

移极旋转坐标系中的大气动力学方程

刘金达

(中国气象局国家气象中心数控室, 北京 100081)

摘要 本文仅研究无粘、无地形和绝热运动假定下的大气动力学问题, 用分析力学的方法求得了固定在地球上的移极旋转坐标系, 如直角坐标系, 球坐标系和柱坐标系中的第二类 Lagrange 方程。从而求得普遍的大气动力学方程。所谓的视示力——Coriolis 力和离心力——与其它各种力统一处理。当地球自转轴不为坐标系的 z 轴时, 不存在大气运动的对称和反对称性。特别值得提出的是以往很多学者利用柱坐标系来数值模拟台风(飓风)的轴对称和非轴对称性时所使用的方程是含糊的, 本文给出了准确的基本方程。

关键词 移极旋转坐标 第二类 Lagrange 方程 普遍的大气动力学方程 Coriolis 动能

1 引言

随着数值天气预报和各种数值模拟的发展, 提出了各种大气动力学问题。如要求对暴雨和台风等中小尺度天气系统作出准确预报。迫切需提高预报区域局部的分辨率, 而套网格和变网格数值预报模式人为地引进了侧边界条件, 可能出现波的折射和反射, 或在积分范围内将出现局地各向异性。Schmidt^[1]利用坐标变换方法提出了一个局地各向同性的变网格模式。通常的全球或半球的谱模式中, 高纬度的分辨率比低纬度的高。所以近年来, 欧洲中心和法国 P.Courtier 和 J.-F.Geleyn^[2], 加拿大 L.Fillion 等人^[3], J.Cote 等人^[4]等利用坐标变换法, 将模式球坐标的极点移到需要预报的区域附近, 来提高分辨率。这时大气动力学方程组就与以往的不同。另外, 在飓风数值模拟的研究中, 很多学者经常采用柱坐标, 并且将 z 轴移到地理低纬度, 所用的大气动力学方程组比较含糊, 甚至出现错误。

分析力学方法是研究动力学问题的强有力工具。在无粘、无地形和绝热运动的假定下, 大气微团(以下简称质点)的运动就像没有约束的刚体质点运动一样。因此, 本文用分析力学的方法求得了固定在地球上的移极旋转坐标系(坐标原点在地心), 如直角坐标系, 球坐标系和柱坐标系中的第二类 Lagrange 方程。从而求得普遍的大气动力学方程。所谓的视示力——Coriolis 力和离心力——与其它各种力统一处理, 无须特殊考虑, 在旋转的坐标系中这种所谓的视示力是自然存在的一种力。这在众多的动力气象学, 大气动力学、理论力学和分析力学等书中都有详细的叙述, 但所用的坐标系的 z 轴绝大多数是与地球自转轴(以下简称地轴)重合的。目前, 国际上所用的移极坐标数值天气预报模式都是用坐标变换方法求解。所以迫切要求出移极旋转坐标系的大气动力学方程组。当地轴不为坐标系的 z 轴时, 不存在大气运动的对称和反对称性, 大气运动的

对称和反对称性质只有当选择了某特殊的坐标系时才出现。

2 动能和第二类 Lagrange 方程

相对于静止的绝对坐标而运动的质点具有动能。单位质量的质点的动能 T 为

$$T = \int \frac{d\vec{V}_a}{dt} \cdot d\vec{S} = \int \frac{d\vec{V}_a}{dt} \cdot \vec{V}_a dt = \frac{1}{2} v_a^2, \quad (1)$$

其中, $\vec{V}_a$ 为绝对速度向量, $d\vec{S}$ 为质点移动的路径向量的, $v_a = |\vec{V}_a|$, 下标 a 表示绝对坐标系 (以下同)。假定地球自转的角速度 ω 为常数, 并且不考虑坐标系的平移。在非惯性坐标系中, 质点运动的绝对速度和绝对加速度可以写成如下的向量形式:

$$\vec{V}_a = \vec{\Omega} \times \vec{r} + \vec{V}, \quad (2)$$

$$\vec{W}_a = \frac{d\vec{V}_a}{dt} = \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \vec{W}, \quad (3)$$

