \varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T \left(\frac{1+\varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left[1 - k^2 - \frac{4(1-k^2) + \varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{4(1-k^2 - \varepsilon)}{(1+\varepsilon)^2} + \frac{12\varepsilon}{(1+\varepsilon)^3} \right].$$

方程组(13)–(15)为关于 A_0 、 a_1 和 a_2 的一个特征值问题。当不存在海气相互作用时, 3 个特征频率分别为 $\sigma_1 = k / \varepsilon^{1/2}$, $\sigma_{2,3} = \frac{\varepsilon^{1/2}k}{-4m+1}$, 其中 $m=1$ 或 2。可看出, 它们分别为大气中的 Kelvin 波和径向模取为 1 和 2 时海洋中的 Rossby 波。

图 3 给出了取 $A=10^{-2} s^{-1}$ 、 $B=0.5 \times 10^{-6} s^{-1}$ 时, 对于不同的 ε , 大气 Kelvin 波和海洋 Rossby 波的耦合波 (以下简称 KR 耦合波) 的频率随波数 k 的变化。可看出, 当 ε 很小时 (图 3a), 高频的 KR 耦合波与大气中的 Kelvin 波非常接近, 而低频的 KR 耦合波则与海洋中的 Rossby 波非常接近 (参见文献[1]中图 1)。但当 ε 不太小时, 则有较大的差异产生, 即 KR 耦合波在波长较长的波段范围内可以出现东传的不稳定波。随着 ε 的增大, 东传的不稳定 KR 耦合波所出现的波段范围变大, 即出现不稳定波的临界波数向高波数方向移动, 同时, 不稳定增长率也变大。

图 4 给出了当取 $\varepsilon=0.15$ 时, 海气相互作用强度对 KR 耦合波的影响。可看出, 当海气相互作用增强时, 东传不稳定 KR 耦合波所出现的波段范围变大, 并且不稳定增长率也变强。由图 4 还可看出, 东传不稳定 KR 耦合波的相速度要比大气中的 Kelvin 波慢。

四、大气 Rossby 波和海洋 Kelvin 波的相互作用

与前节一样, 将解的展开式(3)和(4)在 $m=2$ 处截断, 并在(3)式中取展开式的后两项, 而在(4)式中取展开式的第一项。若不考虑海气相互作用, 则这时在大气中只存在径向模 $m=1$ 和 2 时的 Rossby 波, 而在海洋中只存在 Kelvin 波。由方程(5)和(6), 可

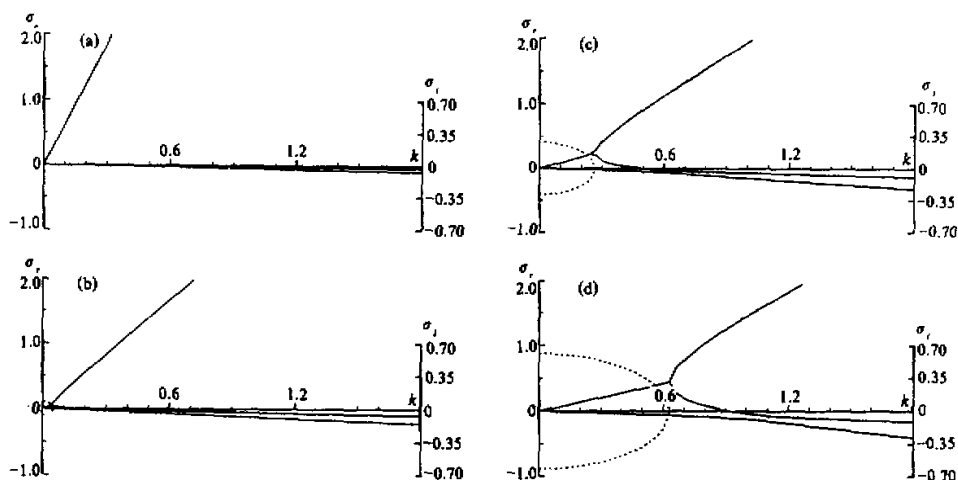


图 3 由(13)–(15)式得到的大气 Kelvin 波和海洋 Rossby 波的耦合波(KR 耦合波)的频率随波数 k 的变化
实线和虚线分别表示实部和虚部; (a) $\varepsilon=0.026$; (b) $\varepsilon=0.13$; (c) $\varepsilon=0.26$; (d) $\varepsilon=0.39$

