

实际预报可预报性的时空依赖性分析*

李志锦 纪立人

(中国科学院大气物理研究所, 北京 100080)

摘 要 本文利用国家气象中心 1990 年 1 月 1 日至 1992 年 2 月 29 日的 1~5 d, 500 hPa 高度场业务预报结果研究了不同球谐函数谱分量和经验正交函数(EOF)谱分量的可预报性。对球谐函数谱分量的研究表明可预报性并不是随着空间尺度的增加呈现单调的递减关系, 主要表现为在总波数 n 等于 5 附近具有最大可预报性。可预报性主要依赖于总波数 n , 经卷大圆上的波数和纬向圆周上的波数对可预报性具有完全相同的重要意义。对 EOF 谱分量的分析表明, 随着 EOF 指数(即序号数)的增大, 可预报性依次减小。从 EOF 和球谐函数的关系发现前几个 EOF 分量正是对应着最可预报的球谐函数分量。进一步分析表明, 最可预报的分量对应大气运动的慢变流型。这些结果对如何使用数值预报产品以及如何延伸预报具有重要意义。

关键词 实际预报 可预报性 球谐函数谱 EOF 谱 慢变流型

1 引言

许多研究已充分证实大气的逐日预报存在平均约为 2 周的可预报上限。显然, 确定可预报上限并不是可预报性研究的最终目的。且纪范^[1]明确指出任何预报对象都有其不可预报的一面, 也有其可预报的一面。因此, 可预报性研究的更有意义的目的在于发现超过逐日预报可预报上限仍可预报的气象场特征。一个很自然的思想就是大气要素场中可能存在一些更可预报的分量。如果真是如此, 那么只要分离出这些分量, 对这些分量就可以预报更长时间。

一般经验认为空间尺度越大的天气系统可预报性时间就越长, 其实我们还缺少足够的证据加以证实。在这一问题上不同的研究曾经得到的结果并不一致。对欧洲中期天气预报中心(ECMWF)的数值预报结果分析表明^[2, 3], 热带外地区经向平均的超长波部分(纬向 1~3 波)具有最高预报技巧, 长波部分(纬向 4~9 波)次之, 而短波部分(纬向 10~20 波)预报技巧更低。但 Saha 和 Dole^[4]分析了美国气象中心(NMC)的预报结果, 认为预报技巧同纬向波数的关系并不大, 而是依赖于球谐函数的总波数。Leith^[3]曾认为并不是空间尺度最大的系统最可预报。这些矛盾可能反映了空间尺度和预报技巧之间并不是一种单调的依赖关系, 而可能是具有更复杂的关系。那么究竟可预报性同空间尺度具有什么样的关系? 大气运动最可预报的分量的特征是什么? 如何将最可预报的分量分离出来? 本文将对这些问题进行具体讨论。

1994-01-24 收到, 1994-04-13 收到修改稿

* 本研究得到 KY-85-10 项目和大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室的资助

2 资料及其处理

本文所采用的资料均来自国家气象中心 T42L9 全球谱模式的业务预报和分析产品。这些资料是从 1990 年 1 月 1 日至 1992 年 2 月 29 日共 790 d 的北半球 500 hPa 高度场资料, 包括有初始分析资料和 1~5 d 的预报结果。

T42L9 全球谱模式是具有 80 年代初期国际水平的大气环流模式。图 1 给出的是北半球 500 hPa 高度场的预报与实况的距平相关系数分析。从图上可以看到第 4 d 预报的距平相关系数接近 0.7。按一般的标准, 相关系数 0.6 为可用预报, 那么第 4 d 预报仍可用。即使到第 5 d, 相关系数仍高达 0.58, 接近于可用预报。模式的优良性质将为我们分析结果的可靠性提供保证。

在以下的计算中我们主要是对距平场进行分析。不过, 这里并不直接采用多年月平均气候场作为基本场, 而是将多年月平均气候场用周期样条函数插值方法插值到一年的 365 d, 其中月平均作为当月的第 15 日。在以下的计算中, 无论是观测资料还是预报结果, 都是减去这一基本场而得到距平场。这样的处理在相当的程度上消除了距平场中的月尺度的气候变化。应该指出, 这样处理的距平场中完全包括了模式不准确造成的系统误差, 这在分析中是要注意的。这里多年月平均气候资料来自 ECMWF 的 1980 年至 1990 年的 10 年平均资料。