其中, $\vec{\Omega}$ 为坐标系的旋转向量, $\vec{W}_a$ 为质点的绝对加速度向量, $\vec{V}$, $\vec{W}$ 分别为质点相对于坐标系的速度向量和加速度向量, $\vec{r}$ 为质点在坐标系中的位置矢径。代入(1)式可得质点的动能 T 的表达式

$$T = \int \left\{ \vec{W} \cdot (\vec{\Omega} \times \vec{r}) - \left[\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \right] \cdot \vec{V} + \vec{W} \cdot \vec{V} \right\} dt, \quad (4)$$

(4)式中积分号内的第一项我们称它为 Coriolis 动能; 第二项是转动动能, 也是离心力的位势; 第三项是相对于坐标系运动的动能。我们假定了大气是无粘的和地面是平坦的, 故作用在质点上的真正外力, 仅有两种:(1) 地球的引力, (2) 气压梯度力。这里所说的“真正外力”是指在绝对坐标系中也存在的力。地球引力是一种位势力, 地球引力位势 Φ_g 为

$$\Phi_g = GM \left(\frac{1}{a_p} - \frac{1}{r} \right), \quad (5)$$

其中, G 为万有引力常数, M 为地球的质量, r 为质点到地心的距离, a_p 为地理极点的地球半径。由分析力学可知, 第二类 Lagrange 方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Phi_g}{\partial q_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6)$$

其中, q_i 为广义坐标, ρ 为空气的密度, P 为气压, 字母上面的“ $\cdot$ ”表示对时间的个别导数, 即 $\dot{q}_i = dq_i / dt$ 。以往人们总是用旋转坐标法找出坐标变换的表达式, 将三个运动方程逐个变换到新坐标系中去。为了避免繁琐的坐标变换, 本文利用分析力学方法来求得移极旋转坐标系中的普遍的大气动力学方程。该方法抓住了运动物质的本质——动能。由于动能是一个标量, 一次求出后, 三个运动方程就都能求出。

3 移极旋转直角坐标系

设移极旋转直角坐标系为 (x_n, y_n, z_n) , 下标 n 表示 z_n 轴与地轴不重合 (以

下同), 并设地轴在该坐标系中的方向位置为 (θ_0, λ_0) , θ_0 是余纬度, λ_0 是经度. 将 $\vec{V}_n$, $\vec{W}_n$ 和 $\vec{\Omega}$ 的分量代入(4)式可得移极旋转直角坐标系中质点的动能的表达式

$$\begin{aligned}
 T = & \omega \left\{ (z_n \sin \theta_0 \sin \lambda_0 - y_n \cos \theta_0) \dot{x}_n + (x_n \cos \theta_0 - z_n \sin \theta_0 \cos \lambda_0) \dot{y}_n \right. \\
 & \left. + (y_n \sin \theta_0 \cos \lambda_0 - x_n \sin \theta_0 \sin \lambda_0) \dot{z}_n \right\} \\
 & - \omega^2 \left\{ \frac{1}{2} \left[x_n^2 (\sin^2 \theta_0 \cos^2 \lambda_0 - 1) + y_n^2 (\sin^2 \theta_0 \sin^2 \lambda_0 - 1) \right. \right. \\
 & \left. \left. + z_n^2 (\cos^2 \theta_0 - 1) \right] + x_n y_n \sin^2 \theta_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 + x_n z_n \sin \theta_0 \cos \theta_0 \cos \lambda_0 \right. \\
 & \left. + y_n z_n \sin \theta_0 \cos \theta_0 \sin \lambda_0 \right\} + \frac{1}{2} (\dot{x}_n^2 + \dot{y}_n^2 + \dot{z}_n^2). \quad (7)
 \end{aligned}$$

(7)式中第一项为 Coriolis 动能, 第二项是转动动能, 第三项是相对于坐标系运动的动能.