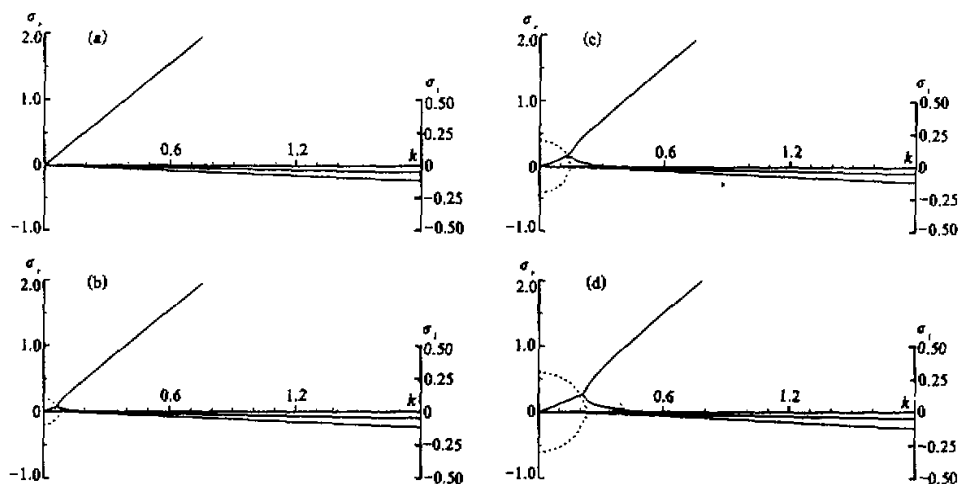


图 4 当 $\varepsilon=0.15$ 时, 海气相互作用强度对 KR 耦合波的影响

(a) 对应 $AB=0.0$; (b) $0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (c) $2.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (d) $4.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

实线和虚线分别代表特征频率的实部和虚部

得大气 Rossby 波与海洋 Kelvin 波的耦合模式:

$$-\sum_{m=1}^2 \left(4m - 1 + \frac{k}{\varepsilon^{1/2} \sigma} \right) A_m S_m^{-3/2}(\xi) = i \frac{\varepsilon A T}{\sigma} a_0 \xi e^{-(1-\varepsilon)\xi/2s} s_0^{-3/2} (\xi/\varepsilon), \quad (16)$$

$$\left(1 - \frac{\varepsilon^{1/2}k}{\sigma}\right)a_0 s_0^{-3/2}(\eta) = i \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{\sigma} \sum_{m=1}^2 A_m e^{(1-\varepsilon)\eta/2} (\varepsilon\eta - 4m + k^2) \times s_m^{-3/2}(\varepsilon\eta). \quad (17)$$

考虑到 Sonine 多项式 $s_m^{-3/2}(x)$ 的正交性质, 方程(16)和(17)可变成:

$$(3\sigma + k/\varepsilon^{1/2})A_1 + ig_{10}a_0 = 0, \quad (18)$$

$$(7\sigma + k/\varepsilon^{1/2})A_2 + ig_{20}a_0 = 0, \quad (19)$$

$$(\sigma - \varepsilon^{1/2}k)a_0 - iG_{01}A_1 - iG_{02}A_2 = 0, \quad (20)$$

其中,

$$g_{10} = -\frac{\varepsilon A T}{2} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\right),$$

$$g_{20} = -\frac{\varepsilon A T}{2} \left(\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{4\varepsilon}{1+\varepsilon} - \frac{12\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2}\right],$$

$$G_{01} = \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{2} \left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)^{1/2} \left[3 + k^2 - \frac{(5+2k^2)\varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{2\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2}\right],$$

$$G_{02} = \frac{\varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon} B T}{8} \left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)^{1/2} \left[7 + k^2 - \frac{(27+4k^2)\varepsilon}{1+\varepsilon} + \frac{4(8+k^2)\varepsilon^2}{(1+\varepsilon)^2} - \frac{12\varepsilon^3}{(1+\varepsilon)^3}\right].$$

方程(18)–(20)为关于 A_1 、 A_2 和 a_0 的一个特征值问题。若不存在海气相互作用, 则由方

程(18)–(20)可得 3 个特征频率为 $\sigma_{1,2} = \frac{k}{\varepsilon^{1/2}(-4m+1)}$ 和 $\sigma_3 = \varepsilon^{1/2}k$, 其中 $m=1, 2$ 。