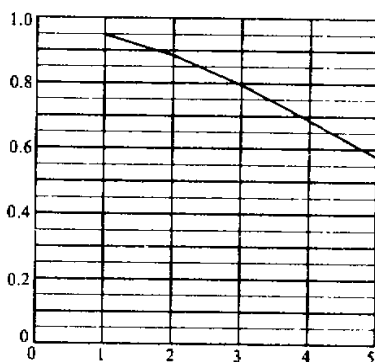


图 1 T42L9 模式 1990 年 1 月 1 日
~1992 年 2 月 29 日的北半球
500 hPa 高度场距平相关系数
纵轴相关系数, 横轴预报时效

3 球谐函数谱分量的可预报性

由于每一球谐函数都具有各自的经向纬向空间尺度, 因此对各球谐函数谱分量的实际预报效果的分析, 可以揭示空间尺度和预报技巧的依赖关系。

在资料分析中, 采用球谐函数展开截断到 21 波, 从而任一要素场中的展开式为

$$\varphi = \sum_{n=0}^{21} \sum_{m=-n}^n [a_n^m \cos m\lambda + b_n^m \sin m\lambda] P_n^m(\cos\theta), \quad (1)$$

其中 θ 为余纬, λ 为经度, $P_n^m(\cos\theta)$ 为标准化连带勒让德函数。

由连带勒让德函数的性质可知, $n-m$ 是除极点外北极和南极之间的零点数目。所以 $l = n - m + 1$ 表示了经圈大圆上的波数。由此可以知道, 球谐函数表示了经圈大圆上为 l 波, 纬向圆周上为 m 波的空间结构。 n 称为总波数, 其实 $n-1$ 表示球谐函数在经圈大圆上和纬向圆周上的波数总和。这些性质为分析预报技巧同空间尺度的关系带来很大方便。

下面我们分析不同球谐函数谱分量的预报准确性。这里用距平相关系数表示准确性。将 790 d 观测场和相应的 1~5 d 的预报场用(1)式逐日进行谱展开, 然后对各个谱系数观测时间序列和预报时间序列求相关, 从而得到各个谱系数的不同预报时效的相应的相关系数。图 2 中给出了预报时效分别为 1、3 和 5 d 的各谱系数相关系数。注意这里只给出 a_n^m , 没有给出 b_n^m , 其实 b_n^m 相应的球谐函数的空间结构除纬向差 $\pi/2$ 位相外, 同 a_n^m 相应的球谐函数的空间结构完全相同。分析表明 b_n^m 和 a_n^m 具有几乎相同的相关系数。从图上可以看到, 相关系数随波数的不同变化很大。这就意味着不同球谐函数谱分量的可预报性可以有很大的不同。

仔细分析图 2 可以看到两个重要特征。一个是约在 $n-m$ 为 3~7 波即赤道到极地约为 1~2 波之间, 总波数 n 约为 5 附近是相关系数的大值区。一些低频遥相关型^[6], 如 PNA 型, 大西洋型都同这些谱有关, 所以这一大值区反映了低频遥相关型具有更高的可预报性。这一点在后面将进一步分析。另一个是当 $n-m > 3$ 时, 相关系数几乎由总波数 n 决定。因为从图上不难看出等 n 线和等相关系数线近于平行。由 n 的性质可以得出这样的结论: 可预报性对经向波数和纬向波数具有同等重要的依赖关系。