将(7)式代入(6)式可得移极旋转直角坐标系 (x_n, y_n, z_n) 中的第二类 Lagrange 方程. 引入离心力位势 Φ_c 如下:

$$\begin{aligned}
 \Phi_c = & -\frac{1}{2} \omega^2 r_w^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \left[x_n^2 (\sin^2 \theta_0 \cos^2 \lambda_0 - 1) + y_n^2 (\sin^2 \theta_0 \sin^2 \lambda_0 - 1) \right. \\
 & \left. + z_n^2 (\cos^2 \theta_0 - 1) + 2x_n y_n \sin^2 \theta_0 \sin \lambda_0 \cos \lambda_0 \right. \\
 & \left. + 2x_n z_n \sin \theta_0 \cos \theta_0 \cos \lambda_0 + 2y_n z_n \sin \theta_0 \cos \theta_0 \sin \lambda_0 \right], \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中 r_w 为质点到地轴的距离. 将地球引力和离心力合并为重力, 再引入重力位势 Φ 如下:

$$\Phi = \Phi_g + \Phi_c \quad (9)$$

就可得到移极旋转直角坐标系中的普遍大气动力学方程组如下:

$$\begin{cases} 2\omega(\dot{z}_n \sin \theta_0 \sin \lambda_0 - \dot{y}_n \cos \theta_0) + \ddot{x}_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_n}, \\ 2\omega(\dot{x}_n \cos \theta_0 - \dot{z}_n \sin \theta_0 \cos \lambda_0) + \ddot{y}_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial y_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y_n}, \\ 2\omega(\dot{y}_n \sin \theta_0 \cos \lambda_0 - \dot{x}_n \sin \theta_0 \sin \lambda_0) + \ddot{z}_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial z_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z_n}, \end{cases} \quad (10)$$

其中字母上的“.”表示对时间的二阶个别导数.

4 移极旋转球坐标系

设移极旋转球坐标系为 $(\theta_n, \lambda_n, r_n)$. 在讨论移极旋转球坐标系之前, 先讨论移极旋转球坐标系与绝对球坐标系之间的变换关系式. 假定地轴在移极旋转球坐标系中的方向位置是 (θ_0, λ_0) , θ_0 是余纬度, λ_0 是经度. 图1中地心 O 是坐标原点, $Ox_n y_n z_n$ 是静止

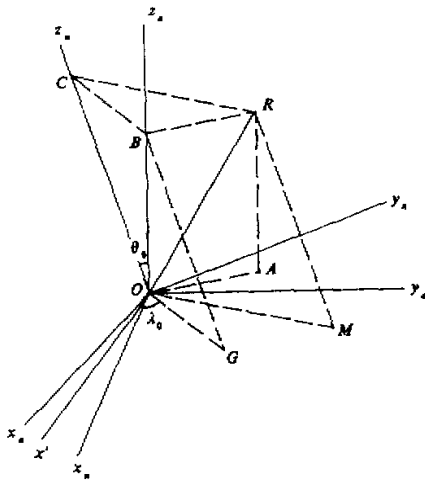


图 1 移极旋转坐标系与绝对坐标系的几何关系

的绝对坐标系, $Ox_n y_n z_n$ 是移极旋转坐标系, R 是我们讨论的质点所在位置, B 是 R 在 Oz_a 轴上的投影, C 是 R 在 Oz_n 轴上的投影, M 是 R 在 $x_n Oy_n$ 平面上的投影, A 是 R 在 $x_a Oy_a$ 平面上的投影, G 是 B 在 $x_n Oy_n$ 平面上的投影, Ox' 为 $x_a Oy_n$ 平面与 $x_n Oy_n$ 平面的交线。为了简便而又不失一般性, 假定 $t=0$ 时, Ox' 与 Ox_a 重合, 因此, $\angle x_a Ox' = \omega t$ 。 R 点在绝对坐标系中的余纬度和经度为 μ 和 ν ,

$$\begin{cases} \nu = \omega t + \beta \\ \dot{\nu} = \omega + \dot{\beta}, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\beta = \angle x'OA$ (在平面 $x_a Oy_a$ 内)。 R 点在移极旋转球坐标系中的坐标为