可以看出, 它们分别为大气中取径向模 m 为 1 和 2 时的 Rossby 波($\sigma_{1,2}$)和海洋中的 Kelvin 波(σ_3)。

图 5 给出了当取 $A=10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 、 $B=0.5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 时, 对于不同的 ε 值, 由方程(18)–(20)得到的大气 Rossby 波和海洋 Kelvin 波的耦合波 (以后简称 RK 耦合波) 的频率随波数 k 的变化。可看出, 当 ε 很小时, 东传的 RK 耦合波与海洋中的 Kelvin 波非常接近, 而西传的 RK 耦合波则与大气中的 Rossby 波非常接近 (参见文献[1]中图 1), 即这时海气相互作用对 RK 耦合波的影响很小。当 ε 增大时 (图 5b、c), RK 耦合波在波长较长的波段范围内出现了频率很低的西传不稳定波, 并且随着 ε 的增大, 西传不稳定 RK 耦合波所出现的波段范围变大, 不稳定增长率也变强。但是, 当取 $\varepsilon=0.39$ 时, 不稳定 RK 耦合波变成了向东传, 这时东传的不稳定 RK 耦合波所出现的波段范围很大, 并且不稳定增长率也比西传的不稳定 RK 耦合波要大。Yamagata^[2]和 Hirst^[5]认为, 在局地热力平衡近似下, 大气 Rossby 波和海洋 Kelvin 波相互作用后可产生不稳定东传的“Kelvin”波。从我们这里的结果可看出, 当 ε 较大时 (图 5d), 与他们的结论一致, 即不稳定 RK 耦合波向东传。但是, 不稳定 RK 耦合波的传播方向与参数 ε 有很大关系, 当 ε 较小时, 不稳定 RK 耦合波可以向西传。

图 6 给出海气相互作用强度对西传不稳定 RK 耦合波的影响。可看出, 当海气相互作用增强时, 西传不稳定 RK 耦合波所出现的波段范围变大, 即西传的不稳定 RK 耦合波所出现的临界波数向高波数方向移动, 同时, 不稳定增长率也变大。图 7 则给出了

海气相互作用强度对向东传的不稳定 RK 耦合波的影响。可看出, 向东传的不稳定 RK 耦合波与向西传的不稳定 RK 耦合波具有类似的性质, 即随着海气相互作用的增强, 东传的不稳定 RK 耦合波所出现的波段范围变大, 并且不稳定增长率也变大。由图 7 还可看出, 东传不稳定 RK 耦合波的相速度要比海洋中 Kelvin 波 (见图 7a) 的相速度要慢得多。

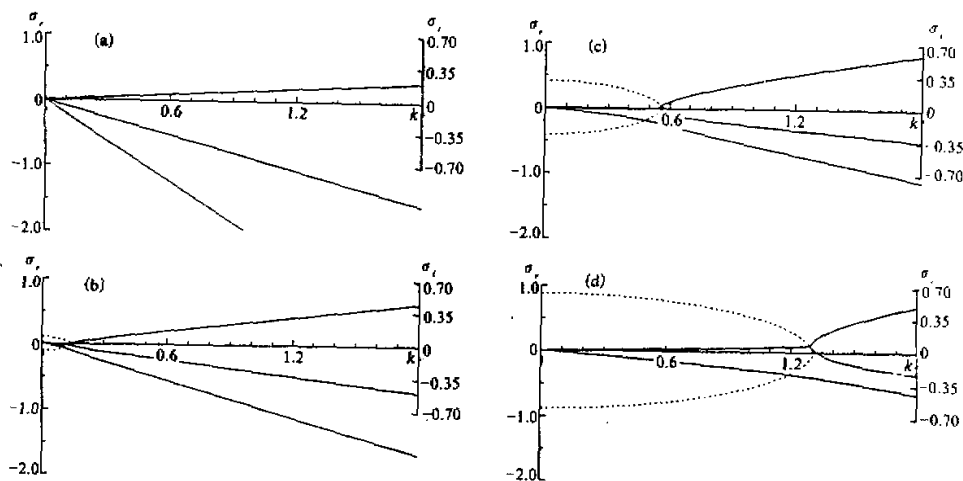


图 5 由(18)–(20)式得到的大气 Rossby 波和海洋 Kelvin 波的耦合波(RK 耦合波)的频率随波数 k 的变化

实线和虚线分别代表频率的实部和虚部; (a) $\varepsilon = 0.026$; (b) $\varepsilon = 0.13$; (c) $\varepsilon = 0.26$; (d) $\varepsilon = 0.39$