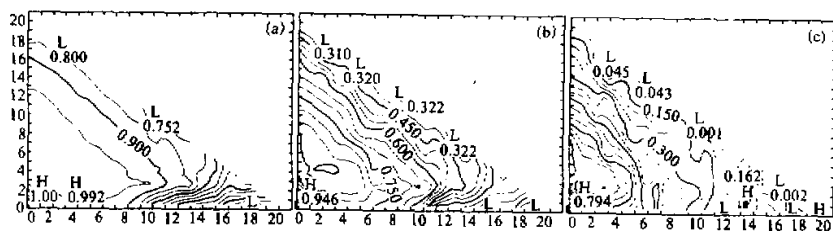


图 2 球谐函数谱系数预报距平相关系数

(a) 1 d 预报; (b) 3 d 预报; (c) 5 d 预报; 纵坐标 $n-m$, 横坐标 m

另外还有一些特征需要重视。当 $n-m < 3$ 时, 随着经向波数的减小, 相关系数是减小的, 尤以短波部分(纬向波数大于 9)更明显。同时相关系数对纬向波数的依赖也不是单调关系, 而是在纬向波数 m 大于 5 以后, 随着 n 加大相关系数减小, 而 m 小于 5 时, 随着 n 减小相关系数也是减小的, 其中 3~7 波之间变化很小。需要指出, 纬向波数大于 10 时, 5 d 预报的相关系数近于 0, 其分布特征就不再有任何意义了。

比较 1、3 和 5 d 各时次的谱系数的相关系数可以看到, 虽然随着预报时效的延长它们的值都减小了, 但对空间尺度的依赖趋势却依然基本保持。

由上述得到的结果可以看到, 分析可预报性对空间尺度的依赖性, 只考虑对纬向尺度的依赖是不全面的, 经向尺度与纬向尺度具有相同的重要性。其次, 根据超长波、长波和短波这种简单的划分来讨论可预报性对空间尺度的依赖是不够的, 难以反映可预报性对空间尺度复杂的依赖关系。

4 EOF 谱分量的可预报性

EOF 分量往往同一定的大气环流型相联系, EOF 分量的可预报性不同可以反映出

不同的大气环流型的可预报性的不同。一些研究已发现前几个 EOF 分量具有更高的预报准确性^[7, 8]。下面对 EOF 谱分量的可预报性进行具体分析。

这里 EOF 是直接从 790 d 观测分析资料计算得到的。资料未作任何光滑处理、直接采用 $2.5^{\circ} \times 2.5^{\circ}$ 分辨率的北半球 500 hPa 高度场资料。利用这组 EOF 作为基底展开观测场和 1~5 d 的预报场，从而得到了长度为 790 的各个谱系数的时间序列。表 1 给出了前 20 个谱分量在观测资料中所表示的方差百分比。

表 1 前 20 个 EOF 分量各自表示的方差百分比

EOF 指数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
方差百分比	22.7	8.2	6.7	5.6	4.9	3.9	3.6	3.0	2.7	2.4	2.3	2.0	1.9	1.6	1.5	1.3	1.2	1.1	1.0	1.0

类似于球谐函数谱分量的预报准确性的分析，这里也计算了各 EOF 谱分量的距平相关系数，即将每一预报时次的谱系数时间序列同相应的观测时间序列求相关。图 3 中给出了预报时次分别为 1、3 和 5 d 前 50 个 EOF 谱系数的相关系数。从图上可以看到随着 EOF 指数的加大，预报相关系数明显地呈减小趋势。尽管存在一些小起伏，但减小的趋势是主要的。仔细分析还可以发现，随着 EOF 指数的加大，相关系数的减小程度并不是均匀的，其中在第 7 和第 8 个 EOF 之间以及第 15 和第 16 个 EOF 之间存在尤为明显的下降，而在其他的 EOF 之间的减小，相对较慢些。

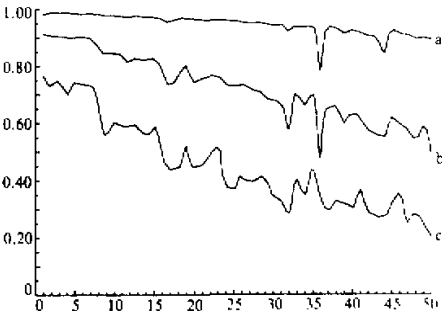


图 3 EOF 谱系数预报距平相关系数
(a)、(b)和(c)曲线分别表示 1、3 和 5d 预报。
纵坐标相关系数，横坐标 EOF 指数

为了进一步证实可预报性对不同 EOF 的依赖关系，对各谱系数的预报均方根误差也作了计算分析。先求出各谱系数预报误差的均方根，然后求它与相应谱系数实际演变均方根差的比值。这一误差均方根差比表示了误差同其相应谱系数实际变化的相对大小。显然误差均方根差比越大，这一谱系数的预报准确性越差。图 4 给出了预报时次为 1、3 和 5d 的误差均方根差比。可以看到随着 EOF 指数的加大误差均方根差比呈增加趋势。仔细分析图 4，可看到预报准确性随着 EOF 指数的加大而下降的速度是不均匀的，而这种不均匀性同相关系数的变化存在很好的对应关系。因此误差方差分析和相关系数分析得到的结论是一致的。