$(\theta_n, \lambda_n, r_n)$ 。在球面三角形 RBC 中, 由余弦定理和 5 元素公式可得

$$\cos \mu = \cos \theta_n \cos \theta_0 + \sin \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0), \quad (12)$$

$$\sin \mu \sin \beta = \sin \theta_n \cos \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) - \cos \theta_n \sin \theta_0. \quad (13)$$

由直角球面三角形 RAx' 和 RMx' 可得

$$\sin \mu \cos \beta = -\sin \theta_n \sin(\lambda_n - \lambda_0). \quad (14)$$

由以上关系式可得

$$\begin{aligned} \dot{\mu} = \frac{1}{\sin \mu} \left\{ \dot{\theta}_n \left[\sin \theta_n \cos \theta_0 - \cos \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] \right. \\ \left. + \dot{\lambda}_n \sin \theta_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\dot{\beta} = \text{ctg} \beta \left[\dot{\mu} \text{ctg} \mu - \dot{\theta}_n \text{ctg} \theta_n - \dot{\lambda}_n \text{ctg}(\lambda_n - \lambda_0) \right]. \quad (16)$$

在 R 点处的动能用绝对球坐标表示为

$$T = \frac{1}{2} (r_n^2 \dot{\mu}^2 + r_n^2 \sin^2 \mu \dot{\nu}^2 + \dot{r}_n^2). \quad (17)$$

将关系式(11)~(16)代入(17)通过严格的演算可得移极旋转球坐标系中动能表达式

$$\begin{aligned} T = r_n^2 \omega^2 \left\{ -\dot{\theta}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) + \dot{\lambda}_n \sin \theta_n \left[\sin \theta_n \cos \theta_0 \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] \right\} + \frac{1}{2} r_n^2 \omega^2 \left\{ 1 - \left[\cos \theta_n \cos \theta_0 \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] \right\}^2 + \frac{1}{2} (r_n^2 \dot{\theta}_n^2 + r_n^2 \sin^2 \theta_n \dot{\lambda}_n^2 + \dot{r}_n^2), \end{aligned} \quad (18)$$

式中第一项为 Coriolis 动能; 第二项是转动动能; 第三项是相对于坐标系运动的动能。

将 (18) 式代入 (6) 式得移极旋转球坐标系 $(\theta_n, \lambda_n, r_n)$ 中的第二类 Lagrange 方程。引入离心力位势 Φ_c 如下:

$$\Phi_c = -\frac{1}{2} \omega^2 r_w^2 = \frac{1}{2} \omega^2 r_n^2 \left\{ \left[\cos \theta_n \cos \theta_0 + \sin \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right]^2 - 1 \right\}, \quad (19)$$

其中 r_w 为质点到地轴的距离。将地球引力和离心力合并为重力。再引入重力位势 (9) 式, 就可得到移极旋转球坐标系中的普遍大气动力学方程组如下:

$$\begin{aligned} & -2\omega r_n \left\{ \dot{r}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) + r_n \sin \theta_n \dot{\lambda}_n \left[\cos \theta_n \cos \theta_0 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \sin \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] \right\} - r_n^2 \dot{\lambda}_n^2 \sin \theta_n \cos \theta_n + 2r_n \dot{\theta}_n \dot{r}_n + r_n^2 \ddot{\theta}_n \\ & = -\frac{\partial \Phi}{\partial \theta_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta_n} 2\omega r_n \sin \theta_n \left\{ r_n \dot{\theta}_n \left[\cos \theta_n \cos \theta_0 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \sin \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] + \dot{r}_n \left[\sin \theta_n \cos \theta_0 - \cos \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] \right\} \\ & \quad + 2r_n \dot{r}_n \dot{\lambda}_n \sin^2 \theta_n + 2r_n^2 \dot{\theta}_n \dot{\lambda}_n \sin \theta_n \cos \theta_n + r_n^2 \sin^2 \theta_n \ddot{\lambda}_n \\ & = -\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \lambda_n} - 2\omega \left\{ -r_n \dot{\theta}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) \right. \\ & \quad \left. + r_n \sin \theta_n \dot{\lambda}_n \left[\sin \theta_n \cos \theta_0 - \cos \theta_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] \right\} \\ & \quad - r_n \dot{\theta}_n^2 - r_n \sin^2 \theta_n \dot{\lambda}_n^2 + r_n \ddot{\lambda}_n \\ & = -\frac{\partial \Phi}{\partial r_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r_n}. \end{aligned} \quad (20)$$