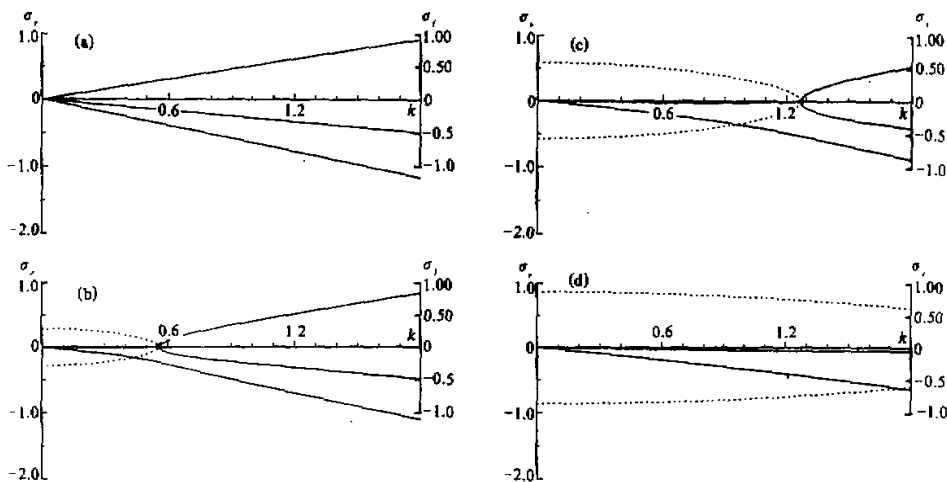
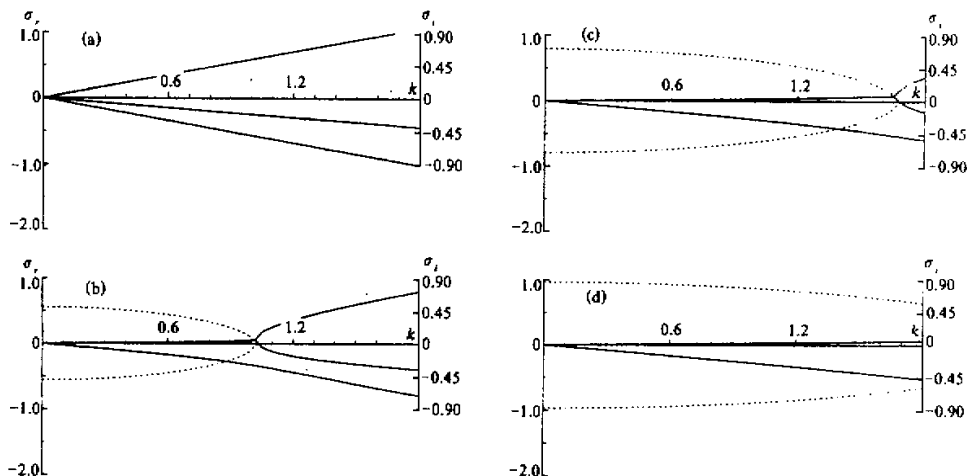


图 6 当取 $\varepsilon = 0.16$ 时, 海气相互作用强度对西传不稳定 RK 耦合波的影响

实线和虚线分别代表特征频率的实部和虚部; (a) $AB = 0.0$; (b) $0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (c) $2.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (d) $4.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

图 7 取 $\varepsilon=0.35$ 时, 海气相互作用强度对东传不稳定 RK 耦合波的影响

实线和虚线分别代表特征频率的实部和虚部

(a) $AB=0.0$; (b) $0.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (c) $1.0 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$; (d) $1.5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$

五、一般情况下的耦合波

在此之前, 我们分别讨论了热带耦合系统中取不同的径向模时耦合波的性质。但在实际大气或海洋中, 一旦有扰动出现, 必将同时激发出 Kelvin 波和 Rossby 波。因此, 以前的讨论并不能代表真实的海气耦合系统中的情况, 但却能有助于我们理解大气和海洋中同时包含 Kelvin 波和 Rossby 波时耦合波的性质, 本节我们将对这种情况进行讨论。