另外再来进行一些定量分析。设某一谱系数的观测值为 $e_o(t)$ ，相应的预报值为 $e(t)$ ，“-”表示时间平均，并记 $U = (e_o - \bar{e}_o)^2$ ，假设预报模式是完善的，则有 $U = (e - \bar{e}_o)^2$ 。那么预报误差方差

$$E = \overline{(e - e_o)^2} = \overline{(e - \bar{e}_o)^2} + \overline{(e_o - \bar{e}_o)^2} + 2\overline{(e - \bar{e}_o)(e_o - \bar{e}_o)}, \tag{2}$$

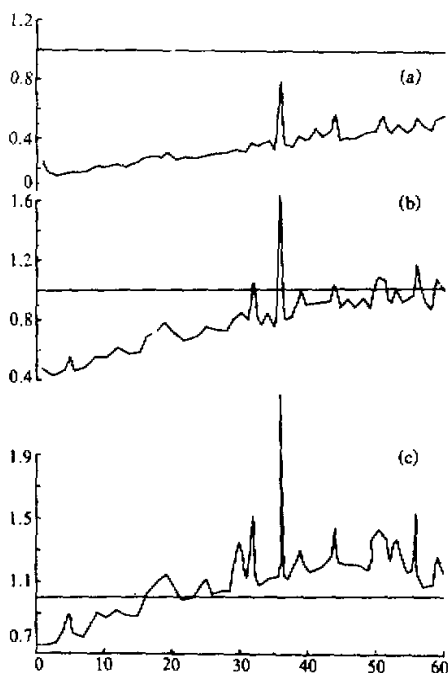


图4 EOF谱系数预报误差均方根差比
纵坐标为比值, 其他同图3

大气的慢变流有关。我们对 790 d 观测资料进行候平均, 然后计算 EOF。图 5 给出的是相应指数的候平均资料得到的 EOF 与逐日资料得到的 EOF 的相关系数。从图上可看到, 前 15 个 EOF 的相关系数均在 0.9 以上, 尤其前 7 个在 0.98 以上。这说明前 15 个 EOF 分量中几乎不包括 5 d 以下时间尺度的瞬变运动, 主要表示大气的慢变部分。在过去的一些研究中^[9], 也认识到持续较好的大气环流型具有更高的可预报性, 这我们的结果是一致的。

由于具有更高可预报性的分量主要表示实际大气的慢变部分, 这表明不同分量的可预报性的不同是由于它们的动力学性质的不同。另外对其他模式预报结果的分析^[7, 8]也表明前几个 EOF 最可预报。这就使我们相信前面分析得到的那些具有更高可预报性的分量对模式本身的性质的依赖并不是主要的, 更主要的是实际大气的可预报性特征的体现。

从而有

$$\sqrt{E/U} = \sqrt{2-2r}, \quad (3)$$

其中 r 是相关系数, 而 $\sqrt{E/U}$ 就是前面指出的预报误差均方根差比。按一般的标准取相关系数 0.6 为可用预报, 那么相应的误差均方根差比为 0.9。按这样的标准来分析第 5 d 预报。从图 3 和图 4 可以看到, 无论相关系数还是误差均方根差比, 其结论是一样的: 前 7 个 EOF 分量都可用, 而第 8 至第 15 个 EOF 处于边缘可用, 而以后的 EOF 则不可用, 其中前 7 个 EOF 表示总方差的 56%, 而 15 个占总方差的 73%。因此即使第 5 d 预报总体上已不能用, 但至少前 7 个 EOF 是可用预报。这就表明, 就 T42L9 模式来说, 只要进行 EOF 滤波处理, 第 5 d 的预报在相当程度上是可用的。