利用 Lamé 系数可以将上述方程化为用 u 、 v 、 w 表示的大气动力学方程, 这里 u 、 v 、 w 分别是移极旋转球坐标系中的西风、北风和垂直向上的速度。

5 移极旋转柱坐标系

设移极旋转柱坐标系为 (r_n, λ_n, z_n) 。同样假定地轴在移极旋转柱坐标系中的方向位置是 (θ_0, λ_0) , θ_0 是余纬度, λ_0 是经度。由图 1 并利用 (12)~(14) 式可得下列关系式:

$$\begin{cases} r_a^2 + z_a^2 = r_n^2 + z_n^2, \\ \operatorname{ctg} \beta = \frac{r_n \sin(\lambda_n - \lambda_0)}{z_n \sin \theta_0 - r_n \cos \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0)}, \\ z_a = z_n \cos \theta_0 + r_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0). \end{cases} \quad (21)$$

对上面的式子求时间的个别导数可得

$$\begin{cases} \dot{r}_a = \frac{1}{r_a} (r_n \dot{r}_n + z_n \dot{z}_n - z_a \dot{z}_a), \\ \dot{\beta} = \operatorname{ctg} \beta \left[\frac{\dot{r}_a}{r_a} - \frac{\dot{r}_n}{r_n} - \dot{\lambda}_n \operatorname{ctg}(\lambda_n - \lambda_0) \right], \\ \dot{z}_a = \dot{z}_n \cos \theta_0 + \dot{r}_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) - r_n \dot{\lambda}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0). \end{cases} \quad (22)$$

在 R 点处的动能用绝对柱坐标表示为

$$T = \frac{1}{2} (\dot{r}_a^2 + r_a^2 \dot{\nu}^2 + \dot{z}_a^2). \quad (23)$$

将(21), (22)和(11)式代入(23)式, 进行严格的演算可得移极旋转柱坐标系中质点的动能表达式

$$\begin{aligned} T = \omega \left[r_n \dot{z}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) - z_n \dot{r}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) + r_n^2 \dot{\lambda}_n \cos \theta_0 \right. \\ \left. - r_n z_n \dot{\lambda}_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 \left\{ r_n^2 + z_n^2 \right. \\ \left. - \left[z_n \cos \theta_0 + r_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right]^2 \right\} + \frac{1}{2} (\dot{r}_n^2 + r_n^2 \dot{\lambda}_n^2 + \dot{z}_n^2). \end{aligned} \quad (24)$$

式中第一项为 Coriolis 动能, 第二项是转动动能, 第三项是相对于坐标系运动的动能。

将(24)式代入(6)式可得移极旋转柱坐标系中的第二类 Lagrange 方程。引入离心力位势 Φ_c 如下:

$$\Phi_c = -\frac{1}{2} \omega^2 r_w^2 = -\frac{1}{2} \omega^2 \left\{ r_n^2 + z_n^2 - \left[z_n \cos \theta_0 + r_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right]^2 \right\}. \quad (25)$$