与前面一样, 我们仍将解的展开式(3)和(4)在 $m=2$ 处截断, 代入方程(5)和(6)中, 同样考虑到 Sonine 多项式 $s_m^{-3/2}(x)$ 的正交性质, 则可得到如下的一个特征值问题:

$$(\sigma - k / \varepsilon^{1/2}) A_0 = i g_{00} a_0 + i g_{01} a_1 + i g_{02} a_2, \quad (21)$$

$$-(3\sigma + k / \varepsilon^{1/2}) A_1 = i g_{10} a_0 + i g_{11} a_1 + i g_{12} a_2, \quad (22)$$

$$-(7\sigma + k / \varepsilon^{1/2}) A_2 = i g_{20} a_0 + i g_{21} a_1 + i g_{22} a_2, \quad (23)$$

$$(\sigma - \varepsilon^{1/2} k) a_0 = i G_{00} A_0 + i G_{01} A_1 + i G_{02} A_2, \quad (24)$$

$$-(3\sigma + \varepsilon^{1/2} k) a_1 = i G_{10} A_0 + i G_{11} A_1 + i G_{12} A_2, \quad (25)$$

$$-(7\sigma + \varepsilon^{1/2} k) a_2 = i G_{20} A_0 + i G_{21} A_1 + i G_{22} A_2, \quad (26)$$

其中所有的参数及变量的定义均同前。在方程(21)–(26)这个简化的物理系统中, 可看出大气 Kelvin 波 (A_0) 和 Rossby 波 (A_1 、 A_2) 是由海洋 Kelvin 波 (a_0) 和 Rossby 波 (a_1 、 a_2) 提供的热源所激发; 而另一方面, 海洋 Kelvin 波 (a_0) 和 Rossby 波 (a_1 、 a_2) 则是由大气 Kelvin 波 (A_0) 和 Rossby 波 (A_1 、 A_2) 共同产生的风应力所激发。

由方程(21)–(26), 可解得 6 个特征频率 σ 。图 8 给出了取 $A=10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 、 $B=0.5 \times$

10^{-6} s^{-1} 时, 对于不同的 ε 值, 这 6 个特征频率随波数 k 的分布。从图 8 可看出, 当 ε 很小时 (图 8a), 高频的东传海气耦合波(σ_1)和西传海气耦合波($\sigma_{5,6}$)分别与大气中的 Kelvin 波和 Rossby 波非常接近; 而低频的东传海气耦合波(σ_2)和西传海气耦合波($\sigma_{3,4}$)则分别与海洋中的 Kelvin 和 Rossby 波非常接近。但这时海气作为一个耦合系统, 此系统中的扰动同时以图 8a 中的频率所对应的相速度分别向东和向西传播 (参见文献[1]中图 1)。

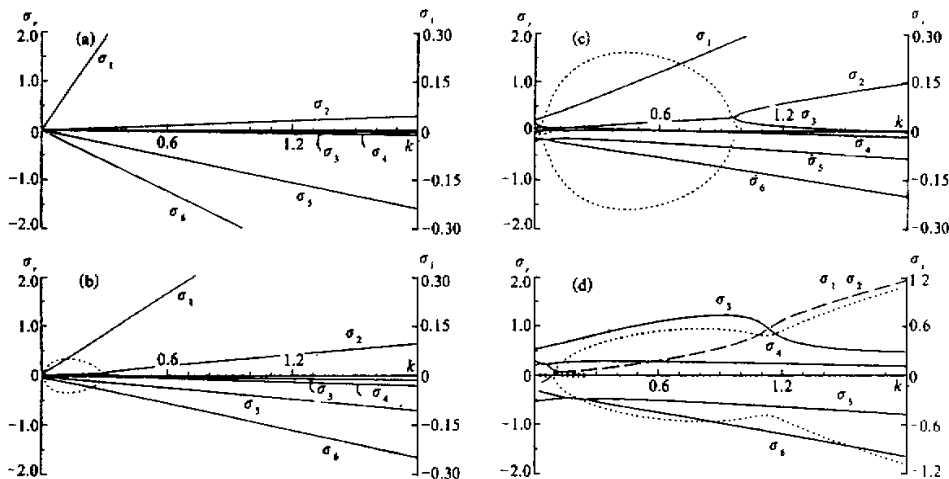


图 8 由(21)–(26)式所得到的海气耦合波的频率随波数 k 的分布
实线和虚线分别代表频率的实部和虚部; (d) 中断线代表最不稳定耦合波频率的实部
(a) $\varepsilon=0.026$; (b) $\varepsilon=0.13$; (c) $\varepsilon=0.26$; (d) $\varepsilon=0.39$