那么为什么 EOF 前几个分量更可预报, 即使到第 15 个 EOF 第 5 d 还近于可用预报。其实这同它们主要表示

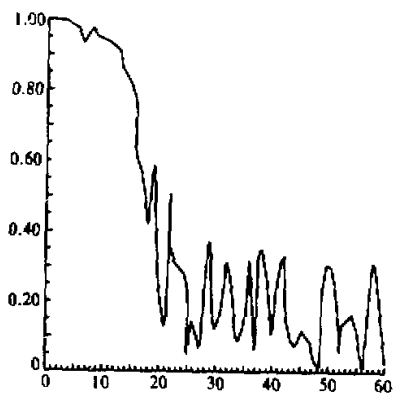


图5 候平均资料和逐日资料
计算得到的 EOF 相关系数
纵坐标相关系数, 横坐标 EOF 指数

5 EOF 分量和球谐函数分量的关系

上一节已经证实具有高可预报性的 EOF 分量主要表示大气运动的慢变分量。在前面根据球谐函数的结构特征也指出最可预报的分量主要是慢变分量。下面我们将表明 EOF 分析得到的最可预报分量同球谐函数分析得到的结果是一致的。

为了分析 EOF 同球谐函数的关系, 将每一 EOF 进行球谐函数展开。对第 i 个 EOF 展开

$$\text{EOF}(i) = \sum_{m=0}^{21} \sum_{n=m}^{21} a_n^m(i) \cos(m\lambda + \alpha) P_n^m(\cos\theta), \quad (4)$$

其中 $a_n^m(i)$ 是展开 $\text{EOF}(i)$ 的球谐函数的振幅。分析 $a_n^m(i)$ 的分布, 就可以知道第 i 个 EOF 主要由哪些球谐函数组成。经过分析我们得到如下结论: 最前面几个 EOF 分量主要由那些预报最好的球谐函数组成。随着 EOF 指数加大, 就逐步增加那些预报较差的球谐函数分量, 越往后的 EOF, 则主要由那些预报最差的球谐函数组成了。作为例子在图 6 中给出了前 3 个 EOF 和第 16 个 EOF 分量的球谐函数振幅。比较图 2 可看到, 对前 3 个 EOF, 最大振幅相应的球谐函数正是最可预报的, 而且还可以看出在 $n=5$ 附近是球谐函数振幅的大值区。而对第 16 个 EOF 分量, 可以看到大振幅的球谐函数主要分布在 $n=9$ 附近, 同前 3 个 EOF 的情形截然不同。