其中 r_w 为质点到地轴的距离。将地球引力和离心力合并为重力。再引入重力位势(9)式, 就可得到移极旋转柱坐标系中的普遍大气动力学方程组如下:

$$\begin{cases} -2\omega \left[\dot{z}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) + r_n \dot{\lambda}_n \cos \theta_0 \right] - r_n \ddot{\lambda}_n + \ddot{r}_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial r_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r_n}, \\ 2\omega \left[r_n \dot{r}_n \cos \theta_0 - r_n \dot{z}_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] + 2r_n \dot{r}_n \dot{\lambda}_n + r_n^2 \ddot{\lambda}_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \lambda_n}, \\ 2\omega \left[\dot{r}_n \sin \theta_0 \sin(\lambda_n - \lambda_0) + r_n \dot{\lambda}_n \sin \theta_0 \cos(\lambda_n - \lambda_0) \right] + \ddot{z}_n = -\frac{\partial \Phi}{\partial z_n} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z_n}. \end{cases} \quad (26)$$

若要用于台风数值模拟, 需要将坐标原点从地心移到地球表面, 设坐标原点在地表面的移极旋转柱坐标系为 (r, λ, z) , 为此只要做一个简单的坐标变换如下:

$$\begin{cases} r = r_n, \\ \lambda = \lambda_n, \\ z = z_n - a, \end{cases}$$

其中 a 为地球半径。利用 Lamé 系数可以将上述方程化为用 u, v, w 表示的大气动力学方程, 这里 u, v, w 分别是移极旋转柱坐标系中的径向风、切向风和垂直向上的速度。

6 讨论和结束语

我们用分析力学的方法统一严格地推导出大气科学中常用的几种移极旋转坐标系中的动力学方程组。(10)、(20)和(26)式中包含 2ω 的项为 Coriolis 力项。当 $\theta_0 = 0$ 时, 三种坐标系全都退化为 z 轴与地轴相重合的情形。由于数值天气预报和各种数值模拟的迅速发展, 特别是当今世界各国的数值天气预报向中小尺度模式发展, 经常采用模式极点移向感兴趣的预报区域附近的坐标系。这就需要提供严格准确而又直接运算的大气动力学方程组, 避免反复的坐标变换方法, 能大量节省计算机时。

参 考 文 献

- 1 Schmidt, F., 1977, Variable fine mesh in spectral global model, *Beitz. Phys. Atmosph.* **50**, 211~217.
- 2 Courtier, P. and Geleyn, J.-F., 1988, A global numerical weather prediction model with variable resolution. application to the shallow-water equations, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **114**, 1321~1346.
- 3 Fillion, L., Cote, J. and Roch, M., 1992, Implicit normal mode initialization for a global finite-element semi-lagrangian shallow-water model, *Atmosphere-Ocean*, **30**, No.3, 321~337.
- 4 Cote, J., Roch, M., Stanforth, A. and Fillion, L., 1993, A Variable-resolution semi-lagrangian finite-element global model of the shallow-water equations, *Mon. Wea. Rev.*, **121**, No.1, 231~243.

Dynamic Equations of the Atmosphere in Rotating Coordinates of Moved Poles

Liu Jinda

(National Meteorological Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081)

Abstract Dynamic aspects are investigated for inviscid and adiabated atmosphere without considering topography in this paper. Lagrange's equations of the second kind are obtained by the method of analytical dynamics in rotating coordinates, such as Cartesian, spherical and cylindrical coordinates fastened to the earth with moving poles. Then general dynamic equations of the atmosphere are obtained. The so-called apparent forces (e.g. Coriolis and centrifugal forces) are treated the same as other forces. There is neither symmetry nor antisymmetry of motions of the atmosphere when the axis of rotation of the earth does not coincide with the z -axis of the rotating coordinate system. It is well worth mentioning that the basic equations used by many scientists are vague when numerical simulation experiments about the axisymmetry and asymmetry of typhoon (hurricane) use cylindrical coordinate. The exact basic equations are given in this paper.

Key words rotating coordinates of moved poles Lagrange's equations of the second kind general dynamic equations of the atmosphere Coriolis kinetic energy