当取 $\varepsilon=0.13$ 时 (图 8b), 可看出这时在波长较长的波段范围内出现了向东传的不稳定海气耦合波。当 ε 增大, 即取 $\varepsilon=0.26$ 时, 向东传的不稳定海气耦合波所出现的波段范围变大, 不稳定增长率也变强。虽然这时 σ_5 和 σ_6 所对应的西传热带海气耦合波在波长较长处也出现了不稳定, 但不稳定增长率很小, 即最不稳定的耦合波仍为 σ_2 和 σ_3 所对应的东传不稳定耦合波, 另外, 对于 σ_2 和 σ_3 所对应的东传不稳定耦合波, 它的形成主要是由于海气相互作用, 使得对应于海洋 Rossby 波的耦合波在波长较长处变成了向东传, 它与对应于海洋中 Kelvin 波的耦合波相互耦合, 产生了不稳定向东传的耦合波。

若 ε 进一步增大, 即取 $\varepsilon=0.39$ 时 (图 8d), 可看到这时耦合波的性质与前面的结果有很大的差异。虽然 σ_5 和 σ_6 所对应的西传海气耦合波在波长较长处有不稳定现象发生, 但它的不稳定增长率非常小。对于 $\sigma_{1,2}$ 所对应的东传不稳定海气耦合波, 具有最大的不稳定增长率。与文献[1]的结果相比较, 可看到它与耦合 Kelvin 波非常相象。实际上, 在前面我们讨论热带海气耦合系统中取不同径向模时海气耦合波的性质时, 可看到在取 $\varepsilon=0.39$ 时, 耦合 Kelvin 波的不稳定增长率要比 KR 耦合波和 RK 耦合波的不稳定增长率大得多。因此, 在这里我们看到大气和海洋 Kelvin 波的耦合对向东传的不稳定耦合波 $\sigma_{1,2}$ 具有最重要的贡献。由于其他径向模的作用, 这时东传不稳定海气耦合波 $\sigma_{1,2}$ 所出现

的范围比耦合 Kelvin 波时要大得多, 即出现不稳定的临界波数向低波数方向大大扩展。同样, 与第二节比较可知, 特征频率 σ_3 、 σ_4 、 σ_5 和 σ_6 主要对应耦合 Rossby 波时的情形, 即大气和海洋中的 Rossby 波所产生的耦合波在它们中占主导地位。

六、结论和讨论

本文首先分别讨论了热带海气耦合系统中取不同径向模时, 即分别讨论了耦合 Rossby 波、KR 耦合波和 RK 耦合波的性质。可看到, 大气和海洋中的 Rossby 波经过相互作用后, 可以产生东传的耦合 Rossby 波, 而大气 Kelvin 波和海洋 Rossby 波经过相互作用后, 在波长较长处可以产生不稳定的 KR 耦合波。对于大气 Rossby 波和海洋 Kelvin 波, 经过海气相互作用后, 不仅可以产生东传的不稳定 RK 耦合波, 在一定条件下也可以产生西传的不稳定 RK 耦合波。对于所有这些不稳定海气耦合波, 不稳定性与海气相互作用强度有很大关系。当海气相互作用变强时, 不稳定波所出现的波段范围变大, 不稳定增长率也变大。由此说明了在热带海气耦合系统中, 海气相互作用可以使得耦合波的性质与大气和海洋中经典的自由赤道波动产生很大的差异。

本文还讨论了在一般情况下, 即大气和海洋中同时包括 Kelvin 波和 Rossby 波时耦合波的性质, 这时向东传的不稳定耦合波占有绝对重要的地位。Philander 等^[6]的数值计算结果表明, 在局地热力平衡近似下, 向东传的扰动是不稳定的, 此即说明了我们的理论分析结果与他们的数值计算结果是一致的。对于这种向东传的不稳定扰动, Yamagata^[2]和 Hirst^[5]认为是由于海洋中的 Kelvin 波经过大气 Rossby 波的作用后所产生的东传不稳定“Kelvin 波”所引起。由我们这里的结果可看出, 当参数 ε 较小时, 这种向东传的不稳定耦合波是由于海洋中的 Rossby 波经过海气相互作用后, 在波长较长处变成了向东传的波, 它与海洋中的 Kelvin 波相互耦合后所产生。而当 ε 不太小时, 则大气与海洋中 Kelvin 波的耦合波在这种向东传的不稳定波中占主导地位。