6 结论与讨论

本文利用业务预报结果分析了大气运动不同分量的可预报性, 从而找出了那些具有

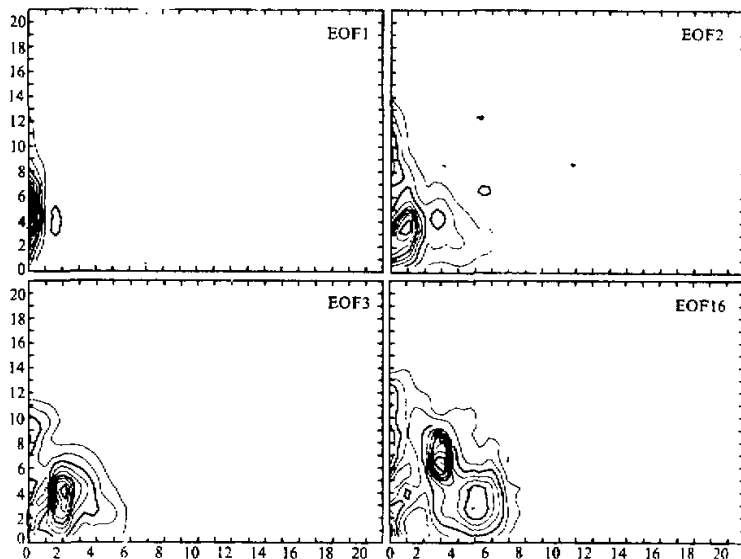


图 6 展开 EOF 的球谐函数振幅, 其他同图 2

较好可预报性的分量。通过对球谐函数谱分量的分析,讨论了可预报性对空间尺度的依赖关系。结果表明可预报性并不是随着空间尺度减小呈现单调的递减关系,主要表现为总波数 $n=5$ 附近球谐函数分量具有最大可预报性。可预报性主要依赖于总波数 n , $n>5$ 时,可预报性随着 n 的增大迅速减小, $n<5$ 时,则反而随 n 的减小而减小。对总波的依赖,表明经圈大圆上的波数和纬向圆周上的波数对于可预报性具有同等重要的意义。因此,仅仅考虑可预报性对纬向波数的依赖是不全面的,而通过简单地划分超长波、长波和短波来讨论可预报性对空间尺度的依赖难以反映它们之间的复杂关系。对不同 EOF 分量的可预报性的分析,讨论了天气型同可预报性的可能关系。结果表明随着 EOF 指数的增加,可预报性呈下降趋势。对 EOF 分量性质分析表明,可预报性好的前几个 EOF 分量主要表示大气慢变流型。进一步分析还表明,具有最大可预报性的哪些 EOF 分量同具有最大可预报性的球谐函数分量具有很好的对应关系。不同分量的可预报性不同是实际大气不同分量动力学特征不同的表现。

经典可预报性的研究证实大气逐日预报只能具有两周左右的可预报性,对长期预报来说首先面临的问题是预报对象应该具有什么特征。一般认为时空平均量可以具有更长的可预报时间^[1],但进行多长时间和多大的空间尺度的平均往往是人为规定的,从而使这些平均统计量的天气学和动力学意义不清楚。寻找既有天气学意义又有动力学意义的可用于长期预报的大气运动变量是一个迫切需要解决的问题。我们的结果表明,有希望通过对实际预报的可预报性分析建立一组具有高于平均逐日预报可预报性上限的动力学变量用于长期预报。另外,对大气环流模式的预报结果,将具有较好可预报性分量分离出来,滤掉可预报性较差的分量,那么就可以在更长的预报时效内使用预报产品,这在某种程度上也就延长了可预报时间。就 T42L9 模式来说,通过 EOF 截断滤波,即使到第 5 d 占距平方差 56% 的分量仍是可靠的。

最后需要指出,由于只用 T42L9 一个模式的资料,所用的资料长度也比较短,所得到的结论的普遍性还需要更多的证实。

参 考 文 献

- 1 卮纪范, 1986, 长期数值天气预报, 气象出版社, 45~50.
- 2 Bengtsson, L. et al., 1983, 大气中大尺度动力过程中期天气预报——欧洲中期天气预报中心的业务经验, 钟熙滋等译, 气象出版社.
- 3 Bengtsson, L., 1991, Advances and prospects in numerical weather prediction, *Q. J. R. Meteor. Soc.*, **117**, 855~902.
- 4 Saha, S. et al., 1988, A measure of the practical limit of predictability, *Mon. Wea. Rev.*, **116**, 2522~2526.
- 5 Leith, C.E., 1978, Objective methods for weather prediction, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **10**, 107~128.
- 6 Wallace, J. M., et al., 1981, Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 784~812.
- 7 Mo, K. C., 1988, The predictability of low frequency patterns in the NMC MRF, *Proc. Eighth Conference on Numerical Weather Prediction*, Amer. Meteor. Soc., 628~633.
- 8 Tracton, M.S. et al., 1989, Dynamical extended range forecasting (DERF) at the National Meteorological Center, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1604~1635.
- 9 Chen, W.Y., 1989, Another approach forecasting forecast skill, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 427~435.

Analysis of the Dependence of Predictability on Spatial and Temporal Scales from Operational Forecasts

Li Zhijin and Ji Liren

(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract The 1-day through 5-day forecasts of the 500 hPa height field made at the National Meteorological Center of China from the 1st January 1990 to the 29th February 1992 are used to examine the predictability of the spectral coefficients of spherical harmonics and empirical orthogonal functions (EOFs). The analysis of spherical harmonics shows that the predictability does not increase monotonically with the increase of spatial scales, but the predictability is largest when total wave number n is about 5. The predictability dramatically depends on total wave number n , so zonal wave number and wave number along the Meridional large circle are equally important. It is found through the examination of the EOFs that the predictability tends to decrease with the increase of the EOF index. The spherical harmonic decomposition of the EOFs shows that the leading EOFs consist of the spherical harmonics which are more predictable. It is also confirmed that the most predictable components are characterized by slow evolution. These results are important to the application of forecast products and to extended-range forecasting.

Key words operational forecast predictability spectral coefficient of spherical harmonics
spectral coefficient of the EOFs slowly evolving component