从本文和文献[1]的讨论可看出, 热带海气耦合波的性质与参数 $\varepsilon (= C_s / C_a)$ 有很大关系。当 ε 很小时, 大气与海洋中自由波的频率相差很大, 不容易产生强烈的海气耦合, 这时海气耦合波的频率与大气和海洋中自由波的频率非常接近。只有当 ε 不太小时, 才可能产生强烈的海气耦合, 并且海气耦合波的性质与大气和海洋中经典自由波的性质产生了很大的差异。在文献[1]已经提到, 若考虑大气中的辐合潜热加热反馈机制^[7,8], 可使大气中的静力稳定度减小, 这种效应相当于使得干大气中的重力波速 C_a 减小, 即 ε 增大。另外, 对于大气中的某一垂直模态, 有 $C_a = \sqrt{gH_a}$, 其中 g 为重力加速度, H_a 为大气的等价厚度。当 C_a 减小时, 相当于等价厚度 H_a 减小, 即大气的斜压性增强, 由此也说明了大气的垂直结构对热带海气耦合波的性质有很大影响。

在本文和文献[1]的求解过程中, 用到了截断模式的方法, 这种方法相当于略去了径向结构较复杂的波对热带海气耦合系统的影响。由此可知, 当大气和海洋中的径向结构较均匀时, 我们这里的结论还是具有一定参考价值的。

致 谢: 作者曾与黄荣辉先生就本文中的许多问题进行了讨论, 他给予了作者许多有益的指教, 在此致以衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] 张人禾, 1995, 简单热带海气耦合模式中的耦合波及其不稳定性(I), 大气科学, 19, No.4, 455-464.
- [2] Yamagata, T., 1985, Stability of a simple air-sea coupled model in the tropics, Coupled Ocean-Atmosphere Models, J. C. J. Nihoul, Ed., *Elsevier Oceanography Series*, 40, Elsevier, 637-657.
- [3] Chao Jiping and Zhang Renhe, 1988, The air-sea interaction waves in the tropics and their instabilities, *Acta Meteorologica Sinica*, 3, 275-287.
- [4] Zhang Renhe and Chao Jiping, 1993, Unstable tropical air-sea interaction waves and their physical mechanisms, *Adv. Atmos. Sci.*, 10, 61-70.
- [5] Hirst, A. C., 1986, Unstable and damped equatorial modes in simple coupled ocean-atmosphere models, *J. Atmos. Sci.*, 43, 606-630.
- [6] Philander, S.G.H., T. Yamagata and R. C. Pacanowski, 1984, Unstable air-sea interaction in the tropics, *J. Atmos. Sci.*, 41, 604-613.
- [7] Lau, K. M. and S. Shen, 1988, On the dynamics of intraseasonal oscillations and ENSO, *J. Atmos. Sci.*, 45, 1781-1797.
- [8] Hirst, A. C. and K. M. Lau, 1990, Intraseasonal and interannual oscillations in coupled ocean atmosphere models, *J. Climate*, 3, 713-725.

Coupled Waves in Simple Tropical Air-Sea Interaction Models and Their Instabilities (II)

Zhang Renhe

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract

In order to find which free waves in the air and sea are dominative in the unstable disturbances of the air-sea coupled system, the properties of coupled waves for different meridional modes in the air-sea coupled system are discussed, respectively, based on the tropical air-sea interaction model proposed in Part I of this paper. Through studies of the coupled waves of atmospheric Rossby waves vs. oceanic ones, atmospheric Kelvin wave vs. oceanic Rossby waves, atmospheric Rossby waves vs oceanic Rossby waves, and the coupled waves in the case when all these waves in the air and sea are considered, respectively, the results show that all these coupled waves are sensitive to the parameters used in the model and different properties can be obtained with different parameters. The results also indicate that the characteristics of the air-sea coupled system have much to do with the property and structure of the atmosphere.

Key words: air-sea interaction; air-sea coupled waves; tropical region.